

Eidgenössisches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK Département fédéral de l'environnement, des transports, de l'énergie et de la communication DETEC

Dipartimento federale dell'ambiente, dei trasporti, dell'energia e delle communicazioni DATEC

Bundesamt für Strassen Office fédéral des routes Ufficio federale delle Strade

# Beurteilung von Risiken und Kriterien zur Festlegung akzeptierter Risiken in Folge aussergewöhnlicher Einwirkungen bei Kunstbauten

Appréciation et critères d'acceptation des risques dus aux actions extraordinaires pour les ouvrages d'art

Assessment of residual risks and acceptance criteria for accidental loading for infrastructural facilities

Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich Institut für Baustatik und Konstruktion – IBK Professur für Risiko und Sicherheit M. Schubert, Dipl.-Ing. M.H. Faber, Prof. Dr.

Forschungsauftrag AGB2002/020 auf Antrag der Arbeitsgruppe Brückenforschung (AGB)

Juni 2008 616

#### Vorwort

Die Risikoermittlung dient der Unterstützung der Entscheidungsfindung. Die Risikobewertung hat die Aufgabe sicherzustellen, dass die getroffenen Entscheidungen auch gesellschaftlich akzeptierbar und Restrisiken somit ausreichend gering sind.

Methoden zur Risikoermittlung wurden in den letzten Jahrzehnten verbessert und an die Bedürfnisse der praktischen Anwendung angepasst. Effiziente und computergestützte Werkzeuge ermöglichen die Risikoberechnung auch in komplexen Systemen. Anwendung finden sie im Entwurf und in der Bemessung von Tragwerken und in der Normenkalibrierung. Risiken aus unterschiedlichen Bereichen zu berechnen, zu aggregieren und zu vergleichen, erfordert eine gemeinsame konsistente Basis.

In diesem Projekt wurde ein Rahmenwerk entwickelt, um die Aspekte der Risikobewertung konsistent berücksichtigen zu können. Basis des gesamten Projektes bilden die Prinzipien der Sicherheitsbewertung, die zu Beginn vorgestellt werden. Diese Prinzipien sind das Ergebnis und die Zusammen-fassung der Forschung der letzten Jahre insbesondere im Rahmen des Joint Comitee on Structural Safety (JCSS).

Die erfolgreiche Durchführung des Projektes wurde durch die finanzielle Unterstützung des ASTRA ermöglicht. Neben der finanziellen Unterstützung war es insbesondere die Begleitkommission unter der Leitung des Präsidenten der Arbeitsgruppe Brückenforschung, Herrn Michel Donzel, und dem Leiter der Geschäftsstelle AGB, Herrn Peter Matt, die das Projekt immer wieder konstruktiv unterstützt und geleitet hat und somit einen grossen Anteil an diesem Projekt hat.

Für diese engagierte Zusammenarbeit und Begleitung möchten wir der gesamten Begleitkommission E besonders danken, hierunter Dr. Joseph Jacquemoud, Jean Christoph Putallaz, Willi Schuler, Prof. Hans-Peter Lindenmann, Dr. Dario Somaini, Dr. Walter Ammann, Christian Häfelfinger, Alain Jeanneret, Felix Buser, Heinrich Figi, Reto Baumann, Jörg Thoma, Dr. Thierry Pucci, Roger Laube und Dr. Oliver Lateltin. Auch die Gesamtprojektleitung des AGB1, Beat Schneeberger, Karin Frey und Mathias Kost von Emch und Berger, war gleichermassen am erfolgreichen Abschluss dieses Projektes beteiligt. Ganz besonders danken wir Herrn Prof. Dr. Rüdiger Rackwitz für die wissenschaftlichen Diskussionen, die hilfreichen Anmerkungen und konstruktiven Kommentare insbesondere zur Beschreibung der Akzeptanzkriterien.

Zürich, im Juni 2008

Michael H. Faber Matthias Schubert

### **INHALTSVERZEICHNIS**

V	DRWORT		3
Zι	JSAMMEI	NFASSUNG	9
RÉ	ÉSUMÉ		15
SL	JMMARY		21
1.	EINLE	ITUNG UND PROBLEMSTELLUNG	27
	1.1.	ÜBERBLICK ÜBER DEN BERICHT	28
2.	PRINZ	ZIPIEN DER SICHERHEITSBEWERTUNG	29
	2.1.	DER RISIKOBASIERTE ENTSCHEIDUNGSPROZESS	29
	2.2.	GRUNDLAGEN DER RISIKOBEWERTUNG	
	2.2.1.		
	2.2.2.		
	2.2.3.		
	2.2.4.		
	2.2.5.	•	
	2.2.6.		
	2.3.	Systemmodellierung	
	2.3.1.		
	2.3.2.		
	2.3.3.	·	
	2.3.3.	RISIKOQUANTIFIZIERUNG	
	2.4.1.		
	2.4.1.	,	
	2.4.2.		
	2.4.5. 2.5.	RISIKOAKZEPTANZ	
	2.5. 2.6.	NACHHALTIGE VERZINSUNG	
	2.0.	ASPEKTE DES RISIKOMANAGEMENTS	
	2.7. 2.7.1.		
	2.7.1.		
3.	CDUA	NDLAGEN	47
э.			
	3.1.	ZUFALLSVARIABLEN UND VERTEILUNGSFUNKTIONEN	
	3.1.1.	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	3.1.2.		
	3.1.3.		
	3.1.4.	,	
	3.2.	METHODEN ZUR BERECHNUNG DER ZUVERLÄSSIGKEIT	_
	3.2.1.	,	
	3.2.2.	Monte-Carlo-Simulationen	6/
	3.3.		<b>CO</b>
	FINITE-ELI	EMENTE	69

3.4.1	. Ereignisbäume	72
3.4.2	. Fehlerbäume	78
3.5.	BAYES'SCHE NETZE ZUR QUANTIFIZIERUNG VON RISIKEN	81
3.5.1	. Bestandteile Bayes'scher Netze	81
3.5.2	. Abhängigkeiten und d-Separation	83
3.5.3	. Wahrscheinlichkeiten in Bayes'schen Netzen und Inferenzberechnungen	84
3.5.4		
3.5.5	. Aktualisierung unter Verwendung von Datensätzen	88
3.5.6	. Aktualisierung unter Verwendung von inkompletten Datensätzen	91
3.5.7	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
3.5.8	. Modellbildung	95
3.6.	WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHE GRUNDLAGEN	96
3.6.1	- · · · <b>9</b> · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
3.6.2	<b>5</b>	
3.7.	METHODEN ZUR ERMITTLUNG DER KOSTEN VON NICHT HANDELBAREN GÜTERN	109
3.7.1	· · <b></b> · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
3.7.2		
3.7.3	<b>77</b>	
3.7.4	. Verlustansätze	119
3.8.	DER LIFE QUALITY INDEX	
3.8.1	· · g · · · g · · · · · · · · · · ·	
3.8.2	. Anwendung auf die Schweiz	124
4.1. <i>4.1.1</i>	Naturgefahren	
4.1.1		
4.1.2	- · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
4.1.3		
4.1.4	. Präsenzwahrscheinlichkeiten	139
4.2.	Anthropogene Gefahren	141
4.2.1	. Unfallhäufigkeit	141
4.2.2	r ·	
4.2.3	Brand und Explosion	150
. мог	DELLIERUNG DER WIDERSTÄNDE	154
5.1.	Ältere Normengenerationen	155
5.1.1		
5.1.2		
5.1.3	5	
5.1.4	-	
5.1.5	·	
5.1.6	·	
5.1.7	-	
5.2.	VERGLEICH DER VERSAGENSWAHRSCHEINLICHKEITEN UNTERSCHIEDLICHER NORMENGENERATIONEN	
5.2.1		
5.2.2		
. MOI	DELLIERUNG DER KONSEQUENZEN	179
6.1.	KATEGORISIERUNG DER KONSEQUENZEN	179
6.2.	KOSTEN IM SYSTEM STRASSE	183
6.3.	Konsequenzen in der Risikoermittlung	183

7.	VERLETZBARKEIT UND ROBUSTHEIT VON SYSTEMEN		
	7.1.	METHODIK ZUR QUANTIFIZIERUNG DER VERLETZBARKEIT UND DER ROBUSTHEIT	187
8.	AKZ	ZEPTANZKRITERIEN	193
	8.1.	GENERELLE AKZEPTANZKRITERIEN	
	8.2.	GESELLSCHAFTLICHE AKZEPTANZKRITERIEN	200
9.	UM	SETZUNG DER ERGEBNISSE UND AUSBLICK	220
10	. REF	ERENZEN	226

#### **ANHÄNGE**

ANHANG A: ERGEBNISSE DES RISK-SCREENINGS

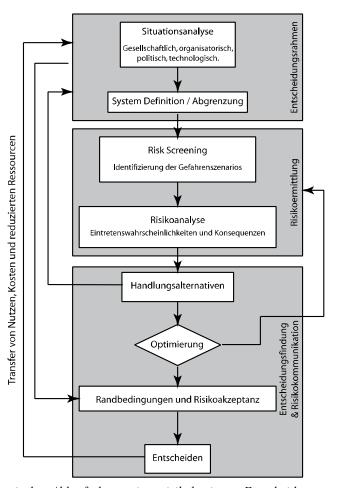
Anhang B: Ermittlung des Risikos an einer Steinschlagschutzgallerie

Anhang C: Ermittlung des Risikos Infolge Anpralls und Robustheitsuntersuchungen an einer V-Stiel Brücke

## Zusammenfassung

Weshalb werden Risiken überhaupt berechnet und welche Vorteile ergeben sich daraus? Die reine Berechnung und Kenntnis des Risikos bringt keine Informationen und keinen Nutzen. Nur wenn Risiken mit Fragestellungen verbunden sind und in einen Kontext gesetzt werden, bietet die Risikoermittlung und Risikobewertung alle Möglichkeiten, um Fragen zu beantworten,

tet die Risikoermittlung und Risikobewertung alle Möglichkeiten, um Fragen zu beantworten, Entscheidungen zu unterstützen und dem Entscheidungsträger die Entscheidung aufzuzeigen, die es ermöglicht, seinen Nutzen zu maximieren. Die Risikoermittlung ist somit das Werkzeug, das die strategische Planung, das effiziente Management und den effizienten Einsatz der zur Verfügung stehenden Ressourcen erst ermöglicht. Die Antworten auf die Fragestellung, die im ersten Satz dieses Absatzes formuliert ist, kann demnach nur beantwortet werden, wenn der Kontext und das Ziel von Risikoanalysen definiert werden. Der generelle Ablauf eines risikobasierten Entscheidungsprozesses ist in der Abbildung dargestellt.



Generisches Ablaufschema eines risikobasierten Entscheidungsprozesses.

Eine Strassenverwaltung hat die gesellschaftliche Aufgabe der Sicherstellung der Funktionsfähigkeit ihres Strassennetzes. Diese Aufgabe umfasst Planungs- und Managementaufgaben aus den unterschiedlichsten Bereichen. Allein das Management der Infrastruktur und die Sicherstellung der Sicherheit auf dem Strassennetz sind Fragenkomplexe, die die Beantwortung der unterschiedlichsten Fragestellungen erforderlich macht. Die Risikobewertung infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen ist ein solcher Fragenkomplex.

Wie das Risiko (Multiplikation der Eintretenswahrscheinlichkeit mit den Konsequenzen) berechnet werden kann, welche Typen von Konsequenzen in der Entscheidungsfindung der Strassenverwaltungen berücksichtigt werden sollten, wie Optimalität erreicht werden kann, und wie Risiken als akzeptierbar eingeschätzt werden können, sind nur einige der Problemstellungen. Auf diese Fragestellungen wurde im vorliegenden Projekt eingegangen und Lösungen hierfür wurden entwickelt. Die Entwicklung von Grundlagen der Risikoermittlung und der Risikobewertung bildet den Rahmen für dieses Projekt. Dabei wurde der Fokus auf drei Aspekte gelegt, die Entwicklungen von Grundlagen der Risikoermittlung und der Risikobewertung, die Festlegung von Grundprinzipien für die Wahl des akzeptierbaren Risikoniveaus und die Entwicklung eines Verfahrens zur Quantifizierung von Risiken infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen und Einwirkungen infolge von Unfällen.

Die formulierten Prinzipien der Sicherheitsbewertung (Kapitel 2, Seiten 29-47) sind die Vorrausetzungen für eine übergreifende und konsistente Risikoermittlung sowie für die Erstellung einer besten Ingenieurpraxis auf dem Gebiet der Risikoanalysen. Diese Prinzipien stellen sicher, dass Risiken auf einer einheitlichen Basis ermittelt werden, und somit der Vergleich, die Aggregation, die Risikoreduktion und die Entscheidungsfindung auf einer einheitlichen und vergleichbaren Basis erfolgen.

Am Anfang jeder Risikoermittlung stehen die Festlegung und die Modellierung des Systems, für das eine Risikoermittlung durchgeführt werden soll. Es ist essentiell, alle relevanten Bestandteile in der Systemmodellierung zu berücksichtigen. Das System kann als räumliche, zeitliche und physikalische Modellierung der Wirklichkeit bezüglich der Prozesse, der Ereignisse und der Konsequenzen sowie deren Wechselwirkungen definiert werden. Das definierte System ist der Rahmen, in dem und für den die Entscheidungen getroffen werden (Kapitel 2.3 Seiten 34-39). Die Eingangsgrössen, die das System beschreiben, sind in der Regel unsichere Grössen.

Unsicherheiten können und müssen in der Analyse berücksichtigt werden. Die Bayes'sche Entscheidungstheorie ermöglicht die Berücksichtigung von subjektiv geschätzten und analytisch ermittelten Unsicherheiten (Kapitel 2.3.1, Seiten 37-38). Die Unsicherheiten in den Eingangsgrössen können über die Verwendung von Zufallsvariablen reflektiert werden (Kapitel 3.1, Seiten 47-57).

Aussergewöhnliche Einwirkungen sind durch ihre spezifischen Charakteristiken mit relativ grossen Unsicherheiten verbunden. Zu den aussergewöhnlichen Einwirkungen zählen Einwirkungen aus Naturgefahren, wie z.B. Steinschläge, Lawinen oder Murgänge sowie Einwirkungen aus menschlichen Handlungen, wie z.B. Anprall, Brand oder Explosionen. Genaue Informationen und Daten über die Gefährdung, die eine direkte probabilistische Modellierung zulassen, fehlen meist. Zudem sind aussergewöhnliche Einwirkungen in der Regel stark orts- und objektspezifisch. Die phänomenologische Beschreibung der meisten Naturgefahren ist weit fortgeschritten. Sie ist hilfreich, um die Prozesse zu verstehen, berücksichtigt jedoch meist nicht die stochastischen Charakteristiken der Gefahren. Es wird gezeigt, wie diese Einwirkungen beschrieben werden können und wie physikalische Modelle in dieser Modellierung berücksichtigt werden können (Kapitel 4.1, Seiten 131-141). Gefahren aus Unfällen im Bereich der Strasse haben andere Charakteristiken. Als Unfall kann dabei auch die spontane Entzündung eines Fahrzeuges be-

zeichnet werden. Basierend auf den Unfällen können die aussergewöhnlichen Einwirkungen, wie z.B. Anprall, Brände und Explosionen beschrieben werden (Kapitel 4.2, Seiten 131-154).

Aussergewöhnliche Einwirkungen - wie alle Einwirkungen - können zu Schäden an oder zu Versagen von Bauwerken führen. Um die Eintretenswahrscheinlichkeit solcher Ereignisse zu berechnen, muss der Widerstand des Bauwerkes gegenüber dieser Einwirkung beschrieben werden (Kapitel 5.1, Seiten 154-168). Ist der Widerstand bekannt und kann die Einwirkung adäquat beschrieben werden, so lässt sich mit den Methoden der Zuverlässigkeit auch die Versagenswahrscheinlichkeit berechnen (Kapitel 3.2-3.3, Seiten 57-72). Das Portfolio der Kunstbauten in der Schweiz ist sehr inhomogen. Es beinhaltet die unterschiedlichsten Tragwerke unterschiedlichsten Alters und ist unter Verwendung der unterschiedlichen Normengenerationen bemessen worden. Die Information, wann das Tragwerk erbaut wurde, kann schon einen ersten Hinweis auf das Risiko geben. Es wird gezeigt, wie sich die Versagenswahrscheinlichkeit für generelle Bemessungsfälle über die Normengenerationen verändert hat, und wie sich diese allgemein ermitteln lässt. Die Zuverlässigkeitsuntersuchungen für die Bemessungen zeigen grosse Abhängigkeiten von der Art der Belastung. In Fällen, in denen die veränderlichen Einwirkungen die Versagenswahrscheinlichkeit dominieren, weisen insbesondere ältere Bauwerke eine geringere Zuverlässigkeit auf (Kapitel 5.2, Seiten 168-179). Bei Versagen infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen dominieren diese in der Regel auch die Versagenswahrscheinlichkeit. Ein solcher Hinweis kann als Startpunkt einer detaillierten Analyse dienen.

Versagen von Tragwerken und auch Schäden an Tragwerken führen zu den unterschiedlichsten Typen von Konsequenzen. Nicht alle Konsequenzen lassen sich direkt in monetären Einheiten messen. Dies führt dazu, dass sich Risiken nicht direkt aggregieren und bewerten lassen. Der Transfer in einheitliche (monetäre) Einheiten ist ein Kernelement der hier vorgestellten Risikobewertung (Kapitel 2.2.3, Seite 32). Es stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, um Konsequenzen, die nicht direkt in monetären Einheiten messbar sind – sogenannte nicht handelbare Güter – zu monetarisieren. Sie basieren darauf, die Präferenzen der Gesellschaft zu modellieren und aus diesem Präferenzmodell den Wert eines sogenannten nichthandelbaren Gutes zu ermitteln. Die verschiedenen methodischen Grundlagen sind in diesem Bericht zusammengestellt und diskutiert (Kapitel 3.7, Seiten 109-120).

Es lassen sich drei generelle Methoden unterscheiden, um Konsequenzen aus nichthandelbaren Gütern zu bestimmen. Die Methode der geäusserten Präferenzen basiert auf Befragungen. Bei dieser Methode werden den Befragten verschiedene Szenarien vorgestellt, in denen sie beurteilen sollen, wie viel sie bereit sind für ein bestimmtes Gut zu zahlen. Diese Methode ist umstritten, da die Befragten keine tatsächliche Entscheidung treffen müssen und die Antworten dadurch oft nicht ihre tatsächlichen Präferenzen widerspiegeln. Eine andere Methode ist die Methode der beobachteten Präferenzen. Das generelle Konzept dieser Methode besteht darin, die Präferenzen einer Gemeinschaft zu bestimmen, indem ihr Verhalten untersucht wird. Die Präferenzen können auf Basis der Investitionen in verschiedene Güter bestimmt werden. Damit ist diese Methode konsistent zur Konsumtheorie. Die dritte Methode ist die Methode der informierten Präferenzen. Da auch das Handeln von Personen nicht immer mit ihren Präferenzen übereinstimmt, wurde diese hypothetische Methode entwickelt. Dabei sind die informierten Präferenzen eher hypothetischer Natur. Sie sind definiert als Präferenzen, die Personen hätten, die über alle relevanten Informationen zur Entscheidungsfindung verfügen würden. Sie sind da-

her eher ein mathematisches Konstrukt und lässt sich nicht direkt ermitteln. Es wird daher vorgeschlagen, die Konsequenzen von nicht handelbaren Gütern auf der Grundlage der beobachtbaren Präferenzen zu ermitteln. Unter nicht handelbare Güter fällt der Wert eines statistischen Lebens ebenso wie Konsequenzen z.B. aus einem erhöhten Lärmpegel oder aus Verunreinigungen der Umwelt.

Bei der Vielzahl an unterschiedlichen Typen von Konsequenzen stellt sich die Frage, welche Konsequenzen in der Risikoanalyse berücksichtigt werden sollten. Dies kann nur in Abhängigkeit von der Fragestellung und in Abhängigkeit des Entscheidungsträgers beantwortet werden. In diesem Projekt wird die Unterscheidung zwischen einer betriebswirtschaftlichen Betrachtung und einer gesellschaftlichen Betrachtung eingeführt. Für die strategische Planung und für den effizienten Einsatz von Ressourcen sollte eine betriebswirtschaftliche Betrachtung durchgeführt werden (Kapitel 6, Seiten 179-187). Bei dieser Form der Betrachtung gehen nur die internen Konsequenzen in die Analyse ein. Die internen Konsequenzen sind die Konsequenzen, die die Strassenverwaltungen selbst zu tragen haben. Diese Konsequenzen können materielle Konsequenzen, wie z.B. Schäden an Tragwerken, als auch immaterielle Konsequenzen, wie z.B. Kompensationskosten in Todesfällen, beinhalten. Prinzipiell müssen alle Konsequenzen, die dem Entscheidungsträger entstehen, in der Risikoermittlung berücksichtigt werden. Neben den Konsequenzen, die durch ein Ereignis direkt entstehen, sollten auch Konsequenzen berücksichtigt werden, die indirekt aus dem Ereignis folgen. Als indirekte Konsequenzen werden Schäden oder Nutzen bezeichnet, welche durch eine Kombination von Ereignissen verursacht wurden oder über die direkten Konsequenzen hinausgehen (Kapitel 2.3.2, Seite 38). In manchen Situationen ist der Entscheidungsträger sich unsicher, ob die ermittelten Konsequenzen korrekt sind und es wird versucht weitere indirekte Konsequenzen unter Verwendung von Aversionsfaktoren zu berücksichtigen. Wie Studien in diesem Projekt gezeigt haben, führt die Anwendung von Aversionsfaktoren zu einem ineffizienten Einsatz von Ressourcen, ist unethisch und muss daher vermieden werden (Kapitel 2.4.3, Seiten 42-43).

Können die Eintretenswahrscheinlichkeiten und die Konsequenzen modelliert werden, so kann das Risiko berechnet werden (Kapitel 3.4-3.5, Seiten 72-96). Wird das Konzept des Risikos, definiert als Produkt aus Eintretenswahrscheinlichkeit multipliziert mit den Konsequenzen, erweitert, indem neben den Konsequenzen auch der Nutzen aus einem Ereignis berücksichtigt wird, dann kann die Risikoermittlung direkt mit der **Entscheidungstheorie** verknüpft werden.

Entscheidungen zu unterstützen und Entscheidungen zu treffen ist, wie im ersten Abschnitt dargelegt, die Hauptaufgabe der Risikoermittlung. Die Grundlage der Entscheidungsfindung bildet die definierte Zielfunktion des Entscheidungsträgers. In diese Funktion geht der Nutzen einer Massnahme, die Kosten der Massnahme und das Risiko bei einem Versagen ein. Es wird jeder Nutzen und alle Kosten des gesamten Lebenszyklus hierin berücksichtigt. Die optimale Entscheidung und die vom Entscheidungsträger einzig akzeptierbare Entscheidung ist diejenige, mit der der Nutzen maximiert oder die Kosten minimiert werden können (Kapitel 8.1, Seiten 193-200). Die Massnahmen haben verschiedene Effekte auf die Zielfunktion. Zum einen erhöhen sie die Kosten, zum anderen reduzieren sie das Risiko. In einigen Fällen führen Massnahmen auch zu Veränderung des Nutzenterms in der Zielfunktion. In vielen Anwendungen kann angenommen werden, dass der Nutzen unabhängig von der Massnahme ist. In diesen Fällen beeinflusst sie die Entscheidung nicht und kann vernachlässigt werden.

Die Frage stellt sich nun, ob die Entscheidung, die getroffen wird, auch akzeptiert werden kann. Jede Handlung eines Entscheidungsträgers ist eine aktive Entscheidung. Die einfachste Entscheidung und vermutlich auch die häufigste ist die Entscheidung keine Massnahmen zu treffen. Diese Entscheidung wird meist passiv getroffen, indem der Entscheidungsträger sich einer Problemstellung nicht bewusst ist und keine Analysen macht. Unabhängig von der Entscheidung verbleibt in der Zielfunktion des Entscheidungsträgers ein Risikoterm. Dieses Risiko, welches auch bei der Wahl der optimalen Entscheidung verbleibt, kann als Restrisiko bezeichnet werden (Kapitel 8, Seiten 193-220). Die Prüfung der Akzeptanz kann mittels spezifischer Kriterien erfolgen. Ein absoluter Grenzwert für ein akzeptiertes Risiko kann und sollte nicht festgelegt werden.

Die Akzeptierbarkeit eines Risikos kann an der Effizienz der risikoreduzierenden Massnahme gemessen werden. Die Idee ist, dass die marginale Änderung des Risikos grösser oder gleich den Kosten sein sollte, die für die marginale Veränderung des Risikos ausgegeben werden muss (Kapitel 8, Seiten 193-220). Gesellschaftlich ist es sinnvoll, mindestens soviel auszugeben, bis ein Gleichgewicht zwischen dem Risiko und den Kosten erreicht wird. Das Risiko, welches im Akzeptanzkriterium ausgerechnet wird, entspricht dabei nicht dem Risikoterm in der Zielfunktion des Entscheidungsträgers, die im vorherigen Abschnitt angesprochen wurde.

Das Risiko, das für die Ermittlung des Akzeptanzkriteriums verwendet wird, ist ein gesellschaftlicher Risikoterm und entspricht der Eintretenswahrscheinlichkeit für ein Ereignis multipliziert mit festgelegten Grenzkosten. Die Grenzkosten spiegeln dabei den Wert wider, der aus gesellschaftlicher Sicht für die Personensicherheit ausgegeben werden sollte. Die Grenzkosten sollen die richtige und effiziente Allokation von Ressourcen in der Gesellschaft sicherstellen. Dabei dürfen die Grenzkosten nicht in dem Sinne missverstanden werden, dass sie den Wert eines Menschenlebens widerspiegeln (Kapitel 3.7 Seite 109).

Für die Festlegung der Grenzkosten wird der Life Quality Index (LQI) vorgeschlagen, und seine Herleitung und die Anwendung des LOI werden illustriert (Kapitel 3.8, Seiten 120-131 und Kapitel 8, Seiten 193-220). Der LQI ist ein zusammengesetzter Sozialindikator und basiert auf drei Indikatoren, die dazu dienen, die Präferenzen einer Gesellschaft im Hinblick auf die Personensicherheit zu beschreiben. Das Bruttoinlandsprodukt ist ein Indikator, der den finanziellen Wohlstand einer Volkswirtschaft widerspiegelt. Die Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Geburt ist ein aggregierter Indikator. Durch ihn werden z.B. der Lebensstandard, das Gesundheitssystem und der Ausbildungsstand abgebildet. Die Lebenserwartung spiegelt die Leistungsfähigkeit des Gesundheitssystems wider und ist abhängig von den Investitionen in Sicherheit auf allen Ebenen der Gesellschaft. Das Verhältnis zwischen Lebenszeit und Arbeitszeit ist der dritte Indikator. Dieser Indikator ist ein Mass für das Leben in guter Gesundheit (Kapitel 3.8, Seiten 120-131). Der Vorteil des LQI zur Bestimmung der Grenzkosten ist, dass er auf dem Konzept der beobachtbaren Präferenzen basiert. Er ist somit konform zur Konsumtheorie und lässt sich herleiten und rational begründen (Kapitel 3.7, Seiten 109-120). Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass er sich ohne aufwändig angelegte Studien ermitteln lässt, da er sich direkt aus den Daten der statistischen Bundesämter berechnen lässt. Er kann über die Jahre leicht aktualisiert werden (Kapitel 3.8, Seiten 120-131).

In diesem Projekt ist die Akzeptanz nur auf die Personensicherheit bezogen. Die Eintretenswahrscheinlichkeit und die Grenzkosten beziehen sich daher lediglich auf Todesfälle. Andere Grenzkosten lassen sich je nach Fragestellung analog zu den hier vorgestellten Verfahren ermitteln. Damit stehen alle Werkzeuge zur Verfügung, die benötigt werden, um die Risiken aus aussergewöhnlichen Einwirkungen innerhalb des definierten Systems zu ermitteln und zu bewerten. Die optimale Entscheidung kann ermittelt werden und es kann überprüft werden, ob diese auch akzeptierbar ist. Die Kategorisierung der Konsequenzen im System, die in diesem Projekt erarbeitet und vorgeschlagen wird, die Unterteilung der Konsequenzen in direkte und indirekte Konsequenzen, bietet neben dem bewussten Umgang und der bewussten Ermittlung aller relevanten Konsequenzen, die Möglichkeit auch Systembetrachtungen durchzuführen und das System hinsichtlich seiner Robustheit zu beurteilen (Kapitel 7, Seiten 187-193). Die Robustheit wird analog zum Verständnis der Robustheit in den gültigen Normen verstanden. Die Konsequenzen eines Ereignisses sollten nicht überproportional zum Effekt sein, der das Ereignis ausgelöst hat. In diesem Sinne wird die Robustheit als das Verhältnis zwischen den direkten Risiken zu den totalen Risiken verstanden. Die direkten Risiken berechnen sich aus der Eintretenswahrscheinlichkeit multipliziert mit den direkten Konsequenzen. Das bietet die Möglichkeit, auch bei der optimalen Entscheidungsoption mehr über das Systemverhalten zu erfahren und kritische Systembestandteile zu erkennen. Dies erleichtert es auch, effiziente Massnahmen zu identifizieren.

Die Arbeit schliesst mit einem Ausblick auf die möglichen Anwendungen der in diesem Projekt erarbeiteten Ergebnisse (Kapitel 9, Seiten 220-226). Es wird vorgeschlagen, die Risiken über generische Modelle wie z.B. Bayes'sche Netze (Kapitel 3.5, Seiten 81-96) zu ermitteln. Diese Modelle erlauben es, spezifische orts- und objektspezifische Informationen zu berücksichtigen. Damit lassen sich auch aussergewöhnliche Einwirkungen in einem generischen Sinne beschreiben und behandeln. Der Vorteil einer allgemeinen Beschreibung der aussergewöhnlichen Einwirkungen ist, dass Risikoanalysen auch dann möglich sind, wenn wenige Informationen über ein Bauwerk oder die Einwirkung vorliegen. Die Entwicklung von Bayes'schen Netzen auf den Grundlagen der hier vorgestellten Ergebnisse, sollte der nächste Schritt hin zu einem bewussten, verantwortungsvollen, transparenten und kommunizierbaren Umgang mit den Risiken (infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen) darstellen.

### Résumé

Pourquoi en vient-on à calculer des risques, quel intérêt peut-on bien y trouver ? La seule connaissance du risque par le calcul n'apporte pas d'information directement utile. C'est seulement lorsque les risques sont considérés dans un contexte donné et liés à une problématique définie que leur évaluation et leur appréciation offrent des potentialités spécifiques, soit celles d'apporter des réponses et de fonder, pour le décideur, les options qui lui permettront de maximiser le bénéfice de ses actions. Ainsi, l'évaluation de risques est l'outil permettant dans une planification stratégique, de réaliser un management efficace et un engagement optimal des ressources à disposition. Une réponse à la problématique exposée ne peut donc être apportée que si le contexte et l'objectif des analyses de risques sont définis. Le déroulement général d'un processus de décision basé sur l'appréciation des risques est schématisé dans la figure cidessous.

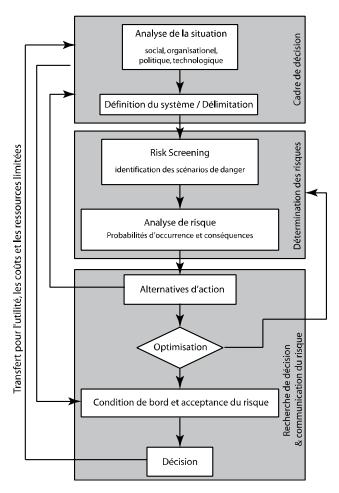


Schéma du déroulement d'un processus de décision basé sur l'appréciation des risques.

Un service des routes a la tâche socio-économique d'assurer la fonctionnalité des réseaux routiers dont il a la charge. Cette tâche englobe la planification et le management dans les différents domaines. Le management de l'infrastructure et la garantie de la sécurité sur le réseau sont à eux seuls des problématiques qui nécessitent la réponse à des questions multiples et diverses. L'évaluation de risques dans le cas des actions extraordinaires constitue l'une de ces problématiques.

Comment le risque ("risque" = "probabilité d'occurrence" d'un événement, multipliée par les "conséquences" résultant de cet événement) peut-il être quantifié? - Quels types de conséquences doivent être prises en compte dans le processus de décision pour la gestion d'un réseau routier? - Comment peut-on atteindre une efficacité optimale? - De quelle manière peut-on classer des risques comme acceptables? - Ce sont quelques-uns des problèmes posés. Le but de ce projet est d'analyser cette problématique et de développer des solutions pour y répondre. L'étude a été focalisée sur trois aspects: le développement de bases pour la reconnaissance et la quantification des risques, la stipulation de principes premiers pour le choix de niveaux de risques acceptés, et l'établissement d'une méthode pour la quantification de risques consécutifs à des actions extraordinaires ou accidentelles.

Les principes formulés ici pour l'appréciation de la sécurité (chapitre 2, pages 29-47) constituent les conditions d'une évaluation consistante et généralisée des risques, et pour l'établissement d'une meilleure pratique d'ingénieur dans le domaine de l'analyse de risques. Ces principes garantissent que le risque est évalué sur une base uniforme, permettant de fonder sur une base cohérente, la comparaison, l'agrégation, la réduction et les bases de décisions.

La définition et la modélisation du système pour lequel une évaluation du risque doit être entreprise sont à la base de chaque approche. Il est essentiel de prendre en compte tous les composants dans la modélisation du système. La modélisation du système peut être définie dans le temps, l'espace et les composantes physiques de la réalité, relatives aux processus, aux événements et à leurs conséquences ainsi qu'à leurs interactions. Le système ainsi défini est le cadre dans lequel et pour lequel les décisions doivent être prises (chapitre 2.3, pages 34-39). Les paramètres d'entrée destinés à décrire le système reposent en général sur des données incertaines. Les incertitudes peuvent et doivent être maîtrisées dans l'analyse. La théorie de décision des systèmes de Bayes permet la prise en compte de valeurs subjectives estimées et d'incertitudes analytiquement évaluées (chapitre 2.3.1, pages 37-38). Les incertitudes dans les données d'entrée peuvent être reflétées par l'introduction de variables aléatoires (chapitre 3.1, pages 47-57).

Les actions extraordinaires¹ sont, par nature, affectées de relativement grosses incertitudes. On classe sous les actions extraordinaires celles dues aux dangers naturels, à l'exemple des chutes de pierres, des avalanches, des glissements de terrain, ainsi que des activités anthropogènes, telles que l'explosion, l'incendie, les chocs. La plupart du temps, on ne dispose pas de données précises sur l'exposition à ces dangers, permettant une modélisation probabiliste directe. De plus, les actions extraordinaires sont presque toujours fortement dépendantes du lieu ou de l'objet concerné. Les descriptions phénoménologiques des dangers naturels sont en général assez avancées. Elles sont utiles à la compréhension des phénomènes, mais ne prennent pas en compte le plus souvent le caractère stochastique des dangers. On montrera comment ces actions peuvent être décrites et comment des modélisations physiques peuvent être réalisées (chapitre 4.1, pages 131-141). Les dangers liés aux accidents routiers ont d'autres caractéristiques. Une inflammation spontanée d'un véhicule peut aussi être classée comme accident. En se basant sur les accidents, il est possible de décrire des actions extraordinaires telles que l'incendie, les chocs et les explosions (chapitre 4.2, pages 131-154).

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Le terme « extraordinaire » est conservé dans ce texte pour plus de clarté entre les actions exceptionnelles et accidentelles, en dérogation partielle avec la version française des normes SIA 260 et ss.

Les actions extraordinaires - comme toutes les actions - peuvent provoquer des dégâts aux structures ou conduire à leur ruine. Afin de pouvoir calculer la probabilité d'occurrence de tels événements, il est nécessaire de spécifier la résistance de ces structures face à ces actions (chapitre 5.1, pages 154-168). Lorsque la résistance est connue et l'action définie de manière adéquate, les méthodes de fiabilité permettent de calculer les probabilités de ruine (chapitre 3.2-3.3, pages 57-72). La population des ouvrages d'art en suisse est très inhomogène. Les structures sont très diverses, leur âge très variable et les bases de dimensionnement utilisées correspondent à des générations de normes différentes. L'année de construction d'un ouvrage peut donner une première indication sur le risque. On montrera de combien la probabilité de ruine d'un ouvrage sous l'action de situations de dimensionnement données a évolué selon les différentes générations de normes et comment elle peut être déterminée de façon générale. Les calculs de fiabilité pour les dimensionnements sont fortement dépendants du type d'actions. En particulier les ouvrages âgés présentent une plus faible fiabilité pour les cas où les actions variables sont dominantes (chapitre 5.2, pages 168-179). Lorsque les actions extraordinaires sont déterminantes pour la ruine, elles déterminent aussi la probabilité de ruine. Un tel constat peut constituer le point de départ d'une analyse détaillée.

La ruine de structures, tout comme des dégâts à des structures, entraîne des conséquences extrêmement diverses. Celles-ci ne peuvent pas toutes êtres mesurées à l'aune monétaire directe. Ceci a pour conséquence que les risques ne peuvent pas être évalués et associés directement. Le transfert dans une unité de mesure unique (monétaire) est un point central de la méthode d'évaluation des risques présentée ici (chapitre 2.2.3, page 32). Il existe diverses méthodes pour monétiser des conséquences – pour les biens dits non commerciaux – qui ne sont pas directement mesurables en francs (chapitre 3.7, pages 109-120). Elles sont basées sur une modélisation des préférences de la société et, sur la base de ce modèle de préférences, sur l'attribution d'une valeur aux biens dits non commerciaux. Les bases méthodologiques sont dressées et discutées dans ce rapport (chapitre 3.7, pages 109-120).

On distingue trois méthodes principales pour qualifier les conséquences sur des biens non commerciaux. La méthode des préférences exprimées est basée sur des sondages. Dans cette méthode on présente différents scenarii aux personnes sondées en leur demandant d'apprécier combien elles seraient prêtes à payer pour un bien déterminé. Cette méthode est contestée du fait que les personnes sondées n'ont pas de décision effective à prendre et que, par conséquent, leurs réponses ne reflètent pas factuellement leurs préférences. Une autre méthode est l'observation des préférences. Le concept général de cette méthode est d'analyser les préférences à partir du comportement d'une communauté. Les préférences peuvent être mesurées sur la base des investissements consentis pour l'acquisition de certains biens. Cette méthode est ainsi consistante à la théorie de consommation. La troisième méthode est celle des préférences informées. Cette méthode hypothétique a été développée parce que le comportement des personnes ne concorde pas nécessairement avec leurs préférences. Dans ce cadre, les préférences exprimées sont de nature plutôt hypothétique. Elles reposent sur des préférences que les personnes auraient si elles disposaient de toutes les informations significatives utiles à une prise de décision. Elles sont de ce fait plus une construction mathématique qui ne se laisse pas directement évaluer. Sur ces considérations, on propose d'évaluer les conséquences sur des biens non commercialisables en se basant sur la méthode de l'observation des préférences. Dans les biens non commercialisables sont rangés par exemple la valeur statistique d'une vie humaine, tout comme les conséquences d'un niveau de bruit élevé, ou d'une pollution de l'environnement.

Avec la multiplicité des types de conséquences possibles, la question se pose de savoir quelles conséquences doivent être prises en compte dans une analyse de risques? Une réponse ne peut être apportée qu'en relation avec la problématique et le décideur concernés. Il a été introduit dans ce projet une différentiation entre une approche entrepreneuriale et une approche socio-économique. Une approche entrepreneuriale devrait être adoptée pour l'affectation efficace des ressources dans une planification stratégique (chapitre 6, pages 179-187). Avec une telle approche, seules les conséquences internes entrent dans l'analyse. Dans ce cas, pour un service des routes, celles qu'il serait seul à supporter. Ce peuvent être des conséquences matérielles, par exemple des dommages à des ouvrages, ou immatérielles, par exemple des primes de compensation en cas de perte de vies humaines. Toutes les conséquences supportées par le décideur doivent, par principe, être prises en compte dans une analyse de risques. En plus des conséquences directes dues à la réalisation de l'événement potentiel, les conséquences indirectes sont à considérer. Par conséquences indirectes on entend des dommages ou des avantages qui résulteraient d'une combinaison d'événements ou qui dépasseraient les conséquences directes. (chapitre 2.3.2, page 38). Le décideur est confronté à l'incertitude de savoir si les conséquences évaluées sont correctes; il est souvent tenté de faire valoir d'autres conséquences indirectes en invoquant un facteur d'aversion. Les développements de ce projet ont montré que l'utilisation de facteurs d'aversion conduit à un engagement inefficace des ressources, ne répond pas aux règles éthiques et de ces faits doit être exclue (chapitre 2.4.3, pages 42-43).

Pour autant que les probabilités d'occurrence et les conséquences puissent être modélisées, le risque peut être calculé (chapitre 3.4-3.5, pages 72-96). Le concept de risque, défini comme le produit de la probabilité d'occurrence par les conséquences, peut être étendu en prenant aussi en compte, à part les conséquences, le profit d'un événement; l'évaluation du risque peut être alors liée directement à la **théorie de la décision**.

Le but principal de l'analyse de risques est de fonder la prise de décisions. La base d'une recherche de décision est une fonction d'objectifs définis du décideur. Entrent dans cette fonction l'utilité d'une mesure, ses coûts, et les risques d'un échec. Chaque utilité et les coûts de l'ensemble du cycle de vie sont pris en compte. La décision optimale – et seule acceptable par le décideur – est celle qui maximise les effets et minimise les coûts (chapitre 8.1, pages 193-200). Les mesures ont des effets différenciés sur les buts poursuivis. D'une part les coûts s'élèvent, d'autre part le risque diminue. Dans certains cas les mesures permettent aussi de modifier le terme utilité dans la fonction d'optimisation. Pour beaucoup d'applications on peut admettre que l'utilité est indépendante de la mesure. Dans ces cas, elle n'influence pas la décision et peut être négligée.

La question suivante est alors de savoir si la décision prise peut également être acceptée. Chaque acte d'un décideur est une décision active. La décision la plus simple, et probablement aussi la plus fréquente, est de ne prendre aucune mesure. Celle-ci est prise en général de manière passive: le décideur n'a pas pris conscience de la problématique et n'a fait aucune analyse. Indépendamment de la décision, une part de risque subsiste dans l'objectif du décideur. Ce risque, qui est aussi présent avec la prise d'une décision optimale, peut être qualifié de **risque résiduel** (cha-

pitre 8, pages 193-220). Le contrôle de l'acceptance peut être effectué sur des critères spécifiques. Une limite absolue pour un risque accepté ne peut et ne doit pas être prescrite.

Le seuil d'acceptabilité d'un risque peut être mesuré au travers de l'efficacité de la réduction de risques offerte par la mesure envisagée. L'idée en est que la modification marginale du risque soit plus grande ou égale aux coûts des mesures correspondantes (chapitre 8, pages 193-220). D'un point de vue social, il est judicieux d'investir autant que nécessaire pour atteindre un équilibre entre le risque et les coûts. Le risque calculé ici, correspondant au critère d'acceptance, ne correspond pas à la part de risque subsistante dans l'objectif du décideur évoquée dans le paragraphe précédent.

Le risque utilisé pour l'établissement du critère d'acceptance est une part de risque social qui correspond à la probabilité d'occurrence d'un événement multipliée par les coûts limites fixés. Ces coûts limites reflètent la valeur que la société se devrait de payer pour la sécurité de personnes. Les coûts limites doivent garantir une attribution juste et efficace des ressources sociales. Il ne faut en revanche pas se méprendre et associer ces coûts à la valeur d'une vie humaine (chapitre 3.7, page 109).

On propose pour la détermination des coûts limites l'utilisation du Life Quality Index (*LQI*). Son établissement et son application sont illustrés dans ce rapport (chapitre 3.8, pages 120-131, et chapitre 8, pages 193-220). Le *LQI* est un indicateur social composé. Il est basé sur trois indicateurs qui permettent de décrire les préférences d'une société par rapport à la sécurité des personnes. Le produit intérieur brut est un indicateur qui caractérise le bien-être financier d'une économie nationale. L'espérance de vie à la naissance est un indicateur reconnu. Il est utilisé par exemple pour représenter le niveau de vie, le système de santé, le niveau de formation. L'espérance de vie reflète la performance du système de santé et est dépendante des investissements pour la sécurité sur tous les plans de la société. Le rapport entre durée de vie et temps de travail est le troisième indicateur. Il constitue une mesure pour la vie en bonne santé (chapitre 3.8, pages 120-131). L'avantage du *LQI* pour la détermination des coûts limites repose sur le fait qu'il se base sur le concept de la préférence observée. Il est ainsi conforme à la théorie de la consommation et peut être établi et fondé rationnellement (chapitre 3.7, pages 109-120). De plus, il se laisse évaluer sans études intensives, car il découle directement des données de l'office fédéral de la statistique. Il peut être facilement actualisé dans le temps (chapitre 3.8, pages 120-131).

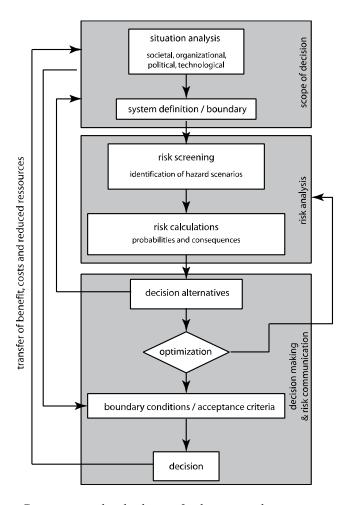
Pour ce projet, l'acceptance se réfère exclusivement à la sécurité des personnes. La probabilité d'occurrence et les coûts limites concernent ainsi seulement les cas de décès. D'autres coûts limites peuvent être traités, selon la problématique posée, de manière analogue au procédé présenté ici. A ce stade on dispose de tous les outils nécessaires pour déterminer et apprécier les risques consécutifs à des actions extraordinaires sur un système donné. La décision optimale peut être définie et son acceptance être contrôlée. La classification des conséquences dans le système traité dans ce projet – distinction entre conséquences directes et conséquences indirectes – offre la possibilité de réaliser des revues de système et de juger le système sur sa robustesse (chapitre 7, pages 187-193), en plus des manipulations et des évaluations conscientes de toutes les conséquences déterminantes. La robustesse est à comprendre dans une définition analogue à celle des normes en vigueur. Les conséquences d'un événement ne devraient pas être surévaluées par rapport aux effets réels de l'événement. Dans ce sens la robustes-

se est à comprendre comme le rapport entre les risques directs et les risques totaux. Les risques directs se calculent par la multiplication des probabilités d'occurrence et des conséquences directes. La possibilité est ainsi ouverte, même avec une option de décision optimale, d'en savoir plus sur le comportement du système et d'identifier des éléments critiques de celui-ci. C'est également une aide pour reconnaître les mesures efficaces.

Ce travail se termine avec une perspective sur les utilisations possibles des résultats acquis au cours de ce projet (chapitre 9, pages 220-226). Il est proposé de déterminer les risques avec un modèle générique, comme par exemple les réseaux de Bayes (chapitre 3.5, pages 81-96). Ces modèles permettent de prendre en compte des spécificités locales et des informations liées à l'objet. Il est ainsi également possible de décrire et de traiter de façon générique des actions extraordinaires. L'avantage d'une description généralisée des actions extraordinaires est de pouvoir réaliser des analyses de risques même lorsque l'information sur l'action ou sur l'ouvrage est réduite. Le développement de réseaux de Bayes sur les bases des résultats acquis dans cette étude devrait être le pas suivant vers un traitement des risques (dus aux actions extraordinaires) qui soit délibéré, responsable, transparent et communicable.

## **Summary**

Why should risks be assessed, what is the advantage? The assessment of risks in isolation as little as the pure knowledge of the magnitude of risks is of limited or no value for decision making. Only if risk assessments are set in relation to specific objectives and a specific context, risk assessments provide a valuable basis for identifying risk reducing measures and for identifying the decision alternatives which are of benefit for the decision maker. Risk assessment is therefore the "tool of choice" which enables and supports decision making and ensures the efficient allocation and use of available resources. The question raised in the first sentence can thus only be answered if the context and the objectives of the risk assessments are clearly defined.



Generic procedural scheme of a decision making process.

The Swiss road authorities have the societal responsibility to focus on securing a sustainable and safe traffic on the Swiss roadway network. This responsibility involves a broad variety of planning and management tasks for which the responsibilities are distributed to different organizationally units. The management of the infrastructure and the safeguarding of an acceptable level of safety for the users of the roadway network are complex issues; to treat these issues consistently within the various organizational units of the roadway authorities necessitates that a consistent and generally applicable approach is made available.

The risk management for infrastructures subjected to accidental loadings represents such a problem setting. The portfolio of infrastructure facilities is inhomogeneous in the sense that it comprises various types of structures which are designed according to different generations of codes and standards. Furthermore, the structures are exposed to different types of natural and manmade hazards.

Risks are generally calculated through the probability that a certain event takes place multiplied with the corresponding consequences. Using this definition of risk it appears straightforward to calculate the risk. However, there are a number of issues which first must be specified; that concerns the objective of the decision making, which kind of consequences should be considered, which risk reducing measure is optimal and can the resulting residual risks be regarded as acceptable in a societal context? Especially these problems are addressed in this project and solutions are developed. The focus is set on three aspects, first, the development of a framework for the risk analysis, risk assessment and risk management, secondly, the predefinition of basic principles for the choice of a societal acceptable level of risk and thirdly, the development of a methodology for the quantification of risks due to accidental loads.

The development of a generic methodology for the risk assessment and the risk management forms the framework of this project. The principles of risk assessment can be understood as the prerequisite for a comprehensive and a consistent risk assessment (chapter 2, pp. 29-47). Furthermore, these principles form the basis for establishing a best praxis in the field of risk assessments. They ensure that risks are assessed according to the same philosophy and on the same basis, so that the risks can be compared and aggregated and thereby facilitates that decisions can be made on a transparent and communicable basis.

The starting point for every risk assessment is the definition and modeling of the considered system. The essential point hereby is to consider all relevant components which might influence the decision making process. The system definition includes all physical components, all relevant hazards and processes, all possible decision alternatives and influences of the surrounding world as well as all possible consequences. The system can be defined as temporal, spatial, phenomenological and physical modeling of the real world in regard to all relevant processes, events, their consequences and their interdependencies (chapter 2.3, pp. 34-39). The indicators which are used to describe the system are subjected to uncertainties. The Bayesian statistic is considered as basis for the representation of knowledge as this facilitates the consistent representation of these uncertainties independent of their source and type (chapter 2.3.1, pp. 37-38 and chapter 3.1, pp. 47-57).

Accidental loads include impacts from natural hazards such as rock-falls, avalanches, debris-flows and loads resulting of human activities such as vehicle impact, fire and explosions. The specific characteristics of accidental loads are associated with large uncertainties. Information and data on such loads are in general not available. Additionally, these loads have a highly site and object specific nature.

The phenomenological description of processes of natural hazards is generally well advanced. This supports the understanding of these processes, but in general these descriptions do not

directly account for the inherent probabilistic characteristics of the hazards. In chapter 4.1, pp. 131-141 it is shown how physical and phenomenological models can be used for the probabilistic modeling of such hazards.

Hazards due to vehicle accidents on the roads have slightly different characteristics compared to natural hazards. As the initial event the vehicle accidents are identified. Based on this initial event, hazards such as impact, fire and explosions can be described (chapter 4.2, pp. 131-154).

Accidental loads can cause damages or failures of infrastructural facilities. The load model combined with an adequate model for the resistance of the structure forms the basis for the assessment of the reliability of structures (chapter 5.1, pp. 154-168 and chapter 3.2-3.3, pp. 57-72). As mentioned before, the existing infrastructure was designed and constructed in accordance with different generations of codes and standards. Information on the year of design and construction of a structure can serve as a first risk indicator. It is shown that the reliability of structures has changed over the code generations. The change of the reliability over time is illustrated for principal design cases. Insufficient reliability of components of structures is observed for specific load combinations (Chapter 5.2, pp. 168-179). This information can be used as a starting point for a more detailed analysis. The methodology described in chapter 5.2 has a generic character and can be adapted to other design cases to get more detailed information in regard to critical components and load combinations.

The failure of structures and damage in structures lead to many different types of consequences. Not all consequences can be directly expressed in monetary units and therefore, they cannot be assessed nor be aggregated. Different methodologies to monetarise consequences are envisaged and discussed in this report (chapter 3.7, pp. 109-120). The principle idea behind these approaches is to model the preferences of society in regard to non-tradable goods and to deduce from this model a corresponding or equivalent monetary value.

The available approaches can be classified into three categories, namely the contingent valuation method, the revealed preferences method and the informed preferences method (chapter 3.7, pp. 109-120). The contingent valuation method is based on surveys. Thereby, different scenarios are developed and presented to an expert. The simplest survey setting is that the expert has to estimate how much she/he is willing to pay for a specific non-tradable good. This method is controversial among researchers since the expert does not have to make a real decision and thus does not carry any potential consequences resulting from the decision. Therefore, the answers of such surveys often do not reflect the real preferences of the individuals of society.

The concept of the **revealed preferences method** is to deduce the preferences of society by observing the behavior and the investments of individuals into different goods. This methodology is consistent with the consumption theory in economics. The third method is the **method of informed preferences**. This methodology was developed to close an existing gap between the actual (observable) and the real preferences. The revealed preferences method might lead to a misinterpretation of the real preferences, since the decision maker might not be fully informed to take all considerations into account. Observed decisions under the boundary condition of full information would reflect the true preferences of the individuals in the society. The informed preferences are, however, more a philosophical construct than an applicable methodology.

Therefore, it is recommended to use method of the revealed preferences as the appropriate basis to assess the monetary value of non-tradable goods. Such non-tradable goods which might be

considered in the risk assessment are e.g. the value of a statistical life, consequences due to an increased level of noise or environmental pollution.

Consequences typically come in different units and different forms. But which consequences should be reasonably taken into account in the risk assessment? This can only be answered if the problem settings for the risk assessment are clearly defined and the decision maker is identified. In this project decision makers acting as agents for the society and decision makers acting under microeconomic conditions are differentiated (chapter 6, pp. 179-187).

In the latter type of decision making only internal consequences are considered in the risk analysis. Internal consequences are defined as the consequences which the road authorities have to pay given that an event occurs. Internal consequences are tangible consequences such as property damages, as well as consequences associated with e.g. compensations for injuries and fatalities. All consequences which have to be paid by the decision maker have to be included in the risk analysis. In case the decision maker acts on behalf of society also external consequences such as user costs might be considered in the analysis.

For the assessment of the consequences it is helpful to distinguish between direct and indirect consequences. Direct consequences are directly related to an event and corresponding damages to the constituents of the considered system. Indirect consequences can be defined as all consequences beyond the direct consequences and thus specifically address system functionality losses and derived consequences. Indirect consequences might also be associated with consequences evolving over the spatial and temporal boundaries of the considered activity or facility. (chapter 2.3.2, p. 38). These are sometimes also referred to as follow-up consequences.

Once the system is defined, the probability of occurrence assessed and the consequences defined, the risk can be calculated (chapter 3.4-3.5, pp. 72-96). The concept of risk can directly be combined with the decision theory by considering additionally to the consequences of an event also the benefits. This extension opens the door to identify optimal decisions and to support strategic planning.

The optimal decision can be identified through the definition of an objective function representing the preferences of the decision maker. This function contains the benefit achieved from a considered decision alternative, the costs associated with the considered decision alternative and the risks associated with potential failure events. All costs and benefits over the life cycle of a structure should be considered in this objective function. The optimal decision corresponds to the decision alternative which maximizing the objective function of the decision maker (Chapter 8.1, pp. 193-200). Possible decision alternatives might have different effects on the objective function; they might increase costs, they might reduce the risks and they might influence the benefits. In many decision problems it is reasonable to assume, that the benefit associated with different decision alternatives is the same and therefore, that the benefit does not influence the decision. In these cases the assessment and inclusion of the benefit in the objective function might be neglected.

Depending on the situation at hand, decision makers may feel uneasy with the direct application of expected utility theory as basis for decision ranking. There are principally two reasons for this; the decision maker is uncertain about either the assessment of the consequences

entering the utility function or the probabilistic modeling of the associated uncertainties. In order to account for the possible misjudgments of utility, decision makers feel inclined to behave risk averse – i.e. give more weight in the decision making to infrequent events of high consequences (typically events for which knowledge and experience is limited) compared to more frequent events with lower consequences (for which the knowledge and experience may be extensive). Approximations in such cases through risk aversion factors are not appropriate; they rely on extrapolation and do not facilitate the identification of risk reduction measures. Furthermore, they lead to an inefficient unethical use of resources and they do not facilitate transparent risk communication (Chapter 8, pp. 193-220).

Once the optimal decision is identified, it has to be judged whether the decision is acceptable. Independent upon the decision which is made and to which extend risk reducing measures are performed, a residual risk remains. The acceptability of the residual risks can be evaluated by measuring the efficiency of potential risk reducing measures. The idea is that the marginal change in the risk should be equal or larger than the cost issued for this marginal change (Chapter 8, pp. 193-220). From a societal viewpoint it is reasonable and necessary to invest into risk reducing measures until the costs associated with risk reduction measures are balanced with the monetary value of the risk reduction.

The calculated risk-term used for the marginal cost criterion is not the same risk-term as in the objective function. While in the objective function all consequences are considered in the risk-term, here only the risk due to one objective is considered, namely the type of consequences for which the acceptability should be assessed. Normally, the acceptability in regard to safety of persons is a boundary condition which must be considered. In these cases only the fatalities are considered in the risk-term and the reduction of the risk is therefore only related to fatalities. The marginal costs reflect the value which is reasonable to invest into an action to prevent intangible consequences. As a consequence, the marginal costs should ensure the fair, consistent and efficient allocation of resources in society in regard to risk reduction measures.

The marginal costs should not be misinterpreted as the real value of an intangible good such as the value of a live which actually does not exist (chapter 3.8, pp. 120-131). For the acceptability in regard to safety of persons it is recommended to employ the Life Quality Index (LQI) to determine the marginal costs of substitution (chapter 8, pp. 193-220). The LQI is a compound social indicator based on three parameters. These parameters are identified to be able to describe the societal preferences in regard to investments into safety measures. The parameters are the gross national product per capita GDP, the life expectancy at birth and the fraction of life spend to earn a living. The GDP represents the financial prosperity of an economy and the life expectancy at birth is an aggregated indicator reflecting e.g. the living standard, the health system and the level of education in a given society. The life expectancy strongly depends on investments into safety at all levels of society. The third parameter is the fraction of life spends to earn a living which is an indicator for a life in good health condition (Chapter 3.8, pp. 120-131). The advantage associated with the use the LOI for the determination of the marginal costs for investments into safety is its philosophical and methodical background. The LQI is based on the concept of revealed preferences and can mathematically and empirically be justified (chapter 3.7, pp. 109-120). Additionally, the LOI can be directly determined by using existing data from the federal statistical office. Extensive studies are not necessary and the LQI can periodically be updated. The focus in this project is set on the safety of persons and the derived marginal costs refer only to this; marginal in the sense, how much should be invested into a safety measure for avoiding the last lost life? Marginal costs for other objectives such as environmental pollution can be derived analogously. Nevertheless, this necessitates the deduction of an appropriate societal preference model like the *LQI*; such are still to be developed for damages to the qualities of the environment.

With the above described tools the risks in a defined system for accidental loads can be derived, the optimal decisions can be identified and the acceptability of thes decisions can be evaluated. As discussed before, it is suggested to categorize the consequences into direct and indirect consequences. This categorization has some major advantages. It ensures the conscious and responsible assessment of all relevant consequences. It is shown how system considerations can be made and a metric to quantify the robustness of systems is developed (chapter 7, pp. 187-193). This metric complies with the definition of robustness in the modern codes and standards of relevance for the design and assessment of structures. Many of these codes specify that structures should be robust in the sense that that the consequences of structural failure should not be disproportional to the effect causing the failure. That leads to the definition of the robustness as the ratio of the expected value of direct consequences to the expected value of the total consequences. By using this metric the system response and the system performance in different situations can be evaluated. Critical system components can be identified and therefore, the metric assists also to identify efficient risk reduction measures.

Finally, an outlook on different possible applications of the findings of this project is given (chapter 9, pp. 220-226). It is recommended to develop generic risk models for specific structures in the portfolio of the road authorities by using Bayesian-Probabilistic-Networks (chapter 3.5, pp. 81-96). By implementing site and object specific information and characteristics of the structures these models can be used to assess and to aggregate the risk over the whole portfolio of structures under the responsibility of the Swiss road authorities. The major advantage of the generic models is that the risk assessment can also be performed in cases where not all information is available. In Annex C of this report an example for such a model is provided. The development of generic risk models based on the findings of this project constitutes an important and logical step towards a conscious, responsible and transparent treatment of risks.

## 1. Einleitung und Problemstellung

Herkömmliche Infrastrukturbauwerke, wie z.B. Brücken und Tunnel, werden gemäss vorgeschriebener Normen und Richtlinien bemessen, errichtet, betrieben und unterhalten. Mittels partieller Sicherheitsbeiwerte und Lastkombinationsfaktoren wird die Zuverlässigkeit der Bauwerke in Bezug auf die absehbaren Einwirkungen während der Lebensdauer bestimmt. Das erreichte Zuverlässigkeitsniveau kann als ein Kriterium betrachtet werden, das über hunderte von Jahren hinweg durch Erfahrungen im Bauwesen "kalibriert" wurde. Nur in den neuesten Bemessungsnormen z.B. Eurocodes und Swisscodes wurde das Zuverlässigkeitsniveau analytisch kalibriert und/oder bewertet. Moderne Bemessungsnormen werden kalibriert, so dass die nominale Bauwerkszuverlässigkeit dem akzeptierten Risiko entspricht. Jedoch entspricht die tatsächliche Bauwerkszuverlässigkeit dem Restrisiko, d.h. der Summe aus akzeptierten Risiken und den Risiken infolge menschlicher Fehlhandlungen. Hierbei sollen menschliche Fehlhandlungen in einem weiteren Sinn verstanden werden. Diese sollen auch grobe Fehler beinhalten, die bei der Bemessung, Ausführung und während des Betriebs gemacht werden; aber auch Fehler infolge des Vernachlässigens von aussergewöhnlichen Einwirkungen (Steinschlag, Erdrutsch, etc.) und Einwirkungen infolge von Unfällen (Anprall, Brand, etc.).

Lasteinwirkungen, die als unerheblich betrachtet werden oder die von der angewendeten Norm nicht direkt berücksichtigt werden, gehören dazu. Mittels Qualitätskontrolle werden grobe Fehler innerhalb vernünftiger Grenzen gehalten, während die Risiken infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen und Einwirkungen infolge von Unfällen in den meisten Fällen unbekannt sind.

Der Bauwerkseigentümer oder die zuständige Organisation ist für eine kosteneffiziente Verwaltung und einen kosteneffizienten Betrieb verantwortlich. Dies beinhaltet auch den Umgang mit Risiken und bedeutet das Auffinden eines sozioökonomischen Gleichgewichts zwischen der Investition in Bauwerkszuverlässigkeit und dem Nutzen infolge einer Risikoreduktion. Um dieses höchst schwierige Entscheidungsproblem zu bewältigen, ist es von besonderer Wichtigkeit, folgendes zu erstellen:

- Ein Verfahren für die Quantifizierung von Restrisiken infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen und Einwirkungen infolge von Unfällen.
- Ein Grundprinzip für die Wahl von akzeptierbaren Risikoniveaus.

Des Weiteren ist es unerlässlich, eine philosophische Basis für die Risikobeurteilungen zu entwickeln, so dass das Risiko gesellschaftlich akzeptiert werden kann.

Das vorliegende Projekt verfolgt zwei Ziele. Zum Ersten wird eine Methodik zur Quantifizierung von Risiken infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen und Einwirkungen infolge von Unfällen entwickelt und dargestellt. Zum Zweiten werden die philosophischen Grundlagen und die Methodik bei der Beurteilung von Risikoakzeptanz identifiziert.

#### 1.1. Überblick über den Bericht

Das Kapitel 2 mit dem Titel *Prinzipien der Sicherheitsbewertung* bildet die allgemeine Grundlage für Risikoermittlungen und Sicherheitsbewertungen. Diese Grundlagen sollen sicherstellen, dass alle Sicherheitsbewertungen auf der gleichen konsistenten Basis durchgeführt werden.

Im Kapitel 3 sind Grundlagen zusammengestellt. Die Grundlagen enthalten probabilistische Methoden zur Berechnung des Risikos, aber auch wirtschaftswissenschaftliche Grundlagen, die die Basis zur Ermittlung der Konsequenzen und der Akzeptanzkriterien bilden. Unterschiedliche Methoden zur Ermittlung des Wertes nicht handelbarer Güter werden vorgestellt und diskutiert.

Kapitel 4 beschreibt die probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen, die sowohl anthropogenen als auch natürlichen Ursprung haben können.

Mit der probabilistischen Beschreibung der Widerstände befasst sich das Kapitel 5. Ein Fokus wird auch auf ältere Normengenerationen gerichtet, so dass es ermöglicht wird, die Versagenswahrscheinlichkeit auch für ältere Tragwerke zu berechnen. Ein Vergleich der Zuverlässigkeiten der unterschiedlichen Bemessungskonzepte schliesst das Kapitel.

Neben der Eintretenswahrscheinlichkeit müssen in der Risikoanalyse auch die Konsequenzen bestimmt werden. Kapitel 6 beschäftigt sich mit diesem Aspekt und macht einen Vorschlag, welche Konsequenzen für die Entscheidungsfindung berücksichtigt werden sollten.

Neben einem akzeptablen Risiko sollen Tragwerke auch robust sein. In Kapitel 7 wird eine risikobasierte Methode zur Quantifizierung der Robustheit vorgestellt. Die Robustheit kann auch bei der Planung von Massnahmen als Entscheidungskriterium dienen.

Mit der Beurteilung des Risikos beschäftigt sich Kapitel 8. Zunächst wird ein generelles Akzeptanzkriterium vorgestellt, das auf der Maximierung des Nutzens des Entscheidungsträgers basiert. Dieser muss jedoch nicht zwangsläufig auch akzeptabel für die Gesellschaft sein. Im zweiten Teil des Kapitels wird ein gesellschaftliches Akzeptanzkriterium vorgestellt.

Im letzten Kapitel des Berichtes wird ein Ausblick auf eine mögliche Anwendung der vorgestellten Methoden und Ergebnisse gegeben.

Im Anhang A sind die Ergebnisse eines Risk-Screenings, welches im Rahmen dieses Projektes durchgeführt wurde, zusammengestellt. Die Ergebnisse unterstützen die Risikoermittlung. Im Anhang B ist ein Fallbeispiel vorgestellt. In diesem wird das Risiko an einer Steinschlaggalerie infolge Steinschlags ermittelt. Der Anhang C zeigt exemplarisch den Einsatz von Bayes'schen Netzen in einer Risikoanalyse. Beispielhaft wird das Risiko für Stützenanprall an einer V-Stiel Brücke berechnet.

## 2. Prinzipien der Sicherheitsbewertung

### 2.1. Der risikobasierte Entscheidungsprozess

Die Ermittlung von Risiken und deren Reduktion durch Massnahmen ist ein entscheidender Schritt in einem risikobasierten Entscheidungsprozess. Das Ziel des Kapitels *Prinzipien der Sicherheitsbewertung* ist es, die Voraussetzungen für eine übergreifende und konsistente Methode für die Risikoanalyse darzulegen.

Die Beurteilung, ob ein Risiko akzeptierbar ist, ob eventuell Massnahmen ergriffen werden müssen und, ob die Massnahmen dann auch zu einem akzeptierbaren Risiko führen, ist eingebunden in einen risikobasierten Entscheidungsprozess. Alle in diesem Dokument beschrieben Methoden lassen sich in diesen Entscheidungsprozess eingliedern. Für die praktische Anwendung und für den Einsatz der hier beschriebenen Methoden wird daher das generelle Vorgehen bei einer Risikoanalyse erläutert.

In Abbildung 1 ist das Ablaufschema einer Risikoanalyse, angelehnt an Steward und Melchers (1997), in einer weiterentwickelten Form dargestellt. Dieses Schema wird bei Risikoanalysen in der Regel explizit oder implizit angewendet. Die explizite Anwendung hat den Vorteil, die Risikoanalyse zu formalisieren und Grundlagen in den einzelnen Teilphasen zu festzulegen. So kann ein einheitlicher, vergleichbarer und nachvollziehbarer Entscheidungsprozess garantiert werden.

Die Risikoanalyse und der Entscheidungsprozess muss in einem klar definierten Kontext gestellt werden.

Die Festlegung des Entscheidungsrahmens beinhaltet die Situationsanalyse und die Definition des Systems. In der Situationsanalyse wird zunächst der Entscheidungsträger identifiziert sowie für wen die Entscheidung getroffen werden soll. Dies ist insbesondere wichtig, um die Konsequenzen, die den Entscheidungsträger betreffen auch richtig zu erfassen. Ein privates Unternehmen wird in einer Risikoanalyse nur die Konsequenzen betrachten, die es selbst zu tragen hat. Werden Entscheidungen auf gesellschaftlicher Ebene getroffen, so müssen auch Konsequenzen berücksichtigt werden, die die Gesellschaft betreffen. Die Situationsanalyse legt auch fest, welche Fragestellung beantwortet werden soll. Mit dieser Information ist es möglich, das System zu definieren und abzugrenzen. Einige Aspekte der Systemmodellierung sind der zeitliche und räumliche Rahmen, die Identifizierung von Konsequenzen und der Detaillierungsgrad der Risikoanalyse.

Die Risikoermittlung kann in zwei Teile gegliedert werden. Der erste Teil, das Risk-Screening, erlaubt die Identifikation der massgebenden Gefahrenszenarien, die zu Konsequenzen führen können. Neben der Identifikation der Gefahrenszenarien ist eine der wichtigsten Aufgaben des Risk-Screenings der Ausschluss von Szenarien, die keine weitere Betrachtung bedürfen.

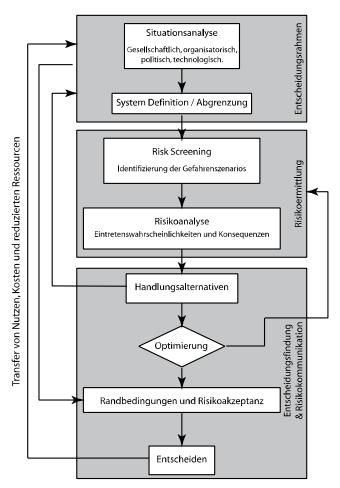


Abbildung 1: Generisches Ablaufschema eines risikobasierten Entscheidungsprozesses.

Der zweite Teil der Risikoermittlung ist die Risikoanalyse. In diesem Teil werden die Risiken quantifiziert. Dazu werden sowohl die Eintretenswahrscheinlichkeiten als auch die Konsequenzen berechnet. Zur Ermittlung der Risiken stehen viele unterschiedliche Methoden zur Verfügung. Die angemessene Wahl eines Verfahrens wird durch den Detaillierungsgrad bestimmt. In diesem Bericht werden nur quantitative Verfahren betrachtet und vorgestellt.

Der letzte Teil ist die Entscheidungsfindung und die Risikokommunikation. Entscheidungen können nur getroffen werden, wenn unterschiedliche Handlungsalternativen zur Verfügung stehen. Für jede dieser Handlungsalternativen kann eine Risikoanalyse durchgeführt werden. Eine Handlungsalternative kann dabei auch immer das direkte akzeptieren von Risiken sein.

Die Optimierung ist ein wesentlicher Schritt, wenn die Handlungsalternativen identifiziert und die korrespondierenden Risiken ermittelt sind. Sie ermöglicht die für den Entscheidungsträger beste Alternative zu identifizieren. Die beste Handlungsalternative ist diejenige, die Nutzen des Entscheidungsträgers maximiert. Ob diese Handlungsalternative auch akzeptierbar ist, ist mittels Randbedingungen und Akzeptanzkriterien zu prüfen. Solche Randbedingungen sind von der Gesellschaft oder direkt vom Gesetzgeber vorgegeben und sollen verhindern, dass resultierende Konsequenzen aus der Entscheidung Einzelner von dritten Parteien getragen werden müssen.

Ist die Entscheidung für eine machbare Handlungsalternative getroffen, bedeutet das auch den Transfer von Kosten, Nutzen und eventuell reduzierter Ressourcen auf die nächste Entscheidungssituation.

Nachdem das generelle Vorgehen bei einer Risikoanalyse hier kurz vorgestellt wurde, wird im Folgenden auf die philosophischen Grundlagen zur rationalen Risikoanalyse eingegangen und die verschiedenen Gesichtspunkte der Risikoermittlung beleuchtet.

### 2.2. Grundlagen der Risikobewertung

#### 2.2.1. Risikobewertung und Entscheidungsfindung

Die Entwicklung und das Management von Infrastruktur (z.B. das Strassensystem mit all seinen Komponenten) ist eine zentrale Aufgabe der Gesellschaft. Der gesamtheitliche Entscheidungsprozess umfasst alle Aspekte im Lebenszyklus der Infrastruktur, inklusive der Planung, des Entwurfs, des Baus, des Unterhalts, des Betriebs, sowie des Rückbaus der Infrastruktur. Die Anforderung der Gesellschaft an diese Systeme ist eine Verbesserung der Lebensbedingungen der heutigen und der zukünftigen Generationen. Im Gegensatz dazu fokusiert das einzelne Subjekt unserer Gesellschaft in vermehrtem Masse auf die Maximierung seines ökonomischen Ertrags.

Sind alle Aspekte, die den Entscheidungsprozess beeinflussen, mit Sicherheit bekannt, so könnten Entscheidungen auf Grund von Kosten-Nutzen-Analysen getroffen werden. Einerseits sind aber die Modelle, die wir verwenden, nur Abbildungen der Wirklichkeit und geben die Realität nur mit Unschärfen wieder. Andererseits sind auch das Verhalten und die Reaktionen der Entscheidungsträger unscharf. Aus diesem Grund ist es nicht möglich, die Auswirkungen verschiedener Entscheidungen mit deterministischen Methoden zu untersuchen. Dies kann nur mittels probabilistischen Formulierungen erreicht werden.

Wird das Konzept des Risikos, definiert als Produkt aus Eintretenswahrscheinlichkeit multipliziert mit den Konsequenzen, erweitert, indem neben den Konsequenzen auch der Nutzen aus einem Ereignis berücksichtigt wird, dann kann die Risikoermittlung direkt mit der Entscheidungstheorie verknüpft werden (Von Neumann und Morgenstern (1944), Raiffa und Schlaifer (2000)). Damit steht ein methodischer Rahmen zur Verfügung, der die konsistente Identifizierung von optimalen Entscheidungen ermöglicht. Dieser Ansatz wird als theoretische Basis der risikobasierten Entscheidungsfindung verwendet. Im Folgenden wird auf die Anwendung der Risikoanalyse zur Entscheidungsunterstützung im Ingenieurwesen eingegangen.

## 2.2.2. Entscheidungen und Entscheidungsträger

Jede Entscheidung hat Konsequenzen, die zur Bindung von Ressourcen führen kann. Der Entscheidungsträger ist dabei eine Person, eine Organisation oder eine Behörde, welche über den Einsatz von Ressourcen bestimmen kann und die Verantwortung trägt. Der Entscheidungsträger

#### 2. Prinzipien der Sicherheitsbewertung

muss die Konsequenzen, die aus diesen Entscheidungen resultieren, gegenüber Dritten zu vertreten. Die Entscheidungen, welche ein Entscheidungsträger trifft, sollten zu einem Gleichgewicht zwischen dem erwarteten Schaden und dem erwarteten Nutzen führen. Der Schaden bzw. der Nutzen einer Entscheidung hängt dabei stark von den Präferenzen des Entscheidungsträgers ab. Die getroffenen Entscheidungen sind also abhängig davon, wer der Entscheidungsträger ist und wem der Nutzen aus den Entscheidungen zu Gute kommt. Daher ist es essentiell, den Entscheidungsträger zu identifizieren.

Im Allgemeinen können in Abhängigkeit vom politischen System und der gesellschaftlichen Struktur sechs Ebenen der Entscheidungsfindung definiert werden: überstaatliche Behörden, nationale Behörden oder Regulierungsbehörden, lokale Behörden, private Eigner, private Betreiber und Interessensvertreter. Die Strassenverwaltungen agieren als nationale Behörden und ihre Entscheidungen repräsentieren die Interessen und Präferenzen der heutigen und zukünftigen Gesellschaft auf nationaler Ebene.

#### 2.2.3. Zielsetzungen und Einheiten

Es können drei verschiedene Typen von Bemessungseinheiten unterschieden werden, die als Mass für die Zielsetzung verwendet werden können: natürliche, konstruierte und vertretende Einheiten. Die natürlichen Einheiten sind übliche Interpretationen, wie z.B. monetäre Konsequenzen oder Anzahl an Todesfällen (vgl. 2.3.2). Für andere Ziele, wie z.B. einen Anstieg des internationalen Prestiges, ist es schwierig, natürliche Einheiten zu verwenden. Aktuelle Beispiele, in denen solche konstruierten Einheiten eingesetzt werden können, um Konsequenzen abzubilden, sind Tunnelunglücke, die international Aufmerksamkeit erregen. Um diese zu bewerten, können konstruierte Einheiten verwendet werden. Dies kann über eine verbale Beschreibung der unterschiedlichen Ebenen des Ausmasses erfolgen. Ein numerischer Indikator kann diesen Ebenen dann zugeordnet werden. Ein Beispiel, in denen eine konstruierte Einheit in eine natürliche Einheit überführt wurde, ist das Bruttosozialprodukt eines Landes. Dieser Indikator enthält verschiedene Faktoren, deren Zusammenschluss ein Mass für die ökonomische Aktivität eines Landes ist. In anderen Fällen, in denen es schwierig ist, eine Einheit zur Erreichung eines Zieles festzulegen, können vertretende Einheiten eingesetzt werden. Mit diesen Einheiten können dann die Zielsetzungen bewertet werden. Beispiele für solche Einheiten sind Zufriedenheit, Sicherheit oder Gleichberechtigung.

#### 2.2.4. Präferenzen

Sind die Einheiten, in denen gemessen werden soll, festgelegt, so müssen Modelle gefunden werden, die geeignet sind, um den Nutzen abzubilden. Dies kann erreicht werden, indem die Einheiten in eine Werteskala transferiert werden. Dies wird häufig mit Nutzenfunktion beschrieben. Es ist nicht immer offensichtlich, wie der Transfer erreicht werden kann. So kann es nötig sein, ein Entscheidungsproblem mit unterschiedlichen Attributen zu betrachten. Die Lösung impliziert aber immer eine Gewichtung der verschiedenen Merkmale.

Dieses Entscheidungsproblem mit mehreren Attributen kann als Austauschproblem zwischen verschiedenen Gütern gesehen werden. Dieser Austausch kann durch Nutzenfunktionen systematisch strukturiert werden. Diese Nutzenfunktionen ermöglichen den Vergleich zwischen den verschiedenen Merkmalen. Der Entscheidungsträger entscheidet sich dann für die machbare Alternative, die seinen erwarteten Nutzen maximiert. Risiko, wie es in Abschnitt 2.2.1 definiert ist, kann hier als Nutzenfunktion verstanden werden.

Die Attribute, die in die Nutzenfunktion einfliessen, werden durch den Entscheidungsträger bestimmt. In der gesellschaftlichen Entscheidungsfindung sind alle Attribute zu berücksichtigen, die den Nutzen der Gesellschaft beeinflussen. Betrifft die Entscheidungsfindung auch die Personensicherheit, so ist in der Nutzenfunktion der Wert eines statistischen Lebens zu berücksichtigen.

Der erwartete Nutzen wird als relatives Mass eingesetzt, um zwischen verschiedenen Handlungsalternativen zu unterscheiden. Die Alternative, die den Nutzen maximiert, wird aus allen möglichen Alternativen gewählt (vgl. Abbildung 69).

#### 2.2.5. Einschränkungen

Aus Absatz 2.2.4 wird deutlich, dass es Einschränkungen im Entscheidungsprozess gibt. Die Entscheidungstheorie ermöglicht nur die Auswahl der besten Alternative aus allen Alternativen. Dies bedeutet nicht, dass das erreichte Risikoniveau auch akzeptierbar ist. Dies muss anhand von Akzeptanzkriterien überprüft werden. Risiko-Akzeptanzkriterien stellen eine grundsätzliche Randbedingung in der Entscheidungsfindung dar. In Abbildung 69 ist dieser Bereich als akzeptierbarer Bereich bezeichnet. Ein Akzeptanzkriterium für die Personensicherheit kann unter Verwendung des *Life Quality Index* bestimmt werden. Detailliertere Ausführungen zu Akzeptanzkriterien finden sich in Kapitel 8.

Eine weitere natürliche Einschränkung ist, dass der erwartete Nutzen aus einer Handlungsalternative positiv sein muss. Dieser Bereich wird als vernünftiger Bereich bezeichnet.

### 2.2.6. Machbarkeit und Optimalität

Aus unterschiedlichen Handlungsalternativen und Massnahmen resultieren unterschiedliche Kosten oder Nutzen. Die optimale Entscheidung ist diejenige, mit der der Nutzen maximiert oder die Kosten minimiert werden können. Die machbaren Handlungsalternativen können durch die Akzeptanzkriterien beschränkt sein, so dass sich ein anderes Optimum ergeben kann. In Abbildung 69 ist der Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Handlungsalternativen und dem damit verbundenen erwarteten Gesamtnutzen dargestellt. Der erwartete Nutzen setzt sich dabei zusammen aus dem Nutzen der Handlungsalternative, den Kosten der Handlungsalternative und den Schadenskosten. Abbildung 69 verdeutlicht den Zusammenhang für kontinuierliche Handlungsalternativen. Gleiches gilt jedoch auch für diskrete Handlungsalternativen oder Kombinationen aus diskreten und kontinuierlichen Handlungsalternativen.

### 2.3. Systemmodellierung

Das Ziel der Entscheidungsträger ist es, den Nutzen ihrer Entscheidungen zu maximieren. Die Strassenverwaltungen oder ein Tiefbauamt als Vertreter der Gesellschaft ist bestrebt, den Nutzen für die Gesellschaft zu maximieren. Dafür müssen alle auftretenden Schäden für die Gesellschaft berücksichtigt werden. Diese Schäden können durch natürliche Prozesse, aber auch durch Unfälle oder durch vorsätzliches Handeln einzelner Mitglieder der Gesellschaft verursacht werden. Des Weiteren können diese Schäden durch fehlendes Wissen entstehen. Abbildung 2 stellt die risikobasierte gesellschaftliche Entscheidungsfindung über mehrere Generationen dar (Faber und Maes (2003)). Jede Entscheidung betrifft dabei nicht nur die momentane, sondern auch die folgenden Generationen.

Die Kenntnis des Systems, der umgebenden Welt, der Randbedingungen, der Entscheidungsmöglichkeiten, der Präferenzen und der Bestimmung des Nutzens ist essentiell für die Entscheidungsfindung. Hauptbestandteile der Entscheidungsfindung sind daher die Identifizierung der Elemente des Systems, der Akzeptanzkriterien sowie die Ermittlung der Eintretenswahrscheinlichkeit unterschiedlicher Ereignisse und deren Konsequenzen. Unterschiedliche Veränderungen im System können durch den Einsatz von Ressourcen erkauft und der Ertrag aus diesem System optimiert werden (vgl. auch Abbildung 69).

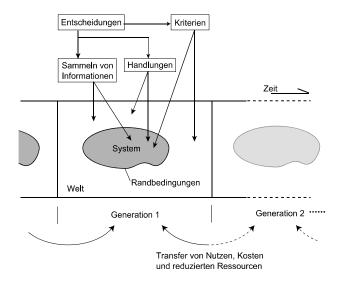


Abbildung 2: Wesentliche Bestandteile der risikobasierten nachhaltigen Entscheidungsfindung (Faber und Nishijima (2004)).

Jede Risikobewertung und folgende Entscheidungsfindung ist bedingt durch die Definition des Systems. Aus diesem Grund ist sowohl die konsistente und angemessene Modellierung des Systems als auch die transparente Dokumentation und Kommunikation der Systemdefinition von äusserster Wichtigkeit. Das System kann als räumliche, zeitliche und physikalische Modellierung der Wirklichkeit bezüglich der Prozesse, der Ereignisse und der Konsequenzen sowie deren Wechselwirkungen definiert werden. Es bezieht sich auf den Rahmen, in dem und für den Entscheidungen getroffen werden. Die Systemdefinition beinhaltet folgerichtig auch die Identifikation des Entscheidungsträgers und die beteiligten Interessenvertreter (vgl. auch 2.2.2). Für die Wahl eines Systems sollte ein Detaillierungsgrad gewählt werden, der die Bewertung und den

Vergleich von Risiken ermöglicht, die aus verschiedenen Entscheidungsmöglichkeiten resultieren. Der Detaillierungsgrad wird daher auch massgeblich durch die Fragestellung bestimmt. Im Kontext der Bemessung und der Beurteilung bestehender Strukturen, kann ein System aus einem Tragwerk, allen Einwirkungen, den Kosten aus Schäden am Tragwerk und Verlust von Menschenleben bestehen. Bei der Planung von Arbeiten an Strassen kann die Systemdefinition temporäre und räumliche Ausdehnung der Arbeiten, Anprall von Fahrzeugen, Konsequenzen infolge der Ausführung der Arbeit, Konsequenzen infolge Stau, Verletzte und den Verlust von Menschenleben beinhalten.

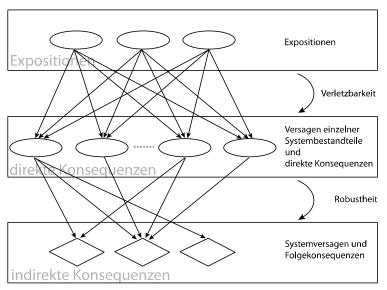


Abbildung 3: Generische Repräsentation der Systemkomponenten in der Risikoanalyse.

Eine generische Repräsentation der Bestandteile eines Systems ist in Abbildung 3 gegeben.

Verschiedene Expositionen wirken auf einzelne oder mehrere Bestandteile im System.

Eine Exposition für ein Bauteil kann die Verkehrslast oder auch ein chemischer Angriff aus der Umwelt darstellen. Für eine Verkehrsbaustelle könnten mögliche Expositionen auch aus menschlichen Fehlhandlungen resultieren, die zu Schäden an Schutzeinrichtungen oder zu Verletzten oder Toten führen könnten. Die einzelnen Bestandteile im System können dabei oft als erster Widerstand des Systems gegen die Expositionen gesehen werden. Der Schaden im System, der durch das Versagen einzelner Bestandteile des Systems hervorgerufen wird, ist mit direkten Konsequenzen verbunden. Direkte Konsequenzen können innerhalb des Systems verschieden sein. Sie können den Verlust von Menschenleben, monetäre Verluste, Veränderungen in der Qualität der Umwelt oder Veränderungen in den Eigenschaften der Bestandteile beinhalten.

Durch die Kombination verschiedener Expositionen mit den Schäden an den einzelnen Bestandteilen und deren Konsequenzen, können Folgekonsequenzen verursacht werden.

Ereignen sich mehrere Ereignisse gleichzeitig im System, so kann der totale Schaden grösser sein als die Summe der Einzelschäden. Es ist von äusserster Wichtigkeit solche Nichtlinearitäten im Konsequenzenmodell zu berücksichtigen. Auf die Modellierung dieser Konsequenzen sollte daher ein besonderer Schwerpunkt gelegt werden (Abbildung 4).

#### 2. Prinzipien der Sicherheitsbewertung

Ein Teil der indirekten Konsequenzen können als gesellschaftlich induzierte Konsequenzen bezeichnet werden. Sie entstehen durch das Verhalten der Gesellschaft nach Ereignissen, die als besonders schwerwiegend wahrgenommen wurden (Schubert et al. (2007)).

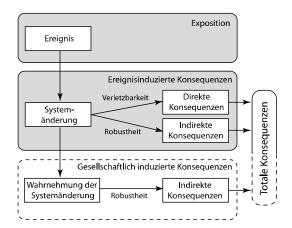


Abbildung 4: Repräsentation der Mechanismen, die Konsequenzen verursachen.

Betrachtet man beispielhaft wieder Tragwerk, dessen Exposition eine Belastung darstellt, so können die direkten Konsequenzen aus Schäden oder Versagen einzelner Bestandteile resultieren. Versagt das Tragwerk duch die Schädigung der einzelnen Bestandteile, so sind die Konsequenzen, die aus dem Versagen entstehen, den indirekten Konsequenzen zuzurechnen. Für eine Verkehrsbaustelle mit Expositionen aus menschlichen Fehlhandlungen können die direkten Konsequenzen aus Schäden an Bauteilen oder aus dem Verlust von Menschenleben resultieren. Indirekte Konsequenzen könnten Netzwerkkapazitätseinschränkungen sein. Der angemessene Detaillierungsgrad eines Systems ist von den betrachteten Charakteristiken der Problemstellung, d.h. von der zu optimierenden Entscheidung abhängig. Bei der Modellierung des Systems ist es wichtig, dass das Modell eine Risikoermittlung zulässt und dass verschiedene Entscheidungen bewertet werden können. Das Modell muss die Möglichkeit bieten, erlangtes Wissen über Zustände einfliessen zu lassen und die Risiken zu aktualisieren; zudem muss das Modell an zukünftige Zustände angepasst werden können.

Betrachtet man eine Risikobewertung eines Strassennetzes, so könnten Informationen über die Zusammensetzung des Verkehrs eine entscheidende Rolle für das Risiko von Staus spielen. Wie zuvor erwähnt ist die Risikobewertung immer bedingt auf die Systemrepräsentation. Die Modellierung des Systems ist daher besonders wichtig für die Entscheidungsfindung. Von grosser Wichtigkeit ist auch, dass der gewählte Detaillierungsgrad eines Systems eine logische Beschreibung der Ereignisse und der Prozesse, die einzeln oder in Kombination zu Konsequenzen führen können, zulässt (vgl. auch Abschnitte 2.3.2 und 2.3.3). Jeder Bestandteil eines Systems kann selbst als ein System betrachtet werden (vgl. auch Abbildung 7). So kann das System das gesamte Strassennetz eines Landes umfassen, in dem Strassenabschnitte einzelne Bestandteile des Systems darstellen. Das System kann aber auch nur einen Strassenzug umfassen, bei dem wiederum Strassenabschnitte und einzelne Infrastrukturbauten die Bestandteile sind. Auch einzelne Infrastrukturbauten mit ihren Bauteilen können als System erfasst werden. Durch Randbedingungen müssen die Schnittstellen und Interaktionen modelliert werden.

Eine generische Beschreibung des Systems ist in Abbildung 5 dargestellt. Auf die einzelnen Ebenen der generischen Systemcharakterisierung wird in den folgenden Kapiteln genauer eingegangen. Der Detaillierungsgrad des Systems hat dabei auch auf die drei Ebenen in der generischen Beschreibung einen Einfluss. So sind bei einer detaillierten Systemdefinition, z.B. als einzelne Komponenten einer Brücke, andere Expositionen entscheidend als bei der Berücksichtigung des gesamten Strassennetzes.

In der Entscheidungsfindung sind die herrschenden Bedingungen sowie einzelne Parameter in der Regel unsicher. Die Bayes'sche Entscheidungstheorie bildet eine Basis für den Umgang mit diesen Unsicherheiten, unabhängig davon, um welche Art der Unsicherheiten es sich handelt. Die Bayes'sche Entscheidungstheorie ermöglicht sowohl die Berücksichtigung von subjektiv oder analytisch ermittelten Unsicherheiten als auch die Berücksichtigung von Beobachtungen, welche die Unsicherheiten reduzieren können.

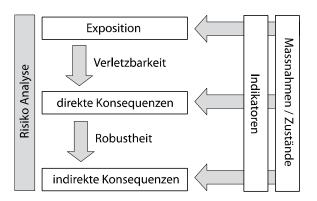


Abbildung 5: Generische Systembetrachtung.

## 2.3.1. Modellierung von Unsicherheiten

Im Hinblick auf die gesellschaftliche Entscheidungsfindung, in der die Auswirkungen den Zeithorizont der einzelnen Entscheidungsträger leicht überschreiten, sind Systemannahmen von grosser Bedeutung. Unterschiedliche Annahmen zur zukünftigen Entwicklung können grosse Auswirkungen haben. Solche Änderungen können z.B. die Annahmen in der Entwicklung der Verkehrsaufkommen, den Modal Split oder Entwicklungen in den Achslasten sein. Falsche Annahmen zukünftiger Entwicklungen können zu falschen Entscheidungen führen.

Es existiert eine Vielzahl von verschiedenen Ansätzen, um Unsicherheiten zu charakterisieren (siehe z.B. Ferson und Hajagos (2004), Ang (2004), Apostolakis (1990), Helton und Burmaster (1996) oder Faber (2003)). Üblicherweise werden zwei verschiedene Typen von Unsicherheiten unterschieden, die so genannten aleatorischen Unsicherheiten und die epistemischen Unsicherheiten.

Die aleatorischen Unsicherheiten (lat. alea = Würfelspiel) sind Unsicherheiten, die aus Zufällen resultieren. Die aleatorischen Unsicherheiten können vom Menschen nicht beeinflusst werden. Dazu gehören z.B. Unsicherheiten bei Windgeschwindigkeiten oder bei Erdbeschleunigungen

#### 2. Prinzipien der Sicherheitsbewertung

durch Erdbeben, aber auch Unsicherheiten in Festigkeiten von Werkstoffen, im Verkehrsaufkommen und in der Verkehrslast auf Strassen und Brücken.

Die epistemischen Unsicherheiten (griechisch episteme = Wissenschaft) sind Unsicherheiten, die aus fehlendem Wissen resultieren. Diese lassen sich in drei Typen unterteilen: Zum ersten Typ zählen Unsicherheiten, die aus fehlendem Wissen bezüglich des definierten Systems oder aus fehlendem Wissen bezüglich physikalischer Vorgänge resultieren (Modell Unsicherheiten). Der zweite Typ der epistemischen Unsicherheiten sind Unsicherheiten bei Vorhersagen der zukünftigen Entwicklung, wie sie oben schon beschrieben wurden. Der dritte Typ der epistemischen Unsicherheiten sind statistische Unsicherheiten. Diese können aus einer zu geringen Anzahl an Beobachtungen, durch Vernachlässigung von Systemeffekten oder durch die Vernachlässigung von Korrelationen entstehen.

Ist auch das System unsicher, so muss auch dieser Unsicherheit Rechnung getragen werden. Deshalb ist es notwendig, dass die Sensitivität der Entscheidungen im Hinblick auf verschiedene Systemannahmen bestimmt wird.

Die Unterteilung aller möglichen Unsicherheiten soll dazu dienen, zu identifizieren, welche Unsicherheiten reduziert werden können. Die Unsicherheiten sollten in der Risikoanalyse aber nicht unterschiedlich behandelt werden. Es muss sichergestellt sein, dass all diese Unsicherheiten in der Risikoanalyse berücksichtigt werden (siehe z.B. Lindley (1980), Pate-Cornell (1996)). Der Beitrag der einzelnen Unsicherheiten hängt dabei von dem gewählten räumlichen und zeitlichen Massstab des betrachteten Systems ab.

## 2.3.2. Konsequenzen

Bei der Ermittlung der Konsequenzen ist es entscheidend, dass alle auftretenden Konsequenzen berücksichtigt werden. Neben den Konsequenzen, die durch ein Versagen bzw. durch ein Ereignis direkt entstehen, sollten auch Konsequenzen berücksichtigt werden, die indirekt aus dem Ereignis folgen. Solche Folgekonsequenzen können auch ökonomische Schäden der Volkswirtschaft sein, die aus dem Versagen einiger Bestandteile des Systems resultieren oder auch durch die gesellschaftliche Wahrnehmung von Ereignissen resultieren (siehe Abbildung 4 ). Diese manchmal auch mit "Follow up Consequences" bezeichneten Konsequenzen können wesentlich grösser sein als die direkten Konsequenzen (Kübler (2006)).

Direkte Konsequenzen sind Schäden oder Nutzen, welche durch einzelne Ereignisse verursacht wurden. Die Schäden oder der Nutzen können dabei in unterschiedlichen Einheiten ausgedrückt werden. Sie können z.B. in monetären Werten oder als Zahl der erwarteten Todesfälle angegeben werden. Es können aber auch Änderungen der Charakteristiken einzelner Bestandteile des Systems sein (vgl. auch 2.2.3). Um die Aggregierbarkeit und den Vergleich von Handlungsoptionen sicherzustellen und Risiken bewerten zu können, werden in dieser Arbeit alle Konsequenzen monetarisiert

Als indirekte Konsequenzen werden Schäden oder Nutzen bezeichnet, welche durch eine Kombination von Ereignissen verursacht wurden oder über die direkten Konsequenzen hinausgehen. Diese sollten in den gleichen Einheiten wie die direkten Konsequenzen ausgedrückt werden. Die

Unterteilung zwischen direkten und indirekten Konsequenzen ist abhängig von der Systemdefinition.

# 2.3.3. Generische Systemcharakterisierung

### **Exposition**

Die Expositionen (*EX*) sind definiert als die Prozesse, welche das Potential haben, Ereignisse auszulösen. Prozesse sind dabei alle endogen oder exogen verursachten Veränderungen des Zustands des Systems mit der Zeit. Als Ereignis kann jeder Zustand des Systems, welchem Konsequenzen zugeordnet werden können, verstanden werden. Eine probabilistische Modellierung der Exposition erfordert ein gemeinsames probabilistisches Modell aller relevanten Prozesse in Raum und Zeit.

#### Verletzbarkeit

Die direkten Konsequenzen resultieren aus den Schäden an einzelnen Bestandteilen des Systems. Die Verletzbarkeit eines Systems ist durch die Verbindung zwischen der Exposition und den direkten Konsequenzen repräsentiert.

Der Schaden an allen einzelnen Bestandteilen des Systems repräsentiert den Schadenszustand des Systems. Die Verletzbarkeit eines Systems ist definiert durch den Erwartungswert der direkten Konsequenzen in einem System, gegeben dass eine bestimmte Exposition eintritt.

#### Robustheit

Die Robustheit ist ein Mass für die Fähigkeit eines Systems, die Konsequenzen auf die direkten Konsequenzen zu beschränken. Neben der Risikoakzeptanz stellt die Ermittlung der Robustheit eine zentrale Fragestellung in der Risikobeurteilung dar. Insbesondere für Tragwerke ist die Robustheit von grosser Bedeutung, da die Erfüllung der Robustheit von der neuesten Normengeneration gefordert wird, wobei nicht spezifiziert wird, wie Robustheit gemessen werden kann. Dabei sollte die Ermittlung der Robustheit den Anforderungen der Entscheidungstheorie genügen. Die Methode sollte generisch anwendbar sein, d.h. unabhängig vom betrachteten System und von dessen Detaillierungsgrad. Es sollten verschiedene Alternativen miteinander vergleichbar sein und Kriterien festgelegt werden können, die ein Akzeptanzkriterium darstellen.

# 2.4. Risikoquantifizierung

# 2.4.1. Analyse und Quantifizierung

Der Anwendungsbereich von Risikoanalysen ist vielfältig. Die unterschiedlichen Anwendungsbereiche und deren Randbedingungen haben dazu geführt, dass in vielen Gebieten unterschiedliche

#### 2. Prinzipien der Sicherheitsbewertung

und zum Teil sehr spezifische Methoden angewandt werden. Diese Methoden lassen sich untereinander nicht vergleichen und sind daher ineinander schwer integrierbar. Ein wichtiger Aspekt dieser Methoden besteht darin, dass sie nicht auf der Basis der Bayes'schen Wahrscheinlichkeitstheorie entwickelt worden sind und daher nicht die Möglichkeit besitzen, bekannte Zustände oder neu erworbene Informationen in die Risikoanalyse mit einzubeziehen.

Der Ansatz, der in Abbildung 6 illustriert ist, bietet diese Möglichkeit. Dabei werden über unterschiedliche Indikatoren Informationen erfasst und berücksichtigt.

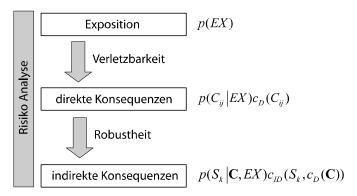


Abbildung 6: Generische, indikatorbasierte Risikoanalyse.

Das System in Abbildung 6 (generisch dargestellt) ist einer Exposition (EX) ausgesetzt. Die probabilistische Modellierung für die Exposition ist p(EX). Expositionen können zum Beispiel Naturgefahren wie Steinschläge, Murgänge, Lawinen oder Erdrutsche und aussergewöhnliche Einwirkungen wie z.B. Brand und Anprall, aber auch Prozesse wie Korrosion und natürlich normale Eigen- und Verkehrslasten sein.

Abbildung 7 stellt die Möglichkeit verschiedener Detaillierungsgrade für Systeme dar. Das generische Konzept ermöglicht die Verbindung von Supersystemen und Subsystemen.

Wie zuvor erläutert, ist die Verletzbarkeit eines Systems beschrieben durch die entstehenden direkten Schäden  $C_{ij}$ , welche einem Zustand j der Komponente i entsprechen. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieser Schadenszustände wird mit  $p(C_{ij} \mid EX)$  bezeichnet. Diese Wahrscheinlichkeit multipliziert mit den direkten Konsequenzen  $c_D$ , die aus dem Schadenszustand  $C_{ij}$  resultieren, ergibt das mit diesem Schadenszustand verbundene direkte Risiko.

$$R_D = p(C_{ii} \mid EX) \cdot c_D(C_{ii}) \tag{2.1}$$

Das totale direkte Risiko kann ermittelt werden, indem über alle möglichen Expositionen integriert oder aufsummiert wird.

Auf der Ebene der Robustheit werden die indirekten Konsequenzen  $c_{ID}(S_k, c_D(\mathbf{C}))$  als Funktion des Zustands des Systems  $S_k$  und den direkten Konsequenzen  $c_D(\mathbf{C})$  für alle Schadenszustände  $\mathbf{C}$  mit der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieses Zustandes  $p(S_k \mid \mathbf{C}, EX)$  multipliziert. Durch die Integration über alle Zustände des Systems erhält man das indirekte Risiko bedingt auf die Schadenszustände des Systems und die Exposition. Das totale indirekte Risiko kann durch Integration über alle Schadenszustände und alle Expositionen im System ermittelt werden.

$$R_{ID} = p(S_k \mid \mathbf{C}, EX) \cdot c_{ID} \left( S_k, c_D \left( \mathbf{C} \right) \right) \tag{2.2}$$

Aus dem Verhältnis des direkten zum gesamten Risiko kann ein Index für die Robustheit abgeleitet werden. Dieser Index kann Werte zwischen Null und Eins einnehmen. Der Index misst das relative Risiko, welches durch das indirekte Risiko verursacht wird. Eine Voraussetzung dabei ist, dass das gesamte Risiko akzeptierbar sein muss. Der Index berücksichtigt nicht nur die Versagenszustände, sondern auch alle Schadenszustände im System.

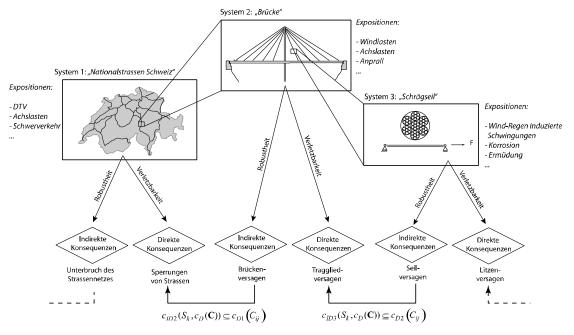


Abbildung 7: Der Detaillierungsgrad im System kann verschiedenen Anforderungen angepasst werden.

#### 2.4.2. Risikoindikatoren

Das zuvor beschriebene Konzept ermöglicht die Berücksichtigung jeder Art quantifizierbarer Indikatoren auf allen drei Ebenen. Risikoindikatoren enthalten quantifizierte Informationen über das Risiko und können als Eingangsgrössen für die Berechnung des Risikos dienen. Die Indikatoren können sowohl diskrete Zustände als auch kontinuierliche Zustände haben.

Am Beispiel "Exposition Steinschlag" können verschiedene Indikatoren identifiziert werden. In eine Risikoanalyse könnten auf der Ebene der Exposition z.B. die Gesteinsart, die Neigung des Hanges oder die Vegetation des Hanges Indikatoren sein, die zur Ermittlung der Eintretenswahrscheinlichkeit dienen können. Der Indikator "Gesteinsart" ist ein Beispiel für einen Risikoindikator, der nur diskrete Zustände annehmen kann.

Durch die hierarchische Struktur des generischen Rahmens für die Risikoanalyse, besonders im Hinblick auf die Betrachtung von bedingten Ereignissen, können moderne Werkzeuge zur Risikoermittlung wie z.B. Bayes'sche Netze oder Influence-Diagramme (Jensen (2001)) eingesetzt werden.

## 2.4.3. Risikowahrnehmung und Risikoaversion

Bei Risikoanalysen kann die Situation eintreten, dass der Entscheidungsträger nicht bereit ist, die erwarteten Kosten als direkte Basis für die Entscheidung zu verwenden. Dafür kann es zwei unterschiedliche Gründe geben. Entweder ist der Entscheidungsträger unsicher, ob die ermittelten Konsequenzen korrekt sind oder ob die ermittelten Wahrscheinlichkeiten stimmen.

Aufgrund dieser Unsicherheit versuchen Entscheidungsträger konservative Entscheidungen zu treffen. Sie verhalten sich risikoaversiv. Dies bedeutet, dass sie das berechnete Risiko aus seltenen Ereignissen mit hohen Konsequenzen höher gewichten als das Risiko durch häufige Ereignisse mit geringen Konsequenzen. Für seltene Ereignisse mit hohen Konsequenzen gilt meist, dass die Erfahrung und das Wissen geringer sind, was dazu führt, dass der Entscheidungsträger sich über die zu erwarteten Kosten und die Wahrscheinlichkeit unsicher ist.

Es gilt aber zu bedenken, dass die Verwendung von Risikoaversionsfaktoren in der Entscheidungsfindung, wie sie immer noch häufig anzutreffen sind, zu inkonsistenten Entscheidungen führt und als unethisch angesehen werden kann (Schubert et al. (2007)).

Die Gesellschaft verfügt nur über begrenzte Ressourcen. Die risikobasierte Entscheidungstheorie ermöglicht es, diese Ressourcen nach den Präferenzen der Gesellschaft optimal einzusetzen. Werden Aversionsfaktoren verwendet, so werden für ein seltenes Ereignis mit hohen Konsequenzen Ressourcen der Gesellschaft verbraucht, die dann an einer anderen Stelle nicht mehr zur Verfügung stehen. Dies wird besonders deutlich, wenn die Rettungskosten betrachtet werden. Handelt man in Bezug auf ein mögliches Ereignis, bei dem viele Todesfälle zu erwarten sind, das aber nur sehr selten eintritt (z.B. Erdbeben) risikoaversiv, dann werden für Massnahmen mehr Ressourcen verbraucht, als bei Expositionen, die nur wenige Todesfälle zur Folge haben, aber häufig eintreten (z.B. Verkehrsunfälle). Auf diese Weise wird implizit der Wert von Menschenleben unterschiedlich gewichtet. Es muss auch berücksichtigt werden, dass Ressourcen, die für den ersten Fall ausgegeben wurden, für den zweiten Fall nicht mehr zur Verfügung stehen. Aus rechtlicher Sicht kann ceteris paribus ebenfalls zweimal ein Menschenleben nicht höher gewichtet werden als einmal zwei Menschenleben (Seiler (1995)).

Das Verwenden von Risikoaversion kann dort sinnvoll sein, wo man das Verhalten der Bevölkerung beschreiben will. Eine klare Unterscheidung zwischen deskriptiver Entscheidungsfindung und normativer Entscheidungsfindung ist unbedingt notwendig. Die deskriptive Entscheidungsfindung beschreibt das Verhalten uninformierter Entscheidungsträger. Eine der wichtigsten Arbeiten auf diesem Gebiet ist die Prospect Theory (Kahneman und Tversky (1979)). Die normative Entscheidungsfindung gibt dem Entscheidungsträger eine Grundlage, die Entscheidung zu treffen, die seinen Gewinn maximiert. Die normative Entscheidungsfindung wurde von John von Neumann und Oskar Morgenstern durch ihre Arbeiten zur Spieltheorie geprägt (Von Neumann und Morgenstern (1944)).

Neben der Verwendung von Aversionsfaktoren zur Berücksichtigung der Wahrnehmung der Bevölkerung werden Aversionsfaktoren auch dazu verwendet, das totale Risiko mit Hilfe eines Risikoindikators zu schätzen. Der verwendete Risikoindikator ist in den meisten Fällen die Anzahl der Todesopfer. Bei Anwendungen auf Bereiche, in denen Sachschäden dominieren, wird das gesamte Risiko meist unterschätzt.

Zudem führt die Approximation des gesamten Risikos über einen Konsequenzindikator und einer Aversionsfunktion dazu, dass alle Risiken zusammengefasst werden. Sie sind nicht mehr differenzierbar. Dadurch wird ein fundamentales Prinzip der risikobasierten Entscheidungsfindung verletzt. Risikobasierte Entscheidungen erfordern eine Systemmodellierung, die es ermöglicht, verschiedene Handlungsalternativen zu betrachten, sowie die Beiträge verschiedener Konsequenzen zum Gesamtrisiko zu bewerten. Diese Möglichkeit besteht bei der Verwendung von Aversionsfaktoren nicht.

Auch sind Risiken, die mit Hilfe von Aversionsfaktoren bestimmt wurden, nicht aggregierbar. Dies kann an einem einfachen Beispiel illustriert werden. Ein Hochwasserereignis in der Schweiz kann in zwei Kantonen zusammen zu 50 Todesopfern führen. Da es sich um das gleiche Hochwasserereignis handelt, ist auch die Eintretenswahrscheinlichkeit in beiden Fällen gleich. Die folgenden zwei Berechnungen führen bei der Anwendung von Aversionsfaktoren zu unterschiedlichen Ergebnissen. In der ersten Rechnung wird das Risiko für jeden Kanton getrennt berechnet und auf Bundesebene aggregiert. In der zweiten Rechnung wird das Risiko direkt auf Bundesebene berechnet. Eine Vergleichbarkeit von Risiken ist nicht gegeben.

Aus diesem Grund ist es sehr wichtig, dass bei der Analyse alle Konsequenzen explizit berücksichtigt werden. Darin müssen auch gesellschaftliche Reaktionen und deren Konsequenzen enthalten sein, die bei Ereignissen auftreten. Diese Reaktionen treten nicht nur bei Ereignissen mit grossen Konsequenzen auf – sie können auch bei seltenen Ereignissen mit geringen Konsequenzen beobachtet werden (siehe z.B. Slovic et al. (2004), Kasperson et al. (1988)). Diese Folgekonsequenzen müssen in der Nutzenfunktion berücksichtigt werden.

Idealerweise ist die Gesellschaft so informiert, dass jedes Mitglied der Gesellschaft wie ein rationaler Entscheidungsträger handeln würde, d.h. die Gesellschaft würde nicht risikoaversiv auf Ereignisse reagieren. Dieser Teil der Konsequenzen ist in Abbildung 4 mit gesellschaftlich induzierten Konsequenzen bezeichnet. Die totale Vermeidung dieses Teils der indirekten Konsequenzen scheint nicht realistisch zu sein, kann aber als ein Ziel der Risikokommunikation betrachtet werden (Schubert et al. (2007)).

Eine optimale Allokation von gesellschaftlichen Ressourcen bedingt, dass ermittelte Risiken vergleichbar und universal sind (Gethmann (2003)). Dies kann nur erreicht werden, wenn Risiken auf der gleichen Basis ermittelt werden.

# 2.5. Risikoakzeptanz

Es ist allgemein im Grundsatz akzeptiert, dass bauliche Anlagen so geplant, entworfen, bemessen und betrieben werden sollen, dass die Lebenszyklus-Kosten minimiert oder der Nutzen über die Lebenszeit maximiert wird. Der entwerfende Ingenieur hat jedoch zusätzlich dem Risiko für den Verlust von Leib und Leben angemessen zu begegnen. Dies erfordert eine Bewertung aller erwarteten Kosten mit allgemein akzeptierten Bewertungsmassstäben unter Beachtung ethischer Grundsätze wie dem Recht auf Leben, der Freiheit zur persönlichen Entfaltung und intra- wie

#### 2. Prinzipien der Sicherheitsbewertung

intergenerationeller Gerechtigkeit. Dabei ist zu fordern, dass dies auf transparente, nachvollziehbare, zu verteidigende und kommunizierbare Weise erfolgt.

Rationale Risikoakzeptanzkriterien können auf der Grundlage gewisser sozioökonomischer Betrachtungen erstellt werden. Nur unfreiwillige Risiken für die allgemeine Öffentlichkeit aus der natürlichen und technischen Umwelt können Gegenstand einer entsprechenden Regelung sein. Juristisch gilt der Fall der Gefährdungshaftung (Willingmann (2002)). Es wird vorausgesetzt, dass Risikoreduktion immer auch den Einsatz gewisser monetärer Mittel erfordert. Diese Kosten müssen bezahlbar sein und die Mittel effizient eingesetzt werden. Im Hinblick auf die Lebensdauer von baulichen Anlagen von 10 bis über 100 Jahren müssen diese intergenerationell akzeptabel und damit nachhaltig sein. Auf gesellschaftlicher Ebene ist eine effiziente Lebensrettungsmassnahme eine Massnahme, die am besten die Mortalität reduziert oder die statistische Lebenserwartung vergrössert. Die (inkrementellen) Zuwächse der Lebenserwartung durch Risikoreduktion, die damit verbundene (inkrementelle) Verminderung des verfügbaren Einkommens, gemessen durch das Bruttoinlandsprodukt (BIP) oder den davon für Risikoreduktion verfügbaren Anteil, sowie die Zeit, die der Produktion des BIP gewidmet werden muss und damit für die persönliche Entfaltung nicht zur Verfügung steht, werden als die wichtigsten Grössen für die Bewertung von risikoreduzierenden Massnahmen betrachtet (Nathwani et al. (1997)). Die Massnahme gilt für die gesamte betrachte Gruppe von Personen. Im Hinblick auf das Gleichheitsprinzip darf sie nicht nach Alter, Geschlecht, Sozialstatus, usw. unterscheiden.

Ein Werkzeug, um Akzeptanzkriterien zu bestimmen, die diese Prinzipien erfüllen, stellt der "Life Quality Index" (*LQI*) dar (Nathwani et al. (1997)). Dessen Anwendung wird zurzeit vom internationalen Joint Committee on Structural Safety (JCSS) standardisiert. Der *LQI* wird in Kapitel 3.8 detailliert vorgestellt und die Anwendung auf die Schweiz illustriert.

# 2.6. Nachhaltige Verzinsung

Die Frage nach der Verzinsung hat einen Einfluss auf die Entscheidungsfindung. Bei der Massnahmenplanung, insbesondere in der Planung von langfristigen Infrastrukturprojekten, bei denen auch die Kosten für Unterhalt, Instandsetzung und Rückbau berücksichtigt werden müssen, hat die Verzinsung eine besondere Bedeutung.

Im Hinblick auf einen Zeithorizont von 20 bis 100 Jahre (d.h. mehrere Generationen) sollte bei Investitionen in Massnahmen die Zinsrate, welche für Abzinsungszwecke verwendet wird, ein längerfristiger Durchschnittswert sein.

Die Zinsrate sollte frei von Inflation und Steuern sein. Im privaten Sektor ist ein langfristiger Realzinssatz ungefähr gleich der (maximalen) Rendite, welche man bei einer Investition erhalten kann. Im öffentlichen Sektor sollte die Zinsrate, auch für lebensrettende Massnahmen, so nah wie möglich an der realen ökonomischen Wachstumsrate (pro Kopf) liegen (Rackwitz et al. (2005)). Dies ist die Zinsrate, mit der ein statistisches Mitglied der Gesellschaft reicher wird. In der ökonomischen Literatur spricht man auch von der "natürlichen Zinsrate" (Hansson et al. (1997), Rackwitz (2005)), die vom Bevölkerungswachstum, von der Produktivitätsentwicklung und der Zeitpräferenz für Konsum gegenüber Sparen beeinflusst wird.

Der Zinssatz ist demnach mit dem Nutzen verbunden, den die Gesellschaft von den unterschiedlichen Tätigkeiten ihrer Mitglieder hat, d.h. das reale Wirtschaftswachstum pro Kopf.

Berücksichtigt man in den Akzeptanzkriterien einen Zinssatz von ca. 2 Prozent in der Schweiz, so kann gezeigt werden, dass diese für die letzten 20 Jahre konstant sind (vgl. auch Abbildung 64 in Kapitel 6.1).

## 2.7. Aspekte des Risikomanagements

Die bisherigen Kapitel stellen die grundlegenden Prinzipien der Risikoanalyse dar. Risikoanalysen werden in der Regel durchgeführt, um Risiken managen zu können. Dies bedeutet, effiziente Strategien im Hinblick auf die Entscheidungsfindung zu etablieren.

Die optimalen Strategien im Risikomanagement sind abhängig von der angemessenen Wahl des Systems um alle relevanten Aspekte abbilden zu können.

Der Aspekt des Risikomanagements ist nicht der Fokus dieses Dokumentes, er soll jedoch im Hinblick auf eine ganzheitliche Betrachtung kurz erläutert werden.

#### 2.7.1. Risikoreduktion

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, das Risiko zu reduzieren. Zusätzliche Informationen und ein besseres physikalisches Verständnis im Hinblick auf eine Reduktion der Unsicherheiten, wie auch Veränderungen im System stehen als Möglichkeiten zur Risikoreduktion zur Verfügung. Im Kontext der risikobasierten Entscheidungsfindung ist die Wahl solcher Massnahmen als Handlungsalternative zu sehen, um den Nutzen zu maximieren (vgl. auch Abbildung 1).

Risikoreduktion kann auf allen drei Ebenen des generischen Konzepts zur Risikoanalyse durchgeführt werden (vgl. Abbildung 5). Beim Beispiel Steinschlag könnte eine Reduktion auf der Ebene der Exposition durch eine Vernagelung des Fels erreicht werden. Auch können genauere Studien zur Häufigkeit von Ereignissen zu einer Reduktion des Risikos führen. Dies bedeutet eine Reduktion der epistemischen Unsicherheit.

Auf der Ebene der Verletzbarkeit könnte eine bessere Kenntnis der Festigkeit von Schutzbauwerken oder eine bessere Kenntnis des Verhaltens bei dynamischer Belastung zur Reduktion des Risikos führen. Die Zuverlässigkeit des Strassensystems im Sinne der Funktionstüchtigkeit bei Ausfall eines Strassenabschnittes gibt Hinweise auf Risikoreduktionsmöglichkeiten auf der Ebene der Robustheit.

Bei der Risikoreduktion stellt sich Frage nach den Investitionen in lebensrettende Massnahmen. Auch wenn das menschliche Leben an sich keinen monetären Wert haben kann, ist die Monetarisierung als Modell dennoch notwendig, um solche Investitionen planen, rechtfertigen und durchführen zu können. Dieser Aspekt wird im Kapitel 8.2 detailliert dargelegt und Lösungsansätze dargestellt.

#### 2.7.2. Risikotransfer

Der Risikotransfer ist ein Spezialfall der Risikoreduktion. Ein Entscheidungsträger, der für das Risikomanagement verantwortlich ist, ist bestrebt, den Nutzen aus seinen Entscheidungen zu maximieren. Das Ergebnis, das aus seinen Entscheidungen resultiert, ist aber unsicher und Probleme entstehen, wenn die Ressourcen des Entscheidungsträgers limitiert sind und die Konsequenzen seine Ressourcen übersteigen. Es ist deshalb wichtig, die mit Budgetüberschreitungen verbundenen Risiken in der Entscheidungsfindung zu berücksichtigen. Die Risiken aus solchen Ereignissen können auch an Dritte weitergegeben werden. Dieser Risikotransfer ist mit Kosten verbunden und wird in der Regel von Versicherern und Rück-Versicherern angeboten. Wird ein Risikotransfer gewählt, so sind die damit verbundenen Kosten in der Risikoanalyse zu berücksichtigen, da diese Kosten mit einer Eintretenswahrscheinlichkeit von eins eintreten. Prinzipiell liegen die Kosten für die Prämien höher als das Risiko, da neben dem Erwartungswert des Schadens auch die Dienstleitung des Transfers bezahlt werden muss.

# 3. Grundlagen

## 3.1. Zufallsvariablen und Verteilungsfunktionen

Modelle werden entwickelt, um die Wirklichkeit zu beschreiben. Bei parametrischen Modellen wird ein Set von Variablen definiert, die als geeignet erscheinen um die Wirklichkeit abzubilden. Alle Variablen sind einer gewissen Streuung unterworfen und werden als Zufallsvariablen modelliert. Sind die Streuungen einzelner Variablen gering, kann es vernünftig sein, die Variablen als deterministische Werte zu betrachten.

Alle Modelle beinhalten in der Regel beides, deterministische Variablen und Zufallsvariablen. Im Folgenden wird dargestellt, wie Zufallsvariablen beschrieben werden können und wie geeignete Verteilungsfunktion für die Zufallsvariablen identifiziert werden können. Weiter Ausführungen findet der interessierte Leser z.B. in Benjamin und Cornell (1970).

Die Quantifizierung der Zufallsvariablen kann prinzipiell in drei Schritte unterteilt werden:

- Wahl einer geeigneten Familie der Verteilungsfunktionen.
- Schätzen der Parameter der Verteilungsfunktion unter Verwendung von Daten und Wissen.
- Testen der Güte der Anpassung der Verteilung.

## 3.1.1. Wahl einer Verteilungsfamilie

Verschiedene Verteilungsfunktionen stehen zur Modellierung von Zufallsvariablen zur Verfügung. Welche Verteilungsfunktion zur Modellierung geeignet ist, ist sehr fallspezifisch. Mit Hilfe der Eigenschaften der verschiedenen Verteilungsfunktionen können jedoch generelle Hinweise gegeben werden, in welchen Fällen welche Verteilungsfunktionen geeignet sind.

Die bekannteste Verteilungsfunktion ist die Normalverteilung (ND). Sie ist symmetrisch und auf dem gesamten Bereich der reellen Zahlen definiert. Eine wesentliche Eigenschaft der ND ist, dass die Summe aus beliebig verteilten unabhängigen Zufallsvariablen gegen die Normalverteilung konvergiert, wenn die Anzahl der Zufallsvariablen gross genug ist. Die Normalverteilung eignet sich daher besonders zur Modellierung von Phänomenen, die aus der Summe mehrerer Zufallsvariablen resultieren, deren Verteilungen unbekannt sind. Sie ist auch geeignet, um andere Verteilungen zu approximieren. Bei solchen Approximationen ist jedoch auf die Problemstellung zu achten. Wird eine Verteilungsfunktion an ihren Mittelwert approximiert, so kann diese Approximation recht gut sein. Aussagen über die Wahrscheinlichkeiten in den Flankenbereichen der Verteilungen sollten dann jedoch nicht getroffen werden. Ein Spezialfall der Normalverteilung ist die Standardnormalverteilung. Sie hat einen Mittelwert von 0 und eine Standardabweichung von 1. Jede normalverteilte Zufallsvariable X kann in eine standardnormalverteilte Zufallsvariable Y durch eine einfache Transformation überführt werden:

$$Y = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \tag{3.1}$$

Die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung wird mit  $\Phi(\cdot)$  bezeichnet.

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \tag{3.2}$$

Die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung wird analog mit  $\phi(\cdot)$  bezeichnet.

Die Log-Normalverteilung (*LND*) ist nur im positiven Bereich definiert. Sie eignet sich besonders zur Modellierung von Phänomenen, die aus dem Produkt mehrerer Zufallsvariablen resultieren, da das Produkt beliebig verteilter Zufallsvariablen gegen die *LND* konvergiert. Anwendung findet die *LND* im Ingenieurwesen insbesondere dort, wo Zufallsvariablen modelliert werden, die keine negativen Werte annehmen können.

Die Exponentialverteilung (ED) beschreibt den Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ereignissen in einem Poissonprozess. Sie wird häufig als Verteilungsgesetz der Länge zufälliger Intervalle eingesetzt, z.B. zur Modellierung von Lebensdauern von Materialien und technischer Geräte. Eine Eigenschaft dieser Verteilung ist, dass die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses nicht davon abhängt, wie gross der Zeitabstand vom zuletzt eingetretenen Ereignis ist.

Die Gammaverteilung (GD) beschreibt den Abstand bis zum k-ten Ereignis eines Poissonprozesses. Sie ergibt sich daher aus der Summe des Abstandes zwischen zwei Ereignissen, die exponentialverteilt sind. Für k gleich eins ist die GD gleich der ED. Die Gammaverteilung ist nur für positive Werte definiert und rechtsschief. Die Gammaverteilung wird auch häufig eingesetzt, um Beobachtungen zu beschreiben.

Die Beta-Verteilung *BD* ist durch ihre vier Parameter sehr flexibel und wird häufig zur Anpassung an Beobachtungen verwendet. Sie ist innerhalb bestimmter Grenzen im positiven Wertebereich definiert und somit nach oben und nach unten beschränkt.

Die Gleichverteilung *UD* ist ebenfalls nach oben und nach unten beschränkt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallsvariable einen Wert aus dem definierten Intervall annimmt, ist für jeden Wert gleich. Diese Verteilung wird gewählt, wenn die Eintretenswahrscheinlichkeit aller Ereignisse gleich wahrscheinlich ist.

Die beschriebenen Verteilungen sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Extremwertverteilungen werden verwendet, um extreme Ereignisse in einem bestimmten Zeitraum zu modellieren. Bei Extremereignissen kann es sich z.B. um die Verteilung des höchsten oder niedrigsten Wasserstandes in einem Jahr handeln. Die Verwendung dieser Verteilungstypen ermöglicht es, zeitvariante Betrachtungen in zeitinvariante Betrachtungen zu überführen. Die häufigsten verwendeten Extremwertverteilungen sind die Gumbelverteilungen GUD, die Weibullverteilung WD und die Frechet Verteilung FD. In Tabelle 2 sind die hier erwähnten Extremwertverteilungen zusammengestellt.

Tabelle 1: Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Gleichverteilung, $\mathit{UD}(\mu,\sigma)$	Parameter	Momente
		. 1
$f_X(x) = \frac{1}{h-a}$	$a \le x \le b$	$\mu = \frac{a+b}{2}$
v $u$	a = x = 0 $a, b$	b-a
$F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}$	<b>u</b> ,0	$\sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$
Normalverteilung, $N\!Dig(\mu,\sigmaig)$	Parameter	Momente
$(1/(2)^2)$		
$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$-\infty \le x \le \infty$	
$\sigma_{\sqrt{2\pi}}$ $\left(\begin{array}{cc} 2 & 0 \end{array}\right)$	$\mu, \sigma$	$\mu$
$1  \stackrel{x}{\leftarrow}  \left( 1(s-\mu)^2 \right)$	$\sigma > 0$	$\sigma$
$F_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\mu}{\sigma}\right)^2\right) ds$	0 7 0	
Log-Normalverteilung, $\mathit{LND}(\mu,\sigma)$	Parameter	Momente
(		
$f_X(x) = \frac{1}{x\zeta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right]$	0 < 4 <	$( \gamma^2 )$
$J_X(x) = \frac{1}{x\zeta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta}{\zeta}\right)\right]$	$0 \le x \le \infty$ $\lambda, \zeta$	$\mu = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)$
$(\ln(r) - \lambda)$	$\zeta > 0$	<u> </u>
$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right)$	5 > 0	$\sigma = \mu \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$
( 5 )		
Exponentialverteilung, $ED(\mu)$	Parameter	Momente
3, (r)		1
$f_X(x) = \lambda \exp(-\lambda(x))$	$0 \le x \le \infty$	$\mu = \frac{1}{\lambda}$
$F_{X}(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$	$\lambda > 0$	
$X^{(r)} = M_{\mathcal{F}}(M)$		$\sigma = \frac{1}{\lambda}$
Gammaverteilung, GD	Parameter	Momente
$f_X(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{k-1}}{\Gamma(k)} \exp(-\lambda x)$	$x \ge 0$	$\mu = \frac{k}{2}$
$f_X(x) = \frac{\Gamma(k)}{\Gamma(k)} \exp(-\lambda x)$	$k \ge 0$	λ
$\Gamma(k,\lambda x)$ $t = 1$	$\lambda > 0$	$\sigma = \frac{\sqrt{k}}{2}$
$F_X(x) = \frac{\Gamma(k, \lambda x)}{\Gamma(k)}$ , $\Gamma(k, t) = \int_0^t \exp(-u) u^{k-1} du$		λ
Betaverteilung, BD	Parameter	Momente
Detailed tellarity, DD	. Grameter	omence
$\int_{-r}^{r} \Gamma(r+t) (x-a)^{r-1} (b-x)^{t-1}$	$a \le x \le b$	y = a + (b - a) r
$f_X(x) = \frac{\Gamma(r+t)}{\Gamma(r)\cdot\Gamma(t)} \cdot \frac{(x-a)^{r-1}(b-x)^{r-1}}{(b-a)^{r+t-1}}$	$a \le x \le 0$ $a, b \ge 0$	$\mu = a + (b - a) \frac{r}{r + t}$
	$a, b \ge 0$ $r, t > 0$	$\sigma = \frac{b-a}{r+t} \sqrt{\frac{rt}{r+t+1}}$
$f_X(x) = \frac{\Gamma(r+t)}{\Gamma(r) \cdot \Gamma(t)} \int_{a}^{u} \frac{(x-a)^{r-1}(b-x)^{t-1}}{(b-a)^{r+t-1}} du$	1,1 > 0	$\sigma - \frac{1}{r+t}\sqrt{\frac{r+t+1}{r+t+1}}$
$1(r) \cdot 1(t)$ , $(b-a)^{r+t-1}$		

Weitere Verteilungsfunktionen sind in Benjamin und Cornell (1970) zusammengestellt. Die Wiederkehrperiode  $T_R$  eines Extremereignisses x kann berechnet werden zu:

$$T_{R} = \frac{T}{1 - F_{X,T}^{\max}(x)} \tag{3.3}$$

Hierin bezeichnet T die Referenzperiode (z.B. ein Jahr) für die Verteilungsfunktion der Extremereignisse  $F_{X,T}^{\max}(x)$ .

Tabelle 2: Extremwertverteilungen.

Gumbel min, GUD min	Parameter	Momente
$f_X(x) = \alpha \exp(\alpha(x-u) - \exp\alpha(x-u))$ $F_X(x) = 1 - \exp(-\alpha(x-u))$	$-\infty \le x \le \infty$ $u$ $\alpha > 0$	$\mu = u - \frac{\gamma}{\alpha} , \ \gamma \approx 0.5772$ $\sigma = \frac{\pi}{\alpha \sqrt{6}}$
Gumbel max, GUD max	Parameter	Momente
$f_X(x) = \alpha \exp(-\alpha(x-u) - \exp(-\alpha(x-u)))$ $F_X(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x-u)))$	$-\infty \le x \le \infty$ $u$ $a > 0$	$\mu = u + \frac{\gamma}{\alpha} , \ \gamma \approx 0.5772$ $\sigma = \frac{\pi}{\alpha \sqrt{6}}$
Frechet max, FD	Parameter	<u>αν</u> σ Momente
$f_X(x) = \frac{k}{u - \varepsilon} \left( \frac{u - \varepsilon}{x - \varepsilon} \right)^{k+1} \exp\left( -\left( \frac{u - \varepsilon}{x - \varepsilon} \right)^k \right)$ $F_X(x) = \exp\left( -\left( \frac{u - \varepsilon}{x - \varepsilon} \right)^k \right)$	$\varepsilon \le x \le \infty$ $u, k > 0$ $\varepsilon$	$\mu = \varepsilon + (u - \varepsilon)\Gamma(\psi)$ $\sigma = (u - \varepsilon)\sqrt{\Gamma(\zeta) - \Gamma^2(\psi)}$ $\psi = \left(1 - \frac{1}{k}\right), k > 1$ $\zeta = \left(1 - \frac{2}{k}\right), k > 2$
Weibull min, $W\!D$	Parameter	Momente
$f_X(x) = \frac{k}{u - \varepsilon} \left( \frac{u - \varepsilon}{x - \varepsilon} \right)^{k-1} \exp\left( -\left( \frac{u - \varepsilon}{x - \varepsilon} \right)^k \right)$ $F_X(x) = 1 - \exp\left( -\left( \frac{u - \varepsilon}{x - \varepsilon} \right)^k \right)$	$\varepsilon \le x \le \infty$ $u, k > 0$ $\varepsilon$	$\mu = \varepsilon + (u - \varepsilon)\Gamma(\psi)$ $\sigma = (u - \varepsilon)\sqrt{\Gamma(\zeta) - \Gamma^2(\psi)}$ $\psi = \left(1 + \frac{1}{k}\right)$ $\zeta = \left(1 + \frac{2}{k}\right)$

## 3.1.2. Schätzen der Parameter

Ist die Familie der Zufallsvariable bestimmt und liegen Beobachtungen vor, so können die Parameter der Verteilungsfunktion geschätzt werden. Für die Schätzung von Parametern können verschiedene Verfahren verwendet werden. Hier werden zwei dieser Verfahren zur Parameterschätzung vorgestellt: die Methode der Momente und die Maximum-Likelihood-Methode (MLM).

#### **Maximum Likelihood Methode**

Die MLM wurde von R.A. Fisher entwickelt (Fisher (1930)) und stellt eine der wichtigsten Schätzverfahren dar.

Sei eine Stichprobe  $\hat{\mathbf{x}} = \hat{x}_1, \hat{x}_2,..., \hat{x}_n$  mit n Beobachtungen der Zufallsvariable X gegeben. Es wird angenommen, dass die Dichte der Zufallsvariable durch die von den Parametern  $\mathbf{\theta} = (\theta_1, \theta_2,...\theta_j)^T$  bestimmte Funktion  $f_X(x|\mathbf{\theta})$  beschrieben sei. Die Likelihood-Funktion kann als Funktion der Parameter  $\mathbf{\theta}$  angegeben werden zu:

$$L(x_1, x_2, \dots x_n \mid \mathbf{\theta}) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i \mid \mathbf{\theta})$$
(3.4)

 $L(\cdot)$  ist die Wahrscheinlichkeit, dass für gegebene Parameter  $\theta$  genau dieser Stichprobe an Beobachtungen  $\hat{\mathbf{x}}$  gemacht wird. Normalerweise sind jedoch die Parameter unbekannt und die Beobachtungen liegen vor. Somit ist die Problemstellung umgekehrt zu dem, was in Gleichung (3.4) dargestellt ist:

$$L\left(\mathbf{\theta}\mid\hat{\mathbf{x}}_{1},\hat{\mathbf{x}}_{2},...\hat{\mathbf{x}}_{n}\right) = \prod_{i=1}^{n} f_{X}\left(\hat{\mathbf{x}}_{i}\mid\mathbf{\theta}\right) \tag{3.5}$$

Die Idee der Maximum Likelihood Schätzung ist es daher, die unbekannten Parameter  $\theta$  so zu schätzen, dass die Wahrscheinlichkeit, dass genau diese Beobachtungen gemacht werden, maximal wird.

Dafür wird das absolute Maximum der Likelihood-Funktion gesucht:

$$\mathbf{\theta} = \max_{\mathbf{\theta}} L\left(\mathbf{\theta} \mid \hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, ..., \hat{x}_n\right) \tag{3.6}$$

Um numerische Probleme zu vermeiden, kann es sinnvoll sein, die Likelihood-Funktion (Gleichung (3.4)) zu logarithmieren. Die Log-Likelihood-Funktion ergibt sich zu:

$$l(\mathbf{\theta} \mid \hat{x}_{1}, \hat{x}_{2}, ..., \hat{x}_{n}) = \ln(L(\mathbf{\theta} \mid \hat{x}_{1}, \hat{x}_{2}, ..., \hat{x}_{n})) = \sum_{i=1}^{n} \ln(f_{X}(\mathbf{\theta} \mid \hat{x}_{i}))$$
(3.7)

Ist die Likelihood-Funktion bzw. die Log-Likelihood-Funktion stetig differenzierbar, so kann die Maximierung der Funktion analytisch durchgeführt werden. Durch die partiellen Ableitungen der Likelihood-Funktion nach den Parametern  $\mathbf{\theta} = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_i, ..., \theta_j)^T$  erhält man ein Gleichungssystem mit j-Unbekannten, dass direkt gelöst werden kann:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \frac{\partial l}{\partial \theta_i} = 0 \tag{3.8}$$

Beispielhaft sollen die Parameter der Normalverteilung unter Verwendung der MLM für ein gegebenes Set an Beobachtungen  $\hat{\mathbf{x}} = \hat{x}_1, \hat{x}_2,...,\hat{x}_n$  geschätzt werden. Die Normalverteilung mit ihren Parametern  $\mu_X$  und  $\sigma_X$  ist in Tabelle 1 gegeben. Die Likelihood-Funktion und die Log-Likelihood-Funktion kann damit angegeben werden zu:

#### 3. Grundlagen

$$L(\mu, \sigma \mid \hat{\mathbf{x}}) = \prod_{i=1}^{n} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(\hat{x}_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \right]$$
(3.9)

$$l\left(\mu_{X}, \sigma_{X} \mid \hat{\mathbf{x}}\right) = \sum_{i=1}^{n} \ln \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{X}}} \exp\left(-\frac{\left(\hat{x}_{i} - \mu_{X}\right)^{2}}{2\sigma_{X}^{2}}\right) \right]$$

$$= -n \ln\left(\sqrt{2\pi}\right) - n \ln\left(\sigma_{X}\right) - \frac{1}{2\sigma_{X}^{2}} \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{x}_{i} - \mu_{X}\right)^{2}$$
(3.10)

Das Maximum kann unter Verwendung von Gleichung (3.8) durch die partielle Differenzierung nach den beiden Parametern  $\mu_X$  und  $\sigma_X$  berechnet werden:

$$\frac{\partial l\left(\mu_X, \sigma_X \mid \hat{\mathbf{x}}\right)}{\partial \mu_X} = \frac{1}{2\sigma_X^2} \sum_{i=1}^n 2\left(\hat{x}_i - \mu_X\right) = 0 \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial l\left(\mu_X, \sigma_X \mid \hat{\mathbf{x}}\right)}{\partial \sigma_Y} = -\frac{n}{\sigma_Y} + \frac{1}{\sigma_X^3} \sum_{i=1}^n \left(\hat{x}_i - \mu_X\right)^2 = 0 \tag{3.12}$$

Die Schätzwerte der Parameter  $\hat{\mu}_X$  können direkt, durch Auflösen der Gleichungen (3.11) und (3.12) bestimmt werden zu:

$$\hat{\mu}_{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \hat{x}_{i}$$

$$\hat{\sigma}_{X}^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\hat{x}_{i} - \hat{\mu}_{X})^{2}$$
(3.13)

In vielen Fällen ist die Likelihood-Funktion nicht stetig differenzierbar. In solchen Fällen können Optimierungsalgorithmen verwendet werden, um das Maximum nach Gleichung (3.6) zu finden. Ein robuster und vielfach verwendeter Algorithmus ist der Simplex Algorithmus zur Optimierung nichtlinearer Funktionen mit mehreren Parametern (Nelder und Mead (1965)). Implementiert sind solche Optimierungsalgorithmen auch in gängiger Software wie z.B. Microsoft® Office Excel 2003 oder Matlab© The MathWorks (2006).

Bei der Maximum Likelihood Methode wird der wahrscheinlichste Wert der Parameter für die gegebenen Beobachtungen ermittelt. Die geschätzten Parameter  $\hat{\mathbf{\theta}}$  sind demnach auch unsicher und können als Zufallsvariablen betrachtet werden. Durch die Summation der Zufallsvariablen in Gleichung (3.7) konvergiert die Verteilung der Parameter gegen die Normalverteilung (Lindley (1980)).

Die Unsicherheiten der Parameter können unter Verwendung der Fisher-Matrix bestimmt werden (Fisher (1930)). Die Fisher-Matrix  $\mathbf{H}$  hat die Dimension  $j \times j$  wobei j die Anzahl der Parameter der Verteilungsfunktion ist. Die einzelnen Einträge der Fisher-Matrix können über die folgende Gleichung berechnet werden:

$$H_{ij} = -\frac{\partial^2 l\left(\mathbf{0} \mid \hat{\mathbf{x}}\right)}{\partial \theta_i \partial \theta_j}\bigg|_{\mathbf{0} = \hat{\mathbf{0}}} \tag{3.14}$$

Durch die Inverse der Fisher-Matrix erhält man die Kovarianzmatrix der Schätzwerte:

$$\mathbf{C}_{\theta\theta} = \mathbf{H}^{-1} \tag{3.15}$$

Für das Beispiel Normalverteilung hat die H Matrix die Dimension  $2\times2$ . Die einzelnen Einträge können direkt nach Gleichung (3.14) ermittelt werden. Für den ersten Eintrag kann Gleichung (3.11) nach  $\mu_x$  abgeleitet werden und mit minus eins multipliziert werden:

$$H_{11} = -\frac{\partial^2 l\left(\mu_X, \sigma_X \mid \hat{\mathbf{x}}\right)}{\partial \mu_X \partial \sigma_X} = \frac{n}{\hat{\sigma}_X^2}$$
(3.16)

Analog erhält man alle anderen Einträge. Die Fisher-Matrix für die Normalverteilung ergibt sich zu:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{n}{\hat{\sigma}_X^2} & \frac{2\sum_{i=1}^n \left(\hat{x}_i - \hat{\mu}_X\right)}{\hat{\sigma}_X^3} \\ \frac{2\sum_{i=1}^n \left(\hat{x}_i - \hat{\mu}_X\right)}{\hat{\sigma}_X^3} & \frac{3}{\hat{\sigma}_X^3} \\ -\frac{n}{\hat{\sigma}_X^2} + \frac{3\sum_{i=1}^n \left(\hat{x}_i - \hat{\mu}_X\right)^2}{\hat{\sigma}_X^4} \end{bmatrix}$$
(3.17)

Durch die Invertierung dieser Fisher-Matrix erhält man die Kovarianzmatrix der Verteilungsparameter. Die Unsicherheiten der Verteilungsparameter können in der Analyse berücksichtigt werden.

Die Vorteile der Maximum-Likelihood-Methode (MLM) sind:

- für grosse Stichproben sind die Parameter  $\theta$  normalverteilt.
- die MLM Schätzer sind konsistent. Bei grossen Stichproben konvergieren die Schätzer gegen ihren tatsächlichen Wert.
- die Lösung der MLM ist eindeutig.
- die MLM Schätzer im haben Vergleich zu anderen asymptotisch normalverteilten Schätzungen die kleinsten Streuungen. Sie nutzen die in der Stichprobe enthaltene Information am effizientesten.

Der einzige Nachteil ist, dass die Maximierung sowie die benötigten Ableitungen zur Ermittlung der Unsicherheiten in den Parametern meist nicht analytisch erfolgen können. In jedem Fall kann die Lösung numerisch unter Verwendung effizienter Algorithmen erfolgen.

#### Methode der Momente

Die Idee der Methode der Momente ist, die empirisch aus Daten ermittelten Momente den theoretischen Momenten der Verteilungen gleichzusetzen. Ist die Dichteverteilung einer Zufallsvariable X mit  $f_X(x)$  bezeichnet, dann ist das q-te Moment m der Verteilungsfunktion definiert durch:

$$m_X^q = \int_{-\infty}^{\infty} x^q f_X(x \mid \mathbf{0}) dx, \quad q = 0, 1, 2, \dots$$
 (3.18)

Mit  $\theta$  sind die Parameter der Verteilungsfunktion bezeichnet. Die zentralen Momente beschreiben die Abweichung vom Mittelwert und sind definiert durch:

$$m_{X,z}^{q} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_{X}^{1})^{q} f_{X}(x \mid \mathbf{\theta}) dx , \quad q = 2, 3, ...$$
(3.19)

Die Momente einer Verteilungsfunktion haben eine besondere Bedeutung. Sie dienen der vollständigen Beschreibung der Verteilungsfunktion. Der Mittelwert einer Verteilungsfunktion  $\mu_X$  ist gleich dem ersten Moment der Verteilungsfunktion  $m_X^1 = \mu_X$  und die Varianz  $\sigma_X^2$  einer Verteilungsfunktion ist das zweite zentrale Moment der Verteilungsfunktion  $m_{X,z}^2 = \sigma_X^2$ .

Liegt eine Stichprobe mit *n* Beobachtungen der Zufallsvariable *X* vor, so können die Momente der Stichprobe nach Gleichung (3.20) berechnet werden. Die zentralen Momente der Stichprobe ergeben sich nach Gleichung (3.21).

$$\overline{m}_{X}^{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \hat{x}_{i}^{q} , \quad q = 0, 1, 2, \dots$$
 (3.20)

$$\overline{m}_{X,z}^{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left( \hat{x}_{i} - \overline{m}_{X}^{-1} \right)^{q}, \quad q = 1, 2, \dots$$
(3.21)

Die Momente, die nach Gleichung (3.20) und (3.21) berechnet werden, sind unabhängig von einem Verteilungstyp. Werden die Momente, die aus den Daten nach den Gleichungen (3.20) und (3.21) hervorgehen, mit den Momenten der Verteilungsfunktion (Gleichungen (3.18) und (3.19)) gleichgesetzt, können die Parameter der Verteilungsfunktion geschätzt werden.

Aus unterschiedlichen Stichproben aus der gleichen Menge können unterschiedliche empirisch ermittelte Momente resultieren. Die tatsächlichen Momente der Zufallsvariable X sind unbekannt und können auch als Zufallsvariablen betrachtet werden. Ein grösserer Stichprobenumfang reduziert die Unsicherheit in geschätzten Momenten.

Die Maximum-Likelihood-Methode ist im allgemeinen der Methode der Momente vorzuziehen, da sie vielfach auf wenig wirksame Schätzungen führt (Smirnow und Dunin-Barkovski (1963)).

# 3.1.3. Güte der Anpassung

Die Parameter können für jede beliebige Verteilung unter Verwendung einer der beiden zuvor beschriebenen Verfahren bestimmt werden. Beide Methoden machen keine Aussage dazu, ob die gewählte Verteilung eine gute Wahl darstellt. Einen ersten Anhaltspunkt erhält man, wenn die Daten in einem Wahrscheinlichkeitspapier aufgetragen werden.

Um die Güte der Anpassung zu testen, stehen zwei Verfahren zur Verfügung: der  $\chi^2$ -Test und der Kolmogorow-Smirnow Test. Der  $\chi^2$ -Test ist für diskrete Verteilungen entwickelt worden. Werden kontinuierliche Verteilungen diskretisiert, so kann der  $\chi^2$ -Test auch für diese Verteilungen angewendet werden. Der Kolmogorow-Smirnow Test kann nur bei kontinuierlichen Verteilungen angewendet werden. Die zu berechnende Statistik ist etwas einfacher und eine Diskretisierung, die ein Verlust an Informationen bedeutet, entfällt. Eine wesentliche Einschränkung des Kolmogorow-Smirnow-Tests ist, dass bei diesem Test die Parameter der Verteilung a priori bekannt sein müssen. Sie dürfen nicht aus den Daten bestimmt worden sein, für die der Test durchgeführt wird. Damit ist der Kolmogorow-Smirnow-Test in vielen praktischen Anwendungen ungeeignet. Eine detaillierte Beschreibung beider Tests und Beispiele finden sich in Benjamin und Cornell (1970) oder in Faber (2006).

## 3.1.4. Bayes'sches Theorem und Bayes'sches Aktualisieren

Das Bayes'sche Theorem bildet die wichtigste Grundlage der Bayes'schen Statistik. Es erlaubt die Berücksichtigung von neuen Informationen und eröffnet die Möglichkeit, auch Expertenmeinungen in der Statistik zu berücksichtigen. Damit besteht eine konsistente Basis, um Informationen jeder Art bestmöglich zu nutzen. In der Einleitung zu Bayes'schen Netzen (Kapitel 3.5) wird deutlich, welches Potential in dieser Betrachtungsweise liegt.

Die Berücksichtigung von neuer Information wird auch als Aktualisierung oder als Updating bezeichnet. Dazu wird der Stichprobenraum  $\Omega$ , der in Abbildung 8 dargestellt ist, betrachtet. Im Stichprobenraum befinden sich  $E_i$ ,  $i \in \{1,2,..,n\}$  gegenseitig ausschliessende unabhängige Ereignisse. Im Beispiel in Abbildung 8 ist die Anzahl an Ereignissen n = 4. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis A eintritt, kann ermittelt werden mit:

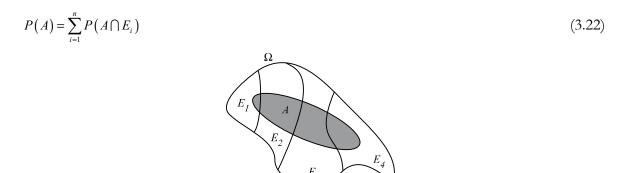


Abbildung 8 : Stichprobenraum  $\Omega$  mit sich gegenseitig ausschliessenden Ereignissen  $E_i$  und dem Ereignis A (in Anlehnung an Kübler (2006)).

Unter Verwendung der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeiten folgt aus Gleichung (3.22) die Formel der totalen Wahrscheinlichkeit:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i) P(A | E_i)$$
(3.23)

#### 3. Grundlagen

Wird das Ereignis A beobachtet und es soll bestimmt werden, wie gross die Wahrscheinlichkeit ist, dass  $E_i$  eingetreten ist, kann dies bestimmt werden mit:

$$P(E_i \mid A) = \frac{P(A \mid E_i)P(E_i)}{P(A)}$$
(3.24)

Substituiert man den Divisor aus Gleichung (3.24) mit der Formulierung in Gleichung (3.23), so erhält man:

$$P(E_i \mid A) = \frac{P(A \mid E_i)P(E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i) P(A \mid E_i)}$$
(3.25)

Gleichung (3.25) wird auch als Bayes'sche Formel bezeichnet. Die einzelnen Terme der Gleichung (3.25) können explizit benannt werden.  $P(E_i)$  wird als *a priori* Wahrscheinlichkeit bezeichnet. Diese Bezeichnung wird meist durch einen Apostroph  $P'(\bullet)$  verdeutlicht. Der Term  $P(A|E_i)$  wird als Likelihood bezeichnet. Die Multiplikation von *a priori* Wahrscheinlichkeit mit dem Likelihood wird durch eine normalisierende Konstante P(A) dividiert. Das Ergebnis dieser Division  $P(E_i|A)$  wird als *a posteriori* Wahrscheinlichkeit bezeichnet und zur Unterscheidung häufig mit zwei Apostrophen gekennzeichnet  $P''(\bullet)$ .

## 3.2. Methoden zur Berechnung der Zuverlässigkeit

Typische Problemstellungen im Ingenieurwesen sind verschiedenen Kombinationen von inhärenten Unsicherheiten, statistischen Unsicherheiten und Modellunsicherheiten unterworfen. Die strukturelle Zuverlässigkeitstheorie beschäftigt sich mit der konsistenten Berücksichtigung dieser Unsicherheiten. In den letzten Jahrzehnten ist eine Vielzahl von Methoden zur Bestimmung der strukturellen Zuverlässigkeit entwickelt worden. Die wichtigsten Methoden werden in diesem Kapitel kurz vorgestellt. Die Stochastische-Finite-Elemente-Methode ist ein Sonderfall. Dieser soll hier vorgestellt werden, da zur Bemessung von Kunstbauten und auch Schutzbauwerken immer häufiger Finite-Elemente- Modelle erstellt werden. Die bestehenden Modelle können direkt verwendet werden, um Zuverlässigkeitsanalysen durchzuführen. Eine Einführung in Methoden der strukturellen Zuverlässigkeit findet sich z.B. in Melchers (2002), Madsen et al. (1986) oder Faber (2006). Eine gute Einführung in die Stochastische-Finite-Elemente-Methode gibt Haldar und Mahadevan (2000).

Das einfachste Zuverlässigkeitsproblem kann durch eine Einwirkung S und einem Widerstand R beschrieben werden. Jede dieser Zufallsvariablen wird durch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_S(s)$  und  $f_R(r)$  repräsentiert. Beide Verteilungsfunktionen müssen dabei die gleiche Einheit haben. Als Versagen wird der Zustand definiert, in dem die Einwirkung S grösser ist als der Widerstand R. Die Grenzzustandsfunktion kann angegeben werden zu:

$$g(\mathbf{x}) = r - s \tag{3.26}$$

Der Vektor  $\mathbf{x}$ , von dem die Grenzzustandsfunktion abhängt, beinhaltet die Realisationen aller Zufallsvariablen  $\mathbf{X}$ , die zur Beschreibung der Einwirkungen und der Widerstände notwendig sind. Als Versagen F wird der Zustand definiert, in dem die Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x})$  kleiner oder gleich Null ist:

$$F = \{ \mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) \le 0 \} \tag{3.27}$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit ist ein Mass für die Möglichkeit, mit der ein Versagensereignis eintreffen kann. Diese kann einerseits quantifiziert werden, indem Langzeitbeobachtungen der Versagenshäufigkeit gemacht werden oder durch numerische Modellierungen. In der Regel gibt es im Bauwesen nicht genügen Bauwerke, die gleiche Eigenschaften und eine ausreichend hohe Versagenswahrscheinlichkeit haben, um genügend Beobachtungen von Versagenszuständen machen zu können.

Die Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  wird durch Integration über den gesamten Bereich  $\Omega$  der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{R,S}(r,s)$ , in dem die Grenzzustandsfunktion kleiner oder gleich Null ist:

$$p_f = P[g(\mathbf{X}) \le 0] = \int_{\Omega} \int f_{RS}(r, s) \, dr \, ds \tag{3.28}$$

Abbildung 9 illustriert den Integrationsbereich für eine lineare Grenzzustandsgleichung. Die Versagensfläche wird durch  $g(\mathbf{x}) = 0$  definiert.

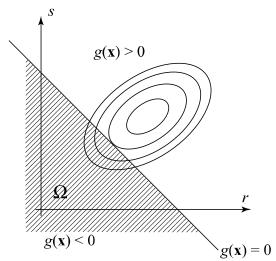


Abbildung 9 : Illustration einer bivariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer linearen Grenzzustandsgleichung und des zugehörigen Versagensbereiches.

Wird zur Vereinfachung angenommen, dass die Einwirkung und der Widerstand unabhängige Zufallsvariablen sind, kann die Versagenswahrscheinlichkeit über das Faltungsintegral direkt berechnet werden zu:

$$p_f = P[g(\mathbf{X}) \le 0] = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx$$
(3.29)

Meist sind mehr als zwei Zufallsvariablen notwendig, um Versagen zu beschreiben. Allgemein lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit durch das folgende Integral beschreiben:

$$p_f = P[g(\mathbf{X}) \le 0] = \int_{g(\mathbf{X}) \le 0} f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$
(3.30)

Hierin bezeichnet  $g(\mathbf{x})$  die Grenzzustandsfunktion,  $\mathbf{X}$  den Vektor der Zufallsvariablen und  $f_{\mathbf{x}}(\cdot)$  ist die gemeinsame Dichteverteilung der Zufallsvariablen  $\mathbf{X}$ .

Meist sind sowohl die Einwirkungen als auch die Widerstände zeitvariante Funktionen. Die Einwirkung S(t) variiert mit der Zeit und sowohl die Grössenordnung der Einwirkung als auch der Zeitpunkt, wann sie auf das Tragwerk einwirken, sind unsicher. Auch der Widerstand R(t) des Bauwerkes ist mit der Zeit veränderlich. Alterungsprozesse oder belastungsabhängige Verformungen von Teilen des Tragwerkes können zu einer Abnahme der Festigkeit über die Zeit führen. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 10 dargestellt. Sowohl die Festigkeit als auch der Widerstand können durch einen Zufallsprozess beschrieben werden. Die Unsicherheiten beider haben die Eigenschaft, mit der Zeit grösser zu werden. Die Dichteverteilungen  $f_R(\cdot)$  und  $f_S(\cdot)$  werden breiter und flacher mit der Zeit (Melchers (2002)). Zu unterschiedlichen Zeitpunkten  $t=t_a,t_b$  können beide Zufallsvariablen durch unterschiedliche Dichteverteilungen beschrieben werden (siehe Abbildung 10).

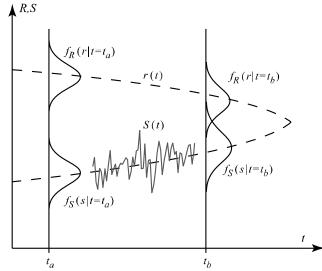


Abbildung 10: Schematisches zeitabhängiges Zuverlässigkeitsproblem.

Wird ein zeitvariantes Zuverlässigkeitsproblem betrachtet, so bedeutet Versagen, dass der Prozess  $g(\mathbf{x}(t))$  zu einem Zeitpunkt t in einem betrachteten Zeitintervall [0;T] kleiner oder gleich Null ist.  $\mathbf{x}(t)$  ist eine Realisation des Zufallsprozesses  $\mathbf{X}(t)$ . Die Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  innerhalb des Intervalls [0;T] kann nach Gleichung (3.31) berechnet werden:

$$p_f(t) = 1 - P(g(X(t)) > 0, \forall t \in [0; T])$$
 (3.31)

Da die direkte Berechnung nach Gleichung (3.31) meist schwierig ist, werden in praktischen Anwendungen häufig Approximationen verwendet. Solche Approximationen finden sich z.B. in Madsen et al. (1986) oder in Melchers (2002). In vielen Anwendungen ist es möglich anzunehmen, dass die Zufallsvariablen X nicht zeitabhängig sind. Dann ist es möglich, das Zuverlässigkeitsproblem unter Verwendung von Gleichung (3.28) zu lösen.

Die hier gezeigten Formulierungen sind nicht auf die strukturelle Zuverlässigkeit und nicht auf Versagenszustände beschränkt. Prinzipiell kann für jedes Ereignis, dass durch eine Grenzzustandsfunktion in Form von Gleichung (3.26) beschrieben werden kann, die Eintretenswahrscheinlichkeit so ermittelt werden.

Für komplexere Probleme kann die Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (3.28) nicht analytisch bestimmt werden. Zur Lösung dieses Problems sind verschiedene numerische Verfahren entwickelt worden. Drei dieser Verfahren werden im Folgenden vorgestellt.

## 3.2.1. First Order Reliability Method

Die First Order Reliability Method (FORM) wurde vor ungefähr 30 Jahren entwickelt. Die Basis für die Entwicklung dieser Methode bilden die Arbeiten von Basler (1960) und Cornell (1969). Sie entwickelten eine analytische Lösung zur Ermittlung des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ . Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  multipliziert mit der Standardabweichung  $\sigma_M$  der Sicherheitsmarge M = R - S entspricht dem Mittelwert der Sicherheitsmarge  $\mu_M$ .

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \tag{3.32}$$

Abbildung 11 veranschaulicht die Definition des Zuverlässigkeitsindex nach Basler (1960). In Abhängigkeit der Formulierung der Grenzzustandsfunktion können jedoch der Mittelwert der Sicherheitsmarge  $\mu_{\scriptscriptstyle M}$  und die zugehörige Standardabweichung  $\sigma_{\scriptscriptstyle M}$  bei gleicher Definition des Versagens unterschiedlich sein. Somit ergeben sich auch unterschiedliche Werte von  $\beta$  und unterschiedlich grosse Versagenswahrscheinlichkeiten.

Dieses Invarianzproblem wurde von Hasofer und Lind (1974) gelöst, indem der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  als kürzester Abstand zwischen dem Ursprung im Standardnormalraum U und der Grenzzustandsfunktion definiert wurde. Der Punkt auf der Grenzzustandsfunktion, der den kürzesten Abstand zum Ursprung im Standardnormalraum hat, wird auch als Bemessungspunkt bezeichnet. Das Konzept der FORM basiert auf einer Linearisierung der Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt. Dadurch wird die Versagenshyperfläche, die durch die Grenzzustandsfunktion beschrieben wird, am Bemessungspunkt durch eine Ebene approximiert. Da der Bemessungspunkt den wahrscheinlichsten Versagenszustand darstellt, ist der Fehler, der durch diese Approximation gemacht wird, ausreichend klein.

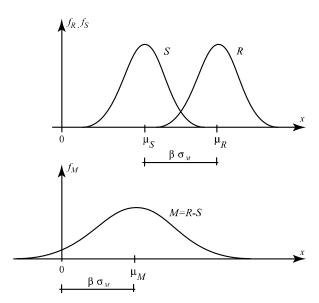


Abbildung 11: Zuverlässigkeitsindex in der Formulierung von Basler (1960).

Seit dieser Entwicklung wurde FORM weiter entwickelt und fand Anwendung in zahlreichen zuverlässigkeitsbasierten Optimierungen. Eine der bekannten Anwendungen ist die Normenkalibrierung.

## Lineare Grenzzustandsfunktion und normalverteilte Zufallsvariablen

Ein einfacher Fall liegt vor, wenn die Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x})$  eine lineare Funktion der Zufallsvariablen  $\mathbf{X}$  ist. Die Grenzzustandsfunktion kann in diesem Fall beschrieben werden durch:

$$g(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$$
 (3.33)

Hierin bezeichnet n die Anzahl der Zufallsvariablen  $\mathbf{X}$  und  $a_i$  die Parameter der Grenzzustandsfunktion. Folgen die Zufallsvariablen Normalverteilungen, so berechnet sich die Sicherheitsmarge M zu:

$$M = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i \tag{3.34}$$

Die Sicherheitsmarge M folgt ebenfalls einer Normalverteilung mit dem Mittelwert  $\mu_M$  und der Varianz  $\sigma_M^2$ :

$$\mu_{M} = a_{0} + \sum_{i=1}^{n} a_{i} \,\mu_{X_{i}} \tag{3.35}$$

$$\sigma_M^2 = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \, \sigma_{X_i}^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1, j \neq i}^n \rho_{ij} a_i a_j \sigma_{X_i} \sigma_{X_j}$$
(3.36)

Die Korrelationskoeffizienten zwischen den Zufallsvariablen  $\mathbf{X}_i$  und  $\mathbf{X}_j$  sind mit  $\rho_{ij}$  bezeichnet. Analog zu Gleichung (3.28) kann Versagen definiert werden durch:

$$p_{f} = P[g(\mathbf{X}) \le 0] = P[M \le 0] \tag{3.37}$$

Im Fall der Standardnormalverteilung wird die Versagenswahrscheinlichkeit direkt aus dem Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  berechnet:

$$p_f = \Phi(-\beta) \tag{3.38}$$

Zur Berechnung des Zuverlässigkeitsindex nach Hasofer und Lind (1974) werden in einem ersten Schritt alle Zufallsvariablen in den Standardnormalraum *U* transformiert (siehe Abbildung 12).

Normalverteilte nicht korrelierte Zufallsvariablen können direkt in den U-Raum transformiert werden:

$$U_{i} = \frac{X_{i} - \mu_{X_{i}}}{\sigma_{X_{i}}} \tag{3.39}$$

Die Zufallsvariablen im U-Raum haben einen Mittelwert von Null und eine Standardabweichung von Eins. Der kürzeste Abstand zwischen dem Nullpunkt und dem Bemessungspunkt  $u^*$  im U-Raum kann geometrisch ermittelt werden. In diesem Fall kann die Versagenswahrscheinlichkeit exakt berechnet werden.

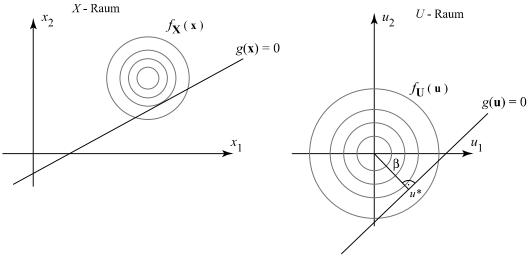


Abbildung 12: Illustration zweier unkorrelierter Zufallsvariablen und linearer Grenzzustandsfunktion im X-Raum vor der Standardisierung (links) und im U-Raum nach der Standardisierung (rechts).

# Nicht lineare Grenzzustandsfunktion und Normalverteilte Zufallsvariablen

Eine exakte Lösung kann unter Verwendung von FORM bei einer nicht-linearen Grenzzustandsfunktion nicht mehr erreicht werden. Hasofer und Lind (1974) schlagen vor, die Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt  $u^*$  durch eine ebene Versagensfläche im Standardnormalraum zu approximieren. In Abbildung 13 ist der allgemeine Fall auf zwei Zufallsvariablen reduziert und im Standardnormalraum U dargestellt.

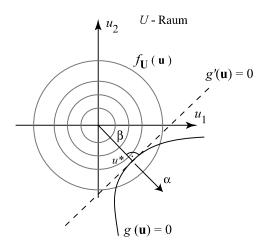


Abbildung 13 : Linearisierung der Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt nach Hasofer und Lind (1974).

In Abbildung 13 bezeichnet  $g(\mathbf{u})$  die nichtlineare Grenzzustandsfunktion,  $g'(\mathbf{u})$  die linearisierte Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt  $u^*$  und  $\alpha$  den Normalenvektor zur Versagensfläche im Bemessungspunkt.

Bei nichtlinearen Grenzzustandsfunktionen kann der Bemessungspunkt nur iterativ gefunden werden. Dies kann durch die Lösung des folgenden Optimierungsproblems erfolgen:

$$\beta = \min_{\mathbf{u} \in \{g(\mathbf{u}) = 0\}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}$$
 (3.40)

Dieses Optimierungsproblem kann auf unterschiedliche Weise gelöst werden. Ist die Grenzzustandsfunktion differenzierbar, kann das Optimierungsproblem durch den folgenden Iterationsalgorithmus gelöst werden:

$$\alpha_{i} = \frac{-\frac{\partial g}{\partial u_{i}}(\beta \mathbf{\alpha})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial u_{i}}(\beta \mathbf{\alpha})\right)^{2}}}$$
(3.41)

$$g(\beta\alpha_1,\beta\alpha_2,...,\beta\alpha_n) = 0 (3.42)$$

Im ersten Schritt wird der Bemessungspunkt  $u^* = \beta \alpha$  geschätzt. Mit dieser Schätzung wird ein neuer Vektor  $\alpha$ , unter Verwendung von Gleichung (3.41) berechnet. Mit dem neuen Vektor wird unter Verwendung von Gleichung (3.42) ein neuer  $\beta$ -Wert berechnet. In der Regel konvergiert der Iterationsalgorithmus nach 6 bis 10 Iterationsschritten und liefert so den Bemessungspunkt  $u^*$ , den Abstand zum Ursprung  $\beta$  sowie den Normalenvektor  $\alpha$  auf die Versagensfläche im Bemessungspunkt.

Der Normalenvektor  $\alpha$  gibt Auskunft über den relativen Beitrag der Streuungen der einzelnen Zufallsvariablen zum Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ . Diese Information ist hilfreich, um die Zufallsvariablen zu identifizieren, die den grössten Einfluss auf die Versagenswahrscheinlichkeit haben.

#### Nicht Normalverteilte und korrelierte Zufallsvariablen

In der praktischen Anwendung sind die Zufallsvariablen in der Grenzzustandsfunktion häufig nicht normalverteilt. Sind die Zufallsvariablen unkorreliert, so können diese über die von Rackwitz und Fiessler (1977) entwickelte Normal-Tail-Transformation in eine äquivalente standardnormalverteilte Zufallsvariable überführt werden.

Die Transformation für die nicht normalverteilten Zufallsvariablen wird dabei so gewählt, dass die ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{X_i}(x_i | \theta)$  und die ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $F_{X_i}(x_i | \theta)$  und die Dichte und Verteilungsfunktion der äquivalenten Normalverteilung im Bemessungspunkt  $x^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$  dieselben Werte haben (Thoft-Christensen und Baker (1982)):

$$F_{X_{i}}(x_{i}^{*} \mid \theta) = \Phi\left(\frac{x_{i}^{*} - \mu_{X_{i}}^{N}}{\sigma_{X_{i}}^{N}}\right)$$
(3.43)

$$f_{X_i}(x_i^* \mid \theta) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi \left( \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right)$$
(3.44)

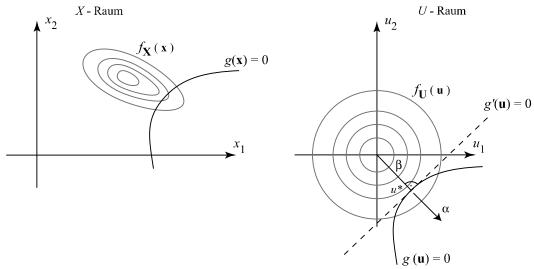


Abbildung 14: Nicht Normalverteilte korrelierte Zufallsvariablen und nichtlinearer Grenzzustandsfunktion im X-Raum und die äquivalenten transformierten Normalverteilten Zufallsvariablen im U-Raum.

Mit  $\theta$  sind die Parameter der ursprünglichen Verteilung bezeichnet,  $\sigma_{X_i}^N$  bezeichnet die unbekannte Standardabweichung und  $\mu_{X_i}^N$  den unbekannten Mittelwert der äquivalenten Normalverteilung. Nach Auflösen der beiden Gleichungen erhält man:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi(\Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i^*)))}{f_{X_i}(x_i^*)}$$
(3.45)

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i^*)\right) \sigma_{X_i}^N \tag{3.46}$$

Der vorgestellte Algorithmus zur Bestimmung des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  (Gleichungen (3.41) und (3.42)) wird im Fall von nicht normalverteilten unkorrelierten Zufallsvariablen um die unbekannten Parameter  $\sigma_{\chi_i}^N$  und  $\mu_{\chi_i}^N$  erweitert. Sie müssen in jedem Iterationsschritt nach Gleichung (3.45) und (3.46) neu berechnet werden. Der Wert der ursprünglichen Verteilungsfunktion am neuen Versagenspunkt wird über

$$F_{X_i}(x_i^* \mid \theta) = \Phi(\alpha_i \beta) \tag{3.47}$$

berechnet. Unter Verwendung von Gleichung (3.47) kann direkt der neue Bemessungspunkt  $x_i^*$  im X-Raum sowie die Parameter  $\sigma_{X_i}^N$  und  $\mu_{X_i}^N$  nach Gleichung (3.45) und (3.46) berechnet werden.

Häufig sind die Zufallsvariablen in der Grenzzustandsfunktion korreliert. In Abbildung 14 ist dieser Fall für zwei Zufallsvariablen dargestellt. Auch dafür lassen sich die Zufallsvariablen in den Standardnormalraum transformieren.

Die Rosenblatt-Transformation kann angewendet werden, wenn die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der einzelnen Zufallsvariablen bekannt sind. Die Verteilungsfunktion des Zufallsvektors X kann dann als Sequenz von bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen angegeben werden:

$$F_{X}(x) = F_{X}(x_{1}) F_{X_{2}}(x_{2} | x_{1}) \dots F_{X_{n}}(x_{n} | x_{1}, x_{2}, \dots, x_{n-1})$$
(3.48)

Die Transformation in den *U* -Raum erfolgt unter Verwendung der so genannten Rosenblatt-Transformation:

$$\Phi(u_i) = F_{X_i}(x_i \mid x_1, x_2, ..., x_{i-1})$$
(3.49)

Mit Hilfe dieser Transformationsgleichung können die Zufallsvariablen im X-Raum durch die Standardnormalverteilten Zufallsvariablen U ausgedrückt werden:

$$x_{i} = F_{X_{i}}^{-1}(\Phi(u_{i}) | x_{1}, x_{2}, ..., x_{i-1})$$
(3.50)

Diese Berechnungen können meist nur numerisch durchgeführt werden. Sind lediglich die marginalen Verteilungsfunktionen und die Korrelationen bekannt, so kann die Nataf-Transformation angewendet werden. Im Gegensatz zur Rosenblatt Transformation liefert sie jedoch lediglich eine Approximation. Weitere Ausführungen zu den genannten Transformationen und Beispiele finden sich in z.B. in Ditlevsen und Madsen (2005), Melchers (2002) oder Madsen H.O. et al (1986).

## Nicht geschlossene Form der Grenzzustandsfunktion und nicht Normalverteilte Zufallsvariablen

Um den Bemessungspunkt in jedem Iterationsschritt neu zu bestimmen, muss die Grenzzustandsfunktion nach  $\beta$  in einer geschlossenen Form vorliegen und nach  $\beta$  auflösbar sein. Ist die Grenzzustandfunktion stark nichtlinear oder liegt sie nicht in geschlossener Form vor, kann dieser Schritt nicht ausgeführt werden. Dies ist häufig der Fall, wenn für die Berechnung Software wie z.B. Finite-Elemente-Programme oder Stabstatik-Programme verwendet werden. Zur Lösung dieses Problems wurde von Rackwitz und Fiessler (1978) ein Algorithmus entwickelt. In einem ersten Schritt wird der Grenzzustand analog zu Gleichung (3.26) definiert:

$$g(\mathbf{x}) = r - s \tag{3.51}$$

Beispielhaft kann r eine maximal zu tolerierende Durchbiegung in der Mitte eines Balkens sein. In diesem Fall repräsentiert s die berechnete Durchbiegung infolge einer Belastung. Diese wird mit einem Statikprogramm berechnet und ist abhängig von verschiedenen Zufallsvariablen  $\mathbf{X}$ . In einem zweiten Schritt wird die Grenzzustandsfunktion analog zur zuvor beschriebenen FORM mit den Startwerten  $\mathbf{x}_i$  berechnet. Die Startwerte können frei gewählt werden. Es bietet sich an, jeweils mit den Mittelwerten zu beginnen. Folgen die Zufallsvariablen nicht der Normalverteilung, so müssen die äquivalenten Parameter  $\mu_{X_i}^N$  und  $\sigma_{X_i}^N$  der Normalverteilung, wie im Abschnitt zuvor erläutert, bestimmt werden. Die Zufallsvariablen werden dann in den Standardnormalraum U transformiert über:

$$u_{i}^{m} = \frac{x_{i} - \mu_{X_{i}}^{N}}{\sigma_{X_{i}}^{N}}$$
 (3.52)

$$\mathbf{u}^{m} = \left(u_{1}^{m}, u_{2}^{m}, \dots, u_{n}^{m}\right)^{T} \tag{3.53}$$

#### 3. Grundlagen

Folgen die Zufallsvariablen bereits einer Normalverteilung, so kann die Transformation direkt mit dem Mittelwert  $\mu_{X_i}$  und der Standardabweichung  $\sigma_{X_i}$  der Zufallsvariablen erfolgen. Der hochgestellte Index m der standardisierten Zufallsvariable u gibt den Iterationsschritt an. In der ersten Iteration der FORM-Analyse ist m=1.

Für die FORM-Analyse werden die Ableitungen der Grenzzustandsfunktion benötigt (vgl. Gleichung (3.41)). Da keine geschlossene Form der Grenzzustandsfunktion vorliegt, können die Ableitungen unter Verwendung numerischer Methoden berechnet werden. Eine mögliche Methode wird im Kapitel 3.3 vorgestellt. Die numerische Differentiation der Grenzzustandsfunktion wird dabei im X-Raum durchgeführt. Die Transformation in den U-Raum erfolgt über die Kettenregel:

$$\frac{\partial g}{\partial u_i^m} = \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial u_i^m} = \frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{X_i}^N \tag{3.54}$$

Die partiellen Ableitungen sind dabei die Bestandteile des Gradientenvektors  $\nabla \mathbf{g}$ .

$$\nabla g\left(\mathbf{u}^{m}\right) = \left(\frac{\partial g}{\partial u_{1}^{m}}, \frac{\partial g}{\partial u_{2}^{m}}, \dots, \frac{\partial g}{\partial u_{n}^{m}}\right)^{T} \tag{3.55}$$

Die Komponenten des Normalenvektor  $\alpha$  kann direkt mit den partiellen Ableitungen berechnet werden:

$$\alpha_{i} = \frac{-\frac{\partial g}{\partial x_{i}} \sigma_{X_{i}}^{N}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial x_{i}} \sigma_{X_{i}}^{N}\right)^{2}}}$$
(3.56)

Der neue Bemessungspunkt im *U* -Raum, der iterativ bestimmt wird, kann über die Gleichung (3.58) bestimmt werden. Diese Gleichung ergibt sich aus einer Taylorapproximation erster Ordnung der Grenzzustandsfunktion:

$$g(\mathbf{u}^{m+1}) = g(\mathbf{u}^m) + \nabla g(\mathbf{u}^m)(\mathbf{u}^{m+1} - \mathbf{u}^m)$$
(3.57)

Mit der Bedingung, dass die Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt gleich Null ist  $g(\mathbf{u}^{m+1}) = 0$ , erhält man durch einige Umformungen:

$$\mathbf{u}^{m+1} = \frac{1}{\left(\nabla g\left(\mathbf{u}^{m}\right)\right)^{T} \nabla g\left(\mathbf{u}^{m}\right)} \left(\left(\nabla g\left(\mathbf{u}^{m}\right)\right)^{T} \mathbf{u}^{m} - g\left(\mathbf{u}^{m}\right)\right) \nabla g\left(\mathbf{u}^{m}\right)$$
(3.58)

Der Zuverlässigkeitsindex, der der Euklidischen Distanz vom Nullpunkt zum Bemessungspunkt entspricht, kann unter Verwendung des neuen Bemessungspunktes im U-Raum berechnet werden zu:

$$\beta^{m+1} = \sqrt{\left(\mathbf{u}^{m+1}\right)^T \mathbf{u}^{m+1}} \tag{3.59}$$

Die neuen Koordinaten des Bemessungspunktes im X-Raum wird über die Rücktransformation aus dem U-Raum erreicht:

$$x_i = \mu_{X_i}^N + u_i^{m+1} \sigma_{X_i}^N \tag{3.60}$$

Ist der neue Bemessungspunkt bekannt, kann der nächste Iterationsschritt über Gleichung (3.52) nach der Ermittlung neuer äquivalenter Mittelwerte und Standardabweichungen durchgeführt werden. Die Iterationen werden durchgeführt, bis die folgenden beiden Kriterien erfüllt sind:

Hierbei sollten  $\delta$  und  $\varepsilon$  ausreichend klein, z.B.  $10^{-3}$  gewählt werden. Nachdem Konvergenz erreicht wurde, kann die Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (3.38) berechnet werden. Mit diesem Algorithmus steht ein sehr hilfreiches Werkzeug zur Verfügung, dass es erlaubt, die Versagenswahrscheinlichkeit mit begrenztem Rechenaufwand zu approximieren.

Es kann vorkommen, dass dieser Algorithmus nicht konvergiert. In diesen Fällen sollten andere Algorithmen verwendet werden. Ein Überblick und ein Vergleich verschiedener Algorithmen ist in Liu und Der Kiureghian (1991) gegeben.

#### 3.2.2. Monte-Carlo-Simulationen

Eine sehr einfache Möglichkeit, die Versagenswahrscheinlichkeit über Gleichung (3.28) zu bestimmten, ist die Monte-Carlo-Simulation (MCS). Dazu wird ein Set aus Zufallszahlen erzeugt, das den Verteilungen der Zufallsvariablen  $\mathbf{X}$  in der Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{X})$  entspricht. Der Wert der Grenzzustandsfunktion kann dann für dieses Set aus Zufallszahlen berechnet werden. Liegt er im Bereich, in der die Grenzzustandsfunktion negativ ist ( $g(\mathbf{x}) < 0$ ), so liegt ein Versagensereignis vor. Wird eine grosse Anzahl n solcher Sets aus Realisationen erzeugt und die Gesamtzahl an Versagensereignissen  $n_f$  gezählt, so kann die Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt werden zu:

$$p_f = P(g(\mathbf{x}) < 0) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_f}{n}$$
(3.62)

Das Verfahren führt zu einer Konvergenz gegen die exakte Lösung des Integrals, wenn die Anzahl an Simulationen gegen unendlich geht. Das Erzeugen von Zufallszahlen und die Auswertung der Grenzzustandsfunktion für jede dieser Realisationen benötigen einen sehr hohen Speicher und Rechenaufwand. Die benötigte Rechenzeit ist relativ hoch. Daher ist der Einsatz der Monte-Carlo-Simulation beschränkt.

Mit einer beschränkten Anzahl an Simulationen kann die Versagenswahrscheinlichkeit nur mit einer grossen Unsicherheit bestimmt werden. Schätzungen für die benötigte Anzahl an Simulationen variieren in der Literatur. Es kann jedoch gezeigt werden, dass die Unsicherheit der Schätzung der Versagenswahrscheinlichkeit proportional zu  $1/\sqrt{n_f}$  ist. Im Bauwesen sind die

#### 3. Grundlagen

Versagenswahrscheinlichkeiten sehr klein. Somit ist auch die Anzahl von Versagensereignissen recht klein. Um eine Versagenswahrscheinlichkeit in der Grössenordnung von 10<sup>-6</sup> mit einer ausreichenden Genauigkeit zu schätzen (z.B. mit einem Variationskoeffizienten der Schätzung von 10%), sind 10<sup>8</sup> Simulationen notwendig (Faber (2006)).

Um die Anzahl an Simulationen zu reduzieren, wurden in der Vergangenheit verschiedene Techniken entwickelt, wie z.B. importance sampling, directional simulation oder latin hypercube sampling.

Der Vorteil der MCS ist, dass Zufallszahlen aller Verteilungsfunktionen unter Berücksichtigung von Korrelationen relativ einfach erzeugt werden können. Software-Pakete wie z.B. Matlab© The MathWorks (2006) bieten die Möglichkeit, über Zufallsgeneratoren direkt Zufallszahlen zu erzeugen, die unterschiedlichen Verteilungen folgen. Es können jedoch auch über die Erzeugung von gleichverteilten Zufallszahlen  $r_i$ , mit Hilfe einer inversen Transformation Zufallszahlen  $x_i$  jeder anderen Verteilungsfunktion  $F_x$  erzeugt werden:

$$x_i = F_{X_i}^{-1}(r_i) (3.63)$$

Gleichverteilte Zufallszahlen können über einen Pseudo-Zufallsgenerator mit nahezu jedem Computer erzeugt werden.

# 3.3. Anwendung der Methoden zur Berechnung der Zuverlässigkeit unter Verwendung stochastischer Finite-Elemente

In der Bemessung von Tragwerken kommt immer mehr die Methode der Finiten Elemente (FE) zum Einsatz. Insbesondere im Brückenbau, aber auch in der Modellierung und Bemessung von Schutzbauten wird die FE Methode verwendet (z.B. Volkwein (2004)). Liegen die deterministischen Finite-Elemente-Modelle vor, so können diese verwendet werden, um Zuverlässigkeitsanalysen durchzuführen. Dies erfordert zunächst die Definition des Grenzzustandes nach Gleichung (3.26). Der Grenzzustand kann eine Verformung eines Bauwerkes an einer bestimmten Stelle sein, oder die Überschreitung der Festigkeit. Der Vorteil der stochastischen Finite-Elemente-Methode ist, dass bestehende FE-Modelle direkt verwendet werden können, da das FE Programm lediglich als Black-Box verwendet wird, um die Systemantwort zu berechnen. Dies ermöglicht, die vorhandenen Modellierungen und Berechnungen, die für Tragwerke ohnehin durchgeführt werden, zu nutzen.

Die Stochastische-Finite-Elemente-Methode ist eine Weiterentwicklung der gängigen FE Methode. Bei der Stochastischen-FEM werden die physikalischen Eingangsparameter der Struktur und die Belastung als Zufallsfelder oder Zufallsvariablen modelliert.

Der einfachste Fall in der linearen Finite-Elemente-Methode kann wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbf{K} \ \mathbf{V} = \mathbf{P} \tag{3.64}$$

Hierin bezeichnet K die Steifigkeitsmatrix des Systems, V die Knotenverschiebungen im System bzw. die Systemantwort und P die äusseren Lasten. Sowohl die Steifigkeit als auch die äusseren Kräfte sind Zufallsmatrizen. Somit ist auch die Systemantwort V ein Zufallsvektor. Während im deterministischen Fall die Gleichung (3.64) direkt gelöst werden kann, ist das im Fall der Stochastischen-FE nicht mehr möglich. Ein Überblick über Lösungsansätze und Grundlagen zu den einzelnen Methoden findet sich in Haldar und Mahadevan (2000). Hier sollen im Folgenden drei Verfahren vorgestellt werden, die relativ einfach sind und von jedem Ingenieur in der Praxis auch in Verbindung mit kommerzieller FE Software eingesetzt werden können.

#### **Monte-Carlo-Simulation**

Die einfachste Möglichkeit, um dieses Problem zu lösen, ist eine Monte Carlo Simulation. Die *n*-fache Berechnung des *FE*-Modells mit zufälligen Realisationen der Eingangsparameter liefert, wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben, *n* Realisationen der Grenzzustandsfunktion bzw. der Systemantwort V. Sind geometrisch und physikalisch nichtlineare *FE* Berechnungen notwendig, ist die Rechendauer für eine Realisation sehr lang. Die notwendige Anzahl an Realisationen kann meist schon bei einer geringen Anzahl von Zufallsvariablen und einer vergleichsweise geringen Versagenswahrscheinlichkeit nicht mehr berechnet werden. Eine *MCS* kann daher nur in Ausnahmefällen angewendet werden.

## Response-Surface-Approach

Der response-surface-approach verwendet die Antwortfläche des Systems, um eine geschlossene polynomische Form der Grenzzustandsfunktion zu finden. Je nach Anforderung kann ein Polynom

erster, zweiter oder höherer Ordnung verwendet werden. Mit Hilfe der Approximation der Grenzzustandsfunktion  $g^*(\mathbf{X})$  kann unter Verwendung der FORM der Bemessungspunkt gefunden und die Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt werden.

$$g^*(x) = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i \tag{3.65}$$

In einem ersten Schritt werden für jede Zufallsvariable  $X_i$ , die in die Berechnung eingeht, zwei oder drei repräsentative Werte bestimmt. Die Wahl der Anzahl der repräsentativen Werte richtet sich nach dem Grad des Polynoms, mit der die Grenzzustandsfunktion approximiert werden soll. Es bietet sich an, einen unteren Wert und einen oberen Wert aus der jeweiligen Verteilungsfunktion zu wählen (z.B.  $(k \sigma + \mu ; k \sigma - \mu) k \in \mathbb{R}$ ). Werden für die Berechnung drei repräsentative Werte verwendet, so kann zusätzlich noch der Mittelwert verwendet werden  $((k \sigma + \mu ; \mu ; k \sigma - \mu) k \in \mathbb{R})$ .

Die FE-Berechnungen werden dann für jede mögliche Kombination der repräsentativen Werte durchgeführt. Für je zwei repräsentative Werte jeder Zufallsvariablen ergeben sich somit eine Anzahl von 2<sup>n</sup> notwendigen FE Berechnungen. Bei drei repräsentativen Werten für jede Zufallsvariable steigt die Anzahl der FE-Berechnungen auf 3<sup>n</sup>. Mit *n* ist die Anzahl der Zufallsvariablen bezeichnet.

Im nächsten Schritt wird ein Polynom als geschlossene Approximation der Grenzzustandsfunktion definiert. Die Koeffizienten des Polynoms  $b_i$  werden mit den Ergebnissen der FE-Berechnungen unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt. Damit liegt die Grenzzustandsfunktion in Abhängigkeit aller Zufallsvariablen in einer geschlossenen Form vor. Die Versagenswahrscheinlichkeit kann dann unter Verwendung der FORM berechnet werden. Die Anzahl an FE-Berechnungen steigt bei grosser Anzahl von Zufallsvariablen schnell. Um zu entscheiden, welcher Polynomgrad notwendig ist, um die Antwortfläche des Systems zu approximieren, ist es notwendig, das physikalische Tragverhalten des Systems zu verstehen.

#### Sensitivity-Based-Approach

Unter dem *sensitivity-based-approach* können drei Methoden zusammengefasst werden, namentlich die Finite-Differenzen-Methode, die klassische Perturbation und die iterative Perturbation. Letztere eignet sich besonders bei nichtlinearen FE-Berechnungen. Alle drei Methoden werden verwendet, um die Ableitungen, die zur Berechnung der Zuverlässigkeit unter Verwendung der FORM benötigt werden, numerisch zu bestimmen. Hier soll nur die einfachste, die Finite-Differenzen-Methode, vorgestellt werden. Diese kann sehr effizient in Verbindung mit der FORM-Analyse bei nicht geschlossener Form der Grenzzustandsfunktion eingesetzt werden. Zunächst wird eine Zufallsvariable  $Z = g(\mathbf{X})$  definiert. Die Ableitung von Z nach  $X_i$  ist definiert

$$\frac{dZ}{dX_i} = \lim_{\Delta X_i \to 0} \frac{\Delta Z}{\Delta X_i} \tag{3.66}$$

Mit Hilfe der FE kann die Ableitung numerisch berechnet werden. Dazu wird die Änderung in der Grenzzustandsfunktion infolge einer finiten Änderung der Zufallsvariablen  $X_i$  gemessen. Zunächst wird die Grenzzustandsfunktion mit Startwerten berechnet. Diese Startwerte korres-

durch:

pondieren zu den Startwerten in der FORM-Analyse. Damit erhält man  $z_0 = g\left(x_1^0, x_2^0, ..., x_3^0\right)$ . Im zweiten Berechnungsschritt wird eine Variable, z.B.  $x_1^0$ , um einen kleinen Wert verändert  $x_1^1 = x_1^0 + \Delta x_1$ . Mit dieser Änderung wird, ceteris paribus,  $z_1 = g\left(x_1^1, x_2^0, ..., x_n^0\right)$  berechnet. Approximativ kann die Ableitung der Grenzzustandsfunktion nach der Variable  $X_1$  berechnet werden zu:  $\Delta z/\Delta x_1$  mit  $\Delta z = z_1 - z_0$ . Gleiches kann dann für jede der n-Zufallsvariablen durchgeführt und die Ableitungen  $\partial Z/\partial X_1$ ,  $\partial Z/\partial X_2,...,\partial Z/\partial X_n$  berechnet werden.

In der FORM-Analyse werden die Ableitungen der Grenzzustandsfunktion für jede Zufallsvariable in jedem Iterationsschritt bis zur Konvergenz benötigt. Die Grenzzustandsfunktion und somit auch die FE-Berechnung muss demnach insgesamt (n+1)m mal durchgeführt werden. Mit n ist die Anzahl an Zufallsvariablen in der Grenzzustandsfunktion bezeichnet und m bezeichnet die Anzahl der notwendigen Iterationsschritte in der FORM-Analyse, bis Konvergenz erreicht wird.

Alle hier kurz vorgestellten Methoden der Stochastischen-Finite-Elemente-Methode sind sehr hilfreich, um die Versagenswahrscheinlichkeit von komplexen Tragwerken zu bestimmen. Es ist insbesondere von Vorteil, dass die FE-Programme als Black Box verwendet werden können. Spezielle Kenntnisse des Programmcodes sind keine Voraussetzung für die Anwendung. Bei neuen Tragwerken können zudem die ohnehin verwendeten FE-Modelle direkt verwendet werden. Zusätzlicher Zeitaufwand bei der Modellierung für die Zuverlässigkeitsberechnungen ist relativ gering.

Nachteile ergeben sich nur durch die zum Teil lange Rechenzeit, die insbesondere bei geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnungen zu beobachten sind. Zudem kann es notwendig sein, mehr als einen Grenzzustand zu betrachten. Die Rechenzeit steigt dann linear mit der Anzahl an relevanten Grenzzuständen. Die FORM konvergiert jedoch in der Regel recht schnell, so dass nur wenige FE-Berechnungen notwendig sind.

## 3.4. Klassische Methoden zur Quantifizierung von Risiken

Es gibt verschiedene Techniken zur Systemrepräsentation und zur Quantifizierung von Risiken. Dabei wird die Information, die aus einem Risk-Screening gewonnen wurde, in logischen Diagrammen dargestellt. Diese Darstellung ist nicht unbedingt notwendig, sie hat jedoch wesentliche Vorteile. Sie dient dem Verständnis des Systems sowie dessen Verhalten und kann auch weitere Hinweise auf risikoreduzierende Massnahmen geben. Die wichtigsten klassischen Methoden sind Ereignisbäume, Fehlerbäume verwenden eine deduktive Logik (top-down) während die Ereignisbäume eine induktive Logik verfolgen (Bottom-up) und sind daher komplementäre Methoden. In Anwendungen werden oft beide Methoden benutzt. Sie sind besonders für technische Systeme geeignet, (1) in denen diskrete Ereignisse auftreten, (2) in denen die einzelnen Komponenten kontinuierlich arbeiten und (3) für Systeme, in denen viele Komponenten von einem Zustand einer anderen Komponente abhängen (Steward und Melchers (1997)).

Der Nachteil beider Methoden ist, dass sie exponentiell mit der Anzahl an Zuständen und Ereignissen wachen. Sehr schnell werden diese Bäume unübersichtlich gross. Das eigentliche Ziel, das System und die Zusammenhänge im System übersichtlich zu modellieren wird nicht mehr erreicht. Bayes'sche Netze hingegen bleiben auch bei mehreren Entscheidungssituationen und vielen Zuständen relative klein. Zudem können Ereignisbäume (und Entscheidungsbäume) mit Bayes'schen Netzen modelliert werden. Durch die vielen Vorteile, die Bayes'sche Netze bieten, kommen sie in der Praxis immer häufiger zum Einsatz.

Um die Modelle zu erstellen wird eine klare Systemabgrenzung benötigt. Diese liegt in der Regel schon nach einem Risk-Screening vor. Anpassungen können jedoch in jedem Schritt einer Risikoanalyse notwendig sein. Mit dieser Systemabgrenzung können die Modelle zur Risikoquantifizierung erstellt werden. Dabei gibt es bei keiner dieser Verfahren einen Algorithmus oder eine klare Methode, wie diese Modelle aufgebaut werden sollten und erfordert daher besondere Sorgfalt. Im Folgenden werden die drei zuvor angesprochenen Methoden vorgestellt.

# 3.4.1. Ereignisbäume

Ein Ereignisbaum repräsentiert das System und die Ereignisse, die auftreten können und zu Konsequenzen führen, in logischer Reihenfolge. Abbildung 15 zeigt einen einfachen Ereignisbaum. Nach einem initiierenden Ereignis können mehrere Folgeereignisse auftreten. Jedes Folgeereignis kann verschiedene Zustände haben. So hat das erste Folgeereignis  $\theta$  in Abbildung 15 drei verschiedene Zustände. Jeder dieser Zustände tritt mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit  $P(\theta_i | \zeta)$  bedingt auf das initiierende Ereignis ein. Das zweite Folgeereignis besitzt zwei Zustände,  $\eta_1$  und  $\eta_2$ . Die Wahrscheinlichkeiten der Zustände, bedingt auf das initiierende Ereignis und das erste Folgeereignis ist  $P(\eta_j | \theta_i, \zeta)$ . Der Baum kann erweitert werden, bis Konsequenzen auftreten, bekannt sind und für die Risikoanalyse von Interesse sind. In diesem Beispiel werden die Konsequenzen nach dem dritten Ereignis betrachtet. Jedem möglichen Zustand des Systems nach dem dritten Ereignis werden Konsequenzen zugeordnet. Für das Beispiel in Abbildung 15 wird das gesamte Risiko berechnet über:

$$R_{tot} = \sum_{k=1}^{6} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{2} P(\zeta) P(\theta_i | \zeta) P(\eta_j | \theta_i, \zeta) C_k$$
(3.67)

Das kleine Beispiel zeigt, dass Ereignisbäume bei einfachen Analysen schon sehr komplex werden können. Gibt es in einem System n Ereignisse mit jeweils q Zuständen, so ergeben sich am Ende des Ereignisbaumes  $q^n$  Zustände im System, denen Konsequenzen zugeordnet werden müssen. Die Berechnung und Zuordnung aller Wahrscheinlichkeiten zu den einzelnen Ästen sowie die Zuordnung der möglichen Konsequenzen ist sehr aufwändig. Vereinfachungen können erreicht werden, indem Zustände des Systems identifiziert werden, auf die keine weiteren Ereignisse mehr folgen. Auch Symmetrieeigenschaften können helfen, die Grösse der Bäume zu reduzieren. Verschiedene Techniken wurden entwickelt, um die Darstellung und Berechnung zu vereinfachen. Für einfache Systeme sind Ereignisbäume eine gute Möglichkeit, logische Zusammenhänge darzustellen. Auch wenn Ereignisbäume früher häufig eingesetzt wurden, spielen sie heute, aufgrund der beschriebenen Schwierigkeiten, eine untergeordnete Rolle in der Risikoanalyse.

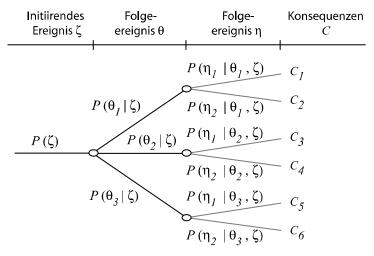


Abbildung 15: Ereignisbaum in Anlehnung an Ang und Tang (2007).

Fehlerbäume werden häufig für eine "deterministische" Risikoanalyse verwendet. Dabei sind die Wahrscheinlichkeiten, die jedem Ereignis zugeordnet werden, Punktschätzungen. Die Unsicherheiten in der Schätzung werden nicht berücksichtigt. Die Schätzungen der Wahrscheinlichkeiten werden auch als konservative Schätzungen bezeichnet. Diese Schätzungen sind i.d.R. eher qualitative Einschätzungen und basieren nicht direkt auf Daten oder Modellen. Solche Modelle geben daher auch lediglich einen Risikohinweis. Informationen über die Unsicherheiten sind nicht enthalten. Es kann auch nicht beurteilt werden, inwiefern diese konservativen Schätzungen das Gesamtergebnis der Risikoanalyse beeinflussen (Steward und Melchers (1997)). Ein Anwendungsbeispiel für solch eine deterministische Risikoanalyse ist die Störfallverordnung (BUWAL (1991)). In der Probabilistischen Risikoanalyse werden auch die Unsicherheiten in den assoziierten Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt. Dabei werden die einzelnen Wahrscheinlichkeiten vollständig durch ihre Verteilungsfunktionen beschrieben. Für diesen Fall kann z.B. eine Monte-Carlo-Simulation für die Berechnung des Risikos nach Gleichung (3.67) verwendet werden. Dabei ist zu beachten, dass die Wahrscheinlichkeiten zwischen Null und Eins liegen. Werden Verteilungsfamilien verwendet, die nicht nach oben und/oder nach unten beschränkt sind, so sind diese bei der Analyse zu trunkieren. Bei der Monte-Carlo-Simulation bedeutet dies, dass alle Realisationen der Wahrscheinlichkeiten mit einem Wert kleiner als Null oder grösser als Eins nicht für die weitere Berechnung verwendet werden.

Sind nicht alle Informationen für eine vollständige probabilistische Beschreibung zur Verfügung, kann eine vereinfachte probabilistische Berechnung mit der Methode der zweiten Momente durchge-

#### 3. Grundlagen

führt werden (Steward und Melchers (1997)). Dabei werden die Ereignisse nur durch ihre ersten beiden Momente, ihren Mittelwert und ihre Standardabweichung beschrieben.

Betrachtet man die Wahrscheinlichkeit Y, die sich aus der Eintretenswahrscheinlichkeit zweier Ereignisse ergibt, z.B. die Wahrscheinlichkeit für ein initiierende Ereignis  $X_1$  und die Wahrscheinlichkeit für ein Folgeereignis  $X_2$  in Anlehnung an Abbildung 15:

$$Y = X_1 X_2 (3.68)$$

so berechnet sich der Erwartungswert von Y zu:

$$\mu_{Y} = E[X_{1} \ X_{2}] = \mu_{X_{1}} \mu_{X_{2}} + \rho \ \sigma_{X_{1}} \ \sigma_{X_{2}} \tag{3.69}$$

Die Varianz kann angegeben werden zu:

$$\sigma_{Y}^{2} = V[X_{1} \ X_{2}] = \left[ \left( \mu_{X_{1}} \sigma_{X_{2}} \right)^{2} + \left( \mu_{X_{2}} \sigma_{X_{1}} \right)^{2} + \left( \sigma_{X_{2}} \sigma_{X_{1}} \right)^{2} \right] (1 + \rho)^{2}$$
(3.70)

Mit  $\rho$  ist der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Zufallsvariablen  $X_1$  und  $X_2$  bezeichnet. Sind beide Ereignisse unabhängig voneinander, so ist  $\rho = 0$ .

Dies kann im Ereignisbaum für jedes Ereignis berechnet werden. Neben dem Erwartungswert kann dann auch die Streuung des Risikos angegeben werden.

Die Unterschiede zwischen der deterministischen Methode, der Methode zweiter Ordnung und der probabilistischen Methode wird im Folgenden an einem Beispiel erläutert. Der Ereignisbaum ist mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten in Abbildung 16 dargestellt. Die Wahrscheinlichkeiten jedes Ereignisses sind trunkiert normalverteilt  $ND(\mu,\sigma)$ , in den Grenzen zwischen Null und Eins. Die Konsequenzen sind mit C bezeichnet. Weiterhin wird angenommen, dass die Ereignisse jedes Astes unabhängig voneinander sind. Nach der deterministischen Methode ergibt sich das Gesamtrisiko für diesen Ereignisbaum aus der Multiplikation der Mittelwerte der Wahrscheinlichkeiten und der Summation des unteren und des oberen Astes zu:

$$R_{tot} = (0.3 \ 0.7 \ 0.2 + 0.3 \ 0.3 \ 0.4)C = 0.078C \tag{3.71}$$

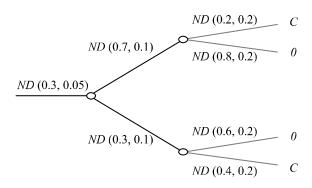


Abbildung 16: Risikoermittlung unter Verwendung eines Ereignisbaumes.

Nach der Methode der zweiten Ordnung kann neben dem Erwartungswert des Risikos auch die Streuung angegeben werden. Der Erwartungswert ist gleich dem Erwartungswert nach der deterministischen Methode (Gleichung (3.71)). Die Varianz ergibt sich nach Anwendung von Gleichung (3.70) zu:

$$V[R_{tot}] = C^2 (0.044)^2 + C^2 (0.0235)^2 = 2.49 \cdot 10^{-3} \cdot C^2$$
(3.72)

Verwendet man die volle Information über den Verteilungstyp der Wahrscheinlichkeiten und berücksichtigt man, dass die Wahrscheinlichkeit zwischen Null und Eins liegt, so ergibt sich der Erwartungswert des totalen Risikos von:

$$E[R_{tot}] = 0.091 C (3.73)$$

$$V[R_{tot}] = 1.80 \, 10^{-3} \, C^2 \tag{3.74}$$

Selbst bei diesem kleinen Ereignisbaum sind die Unterschiede zwischen den Methoden relativ hoch. Die Abweichungen im Erwartungswert des Risikos liegen bei fast 17%. Die Abweichungen sind dabei grösser, je höher die Unsicherheiten in den Schätzungen sind. Basieren die Schätzungen auf Expertenmeinungen oder generalisierten Annahmen wie z.B. in der Störfallverordnung, so sind die Unsicherheiten relativ gross. Daher sind Risikoanalysen, die auf solchen Konzepten basieren, eher als Risikohinweis zu verstehen.

Abbildung 17 zeigt das Ergebnis der probabilistischen Berechnung. Deutlich erkennbar ist die Schiefe der Verteilung. Der Variationskoeffizient des Risikos in diesem Beispiel beträgt 0.47.

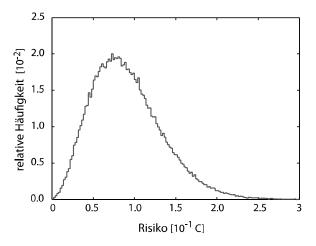


Abbildung 17: Verteilung des Risikos für den Ereignisbaum in Abbildung 16.

## Entscheidungsbäume

Erweitert werden können Ereignisbäume, indem Entscheidungen mit berücksichtigt werden. Die graphische Repräsentation wird in diesem Fall Entscheidungsbaum genannt. In Abbildung 18 ist ein Entscheidungsbaum dargestellt. Er beinhaltet zwei Entscheidungsoptionen  $A_1$  und  $A_2$ . Der Entscheidungsknoten ist als Rechteck dargestellt. Aus jeder Entscheidung können zwei Zustände des Systems,  $\theta_1$  und  $\theta_2$  resultieren, die je mit einer Wahrscheinlichkeit  $P(\theta_1)$  und  $P(\theta_2)$  eintreten können. Der Erwartungswert der Kosten aus jeder Entscheidung berechnet sich aus der Summe der Eintretenswahrscheinlichkeiten multipliziert mit den Erwartungswerten der jeweiligen Konsequenzen  $C_i$ .

$$E[C \mid A_1] = \sum_{i=1}^{2} P(\theta_i) C_i$$

$$E[C \mid A_2] = \sum_{i=2}^{4} P(\theta_i) C_i$$
(3.75)

Hierin bezeichnet  $E[\cdot]$  den Erwartungswertoperator. Beide Werte geben den Erwartungswert bzw. das Risiko an, das aus den verschiedenen Entscheidungsoptionen resultiert. Der rationale Entscheidungsträger entscheidet sich für die Option, bei der die erwarteten Kosten minimal sind bzw. der erwartete Nutzen maximal ist.

Bezeichnet man die Konsequenzen C als Kosten, wenn sie negativ sind und als Nutzen, wenn sie positive sind, kann der Erwartungswert der Konsequenzen aus der optimalen Entscheidung für Abbildung 18 berechnet werden zu:

$$E[C] = \max\left(E[C \mid A_1]; E[C \mid A_2]\right) \tag{3.76}$$

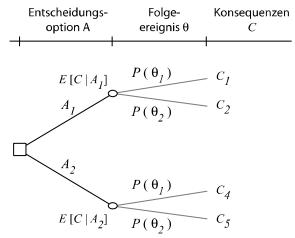


Abbildung 18: Entscheidungsbaum mit zwei Entscheidungsoptionen A1 und A2.

Diese einfachste Form bezeichnet man auch als a priori Entscheidungsanalyse.

Prinzipiell können drei Formen der Entscheidungsanalyse unterschieden werden, die *a priori* Entscheidungsanalyse, die *a posteriori* Entscheidungsanalyse und die *pre posteriori* Entscheidungsanalyse.

Die *a posteriori* Entscheidungsanalyse hat die gleiche Form wie die *a priori* Entscheidungsanalyse. *A posteriori* indiziert, dass neue Informationen über das System verfügbar geworden sind. Dadurch verändert sich das System und die assoziierten Wahrscheinlichkeiten in den einzelnen Ästen haben sich geändert. Diese Änderung kann z.B. durch die Erfassung zusätzlicher Daten erfolgen. Die Wahrscheinlichkeiten werden in den einzelnen Ästen aktualisiert. *A posteriori* Wahrscheinlichkeiten werden mit  $P'(\bullet)$  bezeichnet. Während die *a priori* Entscheidungsanalyse darüber Auskunft gibt, welche Handlungsoption  $a_i$  mit welchem Risiko verbunden ist, kann die *a posteriori* Entscheidungsanalyse dazu genutzt werden, den Effekt von Massnahmen auf das Risiko zu beurteilen, die schon durchgeführt worden sind. Allgemein kann die *a posteriori* unter Verwendung des Bayes'schen Theorems berechnet werden (vgl. auch Kapitel 3.1.4):

$$P''(\theta_j \mid a_i) = \frac{P(\mathbf{o} \mid \theta_j, a_i)P'(\theta_j \mid a_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(\mathbf{o} \mid \theta_k, a_i)P'(\theta_k \mid a_i)}$$
(3.77)

Hierin bezeichnet  $\mathbf{o} = (o_1, o_2, ..., o_k)^T$  die Beobachtungen, mit denen die *a posteriori* Wahrscheinlichkeit berechnet wird. Der Term  $P(\mathbf{o} \mid \theta_j, a_i)$  in Gleichung (3.77) wird mit Likelihood bezeichnet. Der Divisor in der Gleichung ist eine normalisierende Konstante.

Die *pre posteriori* Entscheidungsanalyse dient der Entscheidungsfindung in Situationen, in denen beurteilt werden soll, ob sich z.B. die Erhebung zusätzlicher Daten lohnt.

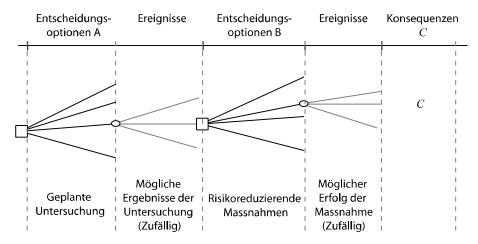


Abbildung 19: Entscheidungsbaum mit zwei Entscheidungsoptionen A1 und A2.

Abbildung 19 stellt einen solchen Fall dar. Es ist geplant, Daten über die Zustände des Systems zu sammeln. Dies kann z.B. eine Potentialmessung an der Bewehrung sein, die ein Indikator für die Bewehrungskorrosion ist. Die Messung kann nun verschiedene (ungewisse) Ergebnisse liefern. Sind die Ergebnisse bekannt, so ergeben sich für jedes Ergebnis verschiedene Optionen, die die Versagenswahrscheinlichkeit des Bauwerkes reduzieren können. Der Erfolg der Massnahme ist wiederum ein (ungewisses) Ereignis. Sowohl die Potentialmessung als auch die Massnahme sind mit Kosten verbunden. Würde man keine Messung durchführen, würden die Konsequenzen mit den a priori Wahrscheinlichkeiten berechnet und die Ertüchtigungsmassnahme gewählt, die mit dem grössten Nutzen verbunden ist. Würde man Messungen durchführen, könnten diese a priori Wahrscheinlichkeiten aktualisiert werden. Bei der pre posteriori Entscheidungsanalyse untersucht man jedes mögliche Ergebnis, zu dem die Untersuchung führen kann und aktualisiert anschliessend die a priori Wahrscheinlichkeiten. Mit diesen aktualisierten Werten führt man anschliessend wieder eine Entscheidungsanalyse durch, um festzustellen, welche risikoreduzierende Massnahme den maximalen Nutzen bringt. Man erhält damit für jedes mögliche Ergebnis der Untersuchung die optimale risikoreduzierende Massnahme. Nun kann entschieden werden, in welchen Fall der Nutzen grösser ist. Ist er unter Berücksichtigung aller möglichen Ergebnisse grösser, wenn die Untersuchung durchgeführt wird, dann ist es sinnvoll, die Untersuchung durchzuführen. Andernfalls sollten direkt, d.h. ohne vorgehende Untersuchungen, die risikoreduzierenden Massnahmen durchgeführt werden.

Die optimale Untersuchungsmethode  $A^*$  kann mit Hilfe der *pre posteriori* Analyse identifiziert werden mit:

$$\max_{b} E'_{A}[E''_{A}[C(b(a),a)]] = \max_{b} E'_{A}[\sum_{i=1}^{n} P''_{i}(b(a),a) C_{i}(b(a))]$$
(3.78)

Hierin bezeichnet b(a) die verschiedenen risikoreduzierenden Massnahmen, die Aufgrund der möglichen Untersuchungen a durchgeführt werden können.  $E[\cdot]$  bezeichnet den Erwartungswertoperator. Mit ' und " ist die probabilistische Beschreibung der Ereignisse bezeichnet, abhängig davon, ob die a priori Wahrscheinlichkeiten oder die aktualisierten a posteriori Wahrscheinlichkeiten verwendet werden. Die optimale Untersuchungsmethode ist nach Gleichung (3.78) diejenige, die den Nutzen des Entscheidungsträgers maximiert. Die Anwendungsmöglichkeiten der pre posteriori Entscheidungsanalyse sind vielfältig und nicht auf die Verwendung in Verbindung mit Ereignisbäumen beschränkt. Das Konzept ist generisch und kann in jeder Risikoanalyse unabhängig von der Art der Repräsentation angewendet werden. Detailliertere Beschreibungen zur Theorie finden sich z.B. in Raiffa und Schlaifer (2000).

# 3.4.2. Fehlerbäume

Bei Ereignisbäumen wird von einem initiierenden Ereignis ausgegangen und die Folgeereignisse definiert. Dies entspricht einem Bottom-up Ansatz. Bei Fehlerbäumen hingegen wird ein Top-Ereignis definiert. Ein Top-Ereignis kann z.B. ein Bauwerkversagen sein. Anschliessend werden alle Ereignisse identifiziert, die zu dem Hauptereignis beitragen können. Angeordnet in logischer sequenzieller Reihenfolge ergeben die einzelnen Ereignisse eine Baumstruktur. Die Äste des Baumes enden mit den Basis-Ereignissen. Dies sind Ereignisse, die entweder nicht weiter differenziert werden können, oder Ereignisse, für die die Eintretenswahrscheinlichkeiten bekannt sind. Bei den Basis-Ereignissen kann man zwei Klassen unterscheiden. Initiierende Ereignisse sind immer die ersten Ereignisse in einer Kette. Ermöglichende Ereignisse hingegen können das Top-Ereignis nicht selber auslösen, können jedoch dazu beitragen, dass die Schwere des Top-Ereignisses steigt.

Ein Fehlerbaum ist ein boolesches logisches Diagramm, das Ereignisse durch logische Verknüpfungen kausal miteinander verbindet.

Die wichtigsten logischen Verknüpfungen sind die Oder-Verknüpfungen, die Und-Verknüpfungen sowie Transferverknüpfungen.

Um ein Ereignis im Baum zu propagieren, reicht es bei einer Oder-Verknüpfung aus, wenn eines der zugehörigen Ereignisse eintritt. Sie sind daher als kritisch anzusehen. Die Oder-Verknüpfung entspricht einem Seriensystem, bei dem das Versagen einer Komponente zum Versagen des Systems führt. Die Rechenregel bei Oder-Verknüpfungen ist:

$$p_{Top} = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_{Bas,i})$$
(3.79)

Hierin ist mit  $p_{Top}$  die Eintretenswahrscheinlichkeit des Top-Ereignisses in der Verknüpfung bezeichnet und mit  $p_{Bas,i}$  die Eintretenswahrscheinlichkeiten der Basis-Ereignisse i der Oder-Verknüpfung (Abbildung 20).

Die Und-Verknüpfung entspricht einem Parallelsystem. Es müssen alle Basis-Ereignisse der Und-Verknüpfung eintreten, damit das Top-Ereignis eintreten kann. Es besteht bei UndVerknüpfungen eine Redundanz, da das System durch das Versagen einer der Komponenten noch nicht vollständig versagt (Abbildung 20). Die Rechenregel an einer Und-Verknüpfung kann angegeben werden zu:

$$p_{Top} = \prod_{i=1}^{n} p_{Bas,i} \tag{3.80}$$

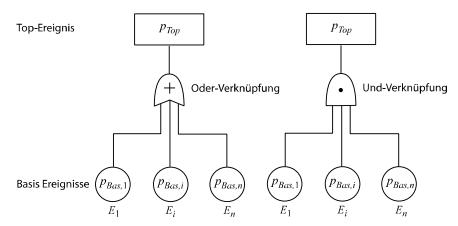


Abbildung 20: Logische Verknüpfungen in einem Fehlerbaum.

Transfer-Verknüpfungen werden bei sehr grossen Bäumen verwendet, in denen sich Teilsysteme wiederholen oder bei denen Systeme aus mehreren Systemen zusammengesetzt werden. Es werden auch andere logische Verknüpfungen verwendet wie z.B. Verzögerung, Matrix, Quantifizierung oder Vergleich. Diese können bei der Modellierung komplexerer Systeme eine grössere Rolle spielen, werden aber hier nicht weiter beschrieben.

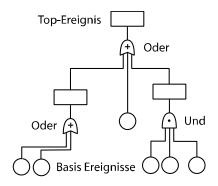


Abbildung 21: Prinzipieller Aufbau eines Fehlerbaumes.

Die Symbole, die für die Verknüpfungen und die Ereignisse verwendet werden, können unterschiedlich sein. In der Störfallverordnung der Schweiz (BUWAL (1991)) werden z.B. Rechtecke für Oder-Verknüpfungen und Ovale für Und-Verknüpfungen verwendet. Einen Überblick über gängige Symbole gibt z.B. Schneider und Schlatter (1994).

Unterschiedliche Versagensmodi des Systems werden in einer Fehlerbaumanalyse mit Hilfe von so genannten *cut-sets* beschrieben. Die *cut-sets* sind dabei Kombinationen verschiedener Ereignisse, die sicher zum Top-Ereignis führen. Da die Eintretenswahrscheinlichkeit mit der Anzahl der Ereignisse in einem *cut-set* sinkt, werden speziell die *cut-sets* gesucht, die die wenigsten Ereignisse enthalten. Diese *minimal-cut-sets* werden auch als kritischer Pfad bezeichnet. Manchmal ist auch

## 3. Grundlagen

der *minimal-path-set* von Interesse. Dieser ist das Komplement der *minimalen-cut-sets* und definiert die Modi im System, die nicht zum Top-Ereignis führen. Wie diese *cut-sets* bestimmt werden sowie eine detaillierte Einführung zu dieser Thematik, kann Haasl et al. (1981) entnommen werden. Wie bei den Ereignisbäumen, ist es auch bei den Fehlerbäumen möglich, eine probabilistische Analyse durchzuführen. Dies wird an dieser Stelle nicht vertieft. Hinweise finden sich in Steward und Melchers (1997).

# 3.5. Bayes'sche Netze zur Quantifizierung von Risiken

Eine probabilistische Methode, die die Risikoermittlung und die Entscheidungsfindung unterstützt, sind Bayes'sche Netze. Bayes'sche Netze sind statistische Modelle, die es, ähnlich wie Ereignisbäume, ermöglichen, in übersichtlicher Weise komplexe Zusammenhänge darzustellen. Sie bieten jedoch wesentliche Vorteile und kommen daher sowohl in der Forschung als auch in der Industrie zunehmend zum Einsatz.

Bayes'sche Netze wurden in den letzten 20 Jahren entwickelt. Das ursprüngliche Ziel war es, Werkzeuge zur Entscheidungsfindung in Systemen mit künstlicher Intelligenz zu entwickeln. Heute werden sie vielfach in Expertensystemen zur Diagnose, wie z.B. in der Medizin, verwendet. Bayes'sche Netze sind ebenso in viele effiziente Spamfilter integriert. Sie ermöglichen das Aktualisieren des Filters, wenn neue Informationen zur Verfügung stehen. So lernen diese Filter und bieten den effizienten Schutz. Auch in Suchfunktionen in Softwareanwendungen kommen die Netze zum Einsatz.

Bayes'sche Netze können sowohl Ereignisbäume, Entscheidungsbäume als auch Fehlerbäume vollständig ersetzten. In Fehlerbäumen ist es zum Teil schwierig, kausale Abhängigkeiten zu modellieren. Bayes'sche Netze sind hingegen genau für diese Aufgabe entwickelt worden und lösen diese älteren Methoden immer mehr ab. Desweiteren erlauben die Netze die *a priori*, die *a posteriori* und die *pre posteriori* Entscheidungsanalyse. Die folgenden Ausführungen basieren im wesentlichen auf Jensen (2001), Kjaerulff und Madsen (2005), Kjaerulff und Madsen (2006), Rammelt (1998) und Faber (2006).

# 3.5.1. Bestandteile Bayes'scher Netze

Bayes'sche Netze (BN) bestehen aus gerichteten azyklischen Graphen (engl.: directed acyclic graph DAG). Der DAG enthält Knoten, die Zufallsvariablen repräsentieren. Diese Zufallsvariablen können kontinuierlichen Verteilungen folgen oder aus einem finiten Set diskreter Zustände bestehen. Zwischen den Variablen besitzt der Graph Verbindungen, die die Zusammenhänge zwischen den Variablen repräsentieren. Die Verbindungen besitzen eine Richtung, die den direkten Einfluss der einen Zufallsvariablen auf die andere ausdrückt. Die Richtung der Verbindung stellt den kausalen Zusammenhang zwischen zwei Zufallsvariablen dar. Bei Modellen, die nicht unbedingt auf kausalen Abhängigkeiten basieren und mit automatisierten Techniken zur Netzerstellung arbeiten, werden die Verbindung und die Richtung der Verbindung über Korrelationen zwischen einzelnen Zufallsvariablen bestimmt. In der Risikoanalyse ist es jedoch zu empfehlen, die Netzmodelle durch Experten erstellen zu lassen.

Kausale Zusammenhänge sind nicht immer offensichtlich und Kausalität ist abhängig von den Handlungen und Handlungsalternativen, die zur Verfügung stehen und die Zustände der Variablen verändern. In einigen Fällen muss der Experte demnach die Richtung der Verbindungen entsprechend der Fragestellung festlegen, da diese nicht a priori eindeutig ist.

Die Verbindungen im Graph dürfen nicht zyklisch sein. Folgt man einer Verbindung eines Knotens seiner Richtung nach, so darf man nicht über endlich viele andere Knoten wieder zum Aus-

#### 3. Grundlagen

gangsknoten gelangen. Dies schliesst nicht aus, dass nicht auch mehrere Wege über verschiedene Verbindungen von einem Knoten zu einem anderen Knoten führen.

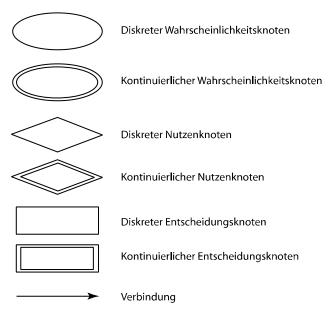


Abbildung 22: Symbole in Bayes 'schen Netzen.

In Abbildung 22 sind die Symbole dargestellt, mit denen ein Bayes'schen Netz aufgebaut werden kann. Generell wird zwischen kontinuierlichen und diskreten Knoten unterschieden. In kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsknoten werden die Zufallsvariablen durch ihre Verteilungsfunktion beschrieben. Diskrete Knoten enthalten (bedingte) Wahrscheinlichkeitstafeln, in denen für die diskreten Zustände der Variable die Wahrscheinlichkeiten angegeben sind. Werden in einem Netz neben den Wahrscheinlichkeitsknoten auch Nutzenknoten verwendet, so kann mit Hilfe von solchen Netzen der Erwartungswert des Risikos direkt ermittelt werden. In diesem Fall werden die Netze als Einflussdiagramme bezeichnet. Auch die Nutzenknoten können diskrete Zustände oder kontinuierliche Funktionen enthalten. Neben der Risikoermittlung können Bayes'sche Netze auch zur Entscheidungsfindung dienen. Hierfür werden in das Netz Entscheidungsknoten eingeführt. In ihnen werden unterschiedliche Entscheidungen definiert. Die optimale Entscheidung ist diejenige, die den Nutzen im Netz maximiert. In der praktischen Anwendung werden meist nur diskrete Zustände in Bayes'schen Netzen verwendet. Zum einen, da in kommerzieller Software (z.B. Hugin (2006), GeNIe&Smile (2006)) die Verwendung kontinuierlicher Knoten bisher nur eingeschränkt möglich ist, zum anderen, da die Kombination von kontinuierlichen und diskreten Variablen nicht ohne weiteres möglich ist. Dies stellt allerdings keine wirkliche Einschränkung solcher Netze dar, da jede Verteilungsfunktion diskretisiert werden kann. Die Diskretisierung kann dabei an die Problemstellung angepasst werden. Bei einer geeigneten Diskretisierung der Zufallsvariablen ist die Information, die durch die Diskretisierung verloren geht relativ gering. Eine Einschränkung bezüglich der Anzahl an Zuständen jedes Knotens besteht nicht. Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Bayes'sche Netze und Einflussdiagramme mit diskreten Zuständen der Zufallsvariablen verwendet.

Die Struktur des Netzes wird unter Verwendung von Familienbeziehungen beschrieben. Geht eine Verbindung von einem Knoten A zu einem Knoten B, so ist der Knoten A ein Elternknoten des Kindes B. Jedes Netz besteht aus mindestens einem Elternknoten.

Ein Bayes'sches Netz besteht aus:

- allen relevanten Indikatoren, die es erlauben die Problemstellung zu beschreiben
- bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die die Indikatoren beschreiben
- einer Netzstruktur in Form eines azyklischen gerichteten Graphen

# 3.5.2. Abhängigkeiten und d-Separation

Netzwerke können durch ihre Konfiguration kategorisiert werden. Abbildung 23 zeigt ein serielles Netz. In diesem Netz beeinflusst der Elternknoten A den Knoten B. Dieser hat wiederum einen direkten Einfluss auf den Knoten C. Jeder Knoten enthält Informationen über den Indikator, den sie repräsentieren. Diese Informationen sind unsicher und werden durch Variablen modelliert. Die zugrunde liegende Verteilung jedes Knotens ist bedingt auf seine Elternknoten. In Abbildung 23 ist nur die Verteilung des Knotens A unbedingt. Ist ein Zustand eines Knotens mit Sicherheit bekannt, so kann diese Information in das Netz einfliessen. Man spricht in diesem Fall von Evidenz. Fliesst nun Evidenz in den Knoten A ein, so wird diese Information einen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeiten der Knoten B und C haben. Besitzt man Evidenz über den Zustand des Knotens B, so ist der Informationsfluss zwischen den Knoten A und B unterbrochen. Die Knoten A und B sind B sin

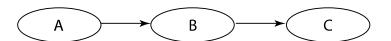


Abbildung 23: Serielles Bayes 'sches Netz.

Sind alle Elternknoten eines Knotens evident, so ist dieser im *DAG* bedingt unabhängig von allen anderen seiner Vorfahren. In Abbildung 24 sind die Knoten *B,C* und *D* bedingt unabhängig, wenn Evidenz über den Knoten *A* vorliegt. Diese Konfiguration eines Netzes wird als divergierendes Netz bezeichnet.

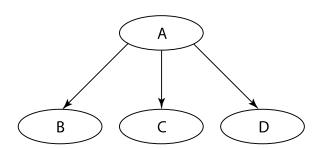


Abbildung 24: Divergierendes Bayes 'sches Netz.

Abbildung 25 zeigt ein konvergierendes Netz. Hier sind die Knoten *B*,*C* und *D* unabhängig, solange keine Evidenz über den Knoten *A* oder die Knoten *B*,*C* und *D* vorliegt. Wird Evidenz über einen der Knoten im konvergierenden Netz eingeführt, sind alle Elternknoten *B*,*C* und *D* voneinander abhängig. Dies wird mit bedingter Abhängigkeit bezeichnet.

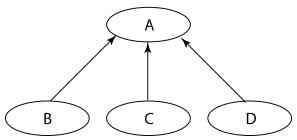


Abbildung 25: Konvergierendes Bayes 'sches Netz.

Die Evidenz kann als harte Evidenz oder als weiche Evidenz in das Modell einfliessen. Als harte Evidenz werden Informationen bezeichnet, die sicher sind, dass heisst keine inhärenten Unsicherheiten haben. Weiche Evidenz bezeichnet den Fall, in der die Information unsicher ist. Eine d-Separation in seriellen oder divergierenden Netzwerken kann nur durch harte Evidenz erreicht werden. Abhängigkeiten in konvergierenden Netzwerken entstehen durch harte und weiche Evidenz in den Netzwerken.

# 3.5.3. Wahrscheinlichkeiten in Bayes'schen Netzen und Inferenzberechnungen

Werden die Variablen in Bayes'schen Netzen durch diskrete Zustände beschrieben, können die Informationen über die Verteilungen mittels mehrdimensionaler Wahrscheinlichkeitstafeln beschrieben werden. Die Dimension dim(Y) der bedingten Wahrscheinlichkeitstafeln eines Knoten Y kann über Gleichung (3.81) bestimmt werden:

$$\dim(Y) = 1 + \sum_{i=1}^{n} X_{i}$$
 (3.81)

Mit  $X_i$  sind die Elternknoten des Knotens Y bezeichnet. Für das divergierende Netz, das Abbildung 26 zeigt, besitzt der Knoten A nur eine Dimension, da er keine Elternknoten hat. Mit den beiden Elternknoten A und B besitzt die Wahrscheinlichkeitstafel des Knotens C drei Dimensionen. Die Anzahl an Dimensionen steigt mit der Anzahl an Elternknoten. Wahrscheinlichkeitstabellen sind eine Möglichkeit, um diese Mehrdimensionalität darzustellen.

Jede Verteilungsfunktionen der Variablen A, B und C in Abbildung 26 sind durch zwei Zustände diskretisiert. In der Regel sind wesentlich mehr Zustände notwendig, um die Variablen sinnvoll zu repräsentieren. Da dadurch lediglich der Rechenaufwand zunimmt, wird hier zur Illustration nur mit zwei Zuständen gerechnet.

Ein besonderer Vorteil von Bayes'schen Netzes ist, dass bedingte Wahrscheinlichkeitstabellen verwendet werden. Dies ermöglicht es, Experten eine *a priori* Verteilung für die Knoten anzugeben und Modellrechnungen auf ihre Plausibilität zu prüfen. Durch die bedingten Tafeln wird ein Grad an Überschaubarkeit (auch bei mehrdimensionalen Tafeln) erreicht. Für das Netz in Abbildung 26 ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Knoten A und B sowie die bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung des Knotens C, P(C | A, B) im Netz zu quantifizieren. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung aller Knoten im Netz kann allgemein berechnet zu:

$$P(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i \mid pa_i, S^h)$$
(3.82)

Da hier nur Fälle betrachtet werden, in denen die Struktur des Netzes bekannt ist, wird im Folgenden die Bedingung auf die Struktur des Netzes  $S^h$  vorausgesetzt. Mit  $pa_i$  sind die Elternknoten bezeichnet. Zur Vereinfachung wird sie in der Notation nicht mitgeführt.

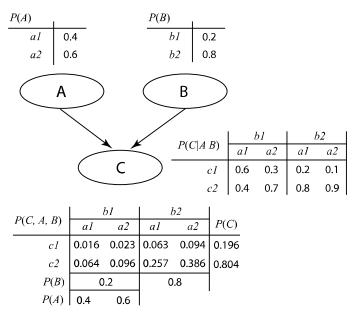


Abbildung 26: Konvergierendes Bayes 'sches Netz mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeitstafeln.

In Gleichung (3.82) bezeichnet  $x_i$  die Zustände der einzelnen Knoten und  $pa_i$  die Elternknoten. Für die Netzstruktur in Abbildung 26 kann nach Gleichung (3.82) die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnet werden zu:

$$P(C, A, B) = P(C \mid A, B)P(A)P(B)$$
(3.83)

Die korrespondierende Wahrscheinlichkeitstafel ist in Abbildung 26 gegeben. Aus den Wahrscheinlichkeitstafeln lassen sich die Marginalverteilungen der einzelnen Knoten durch Integration bzw. Summation aller anderen Variablen berechnen. Für das Beispiel ergibt sich die Marginalverteilung für *C* nach:

$$P(C) = \sum_{A} \sum_{B} P(A, B, C)$$
 (3.84)

Bei der Marginalisierung über mehreren Variablen spielt die Reihenfolge der Summation keine Rolle.

Die Inferenzberechnung in Bayes'schen Netzen dient der Propagation von Informationen durch das Netz. Die Inferenzberechnung nutzt dabei die Struktur, die Familienbeziehungen sowie die bedingten Wahrscheinlichkeitstabellen des Netzes, um mit effizienten Algorithmen diese Propagation der Information im Netz zu berechnen. Für detaillierte Betrachtungen zu effizienten Algorithmen wird auf die oben angegebene Literatur verwiesen.

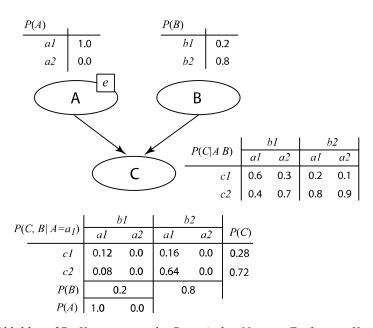


Abbildung 27: Konvergierendes Bayes 'sches Netz mit Evidenz im Knoten A.

Hier wird die Inferenzberechnung nur an einfachen Beispielen gezeigt. Im ersten Beispiel ist der Zustand über die Variable A z.B. durch Beobachtungen sicher bekannt. Welchen Einfluss hat dies auf die anderen Variablen? Wie im Kapitel 3.5.2 für konvergierende Netze beschrieben, hat die Kenntnis über den Zustand der Variable A keinen Einfluss auf die Variable B. Beide sind unabhängig voneinander. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P(C, B \mid A = a_1)$  kann allgemein über Gleichung (3.85) berechnet werden.

$$P(\mathbf{X}_{j} | \mathbf{\varepsilon}) = \frac{P(\mathbf{\varepsilon} | \mathbf{X}_{j}) P(\mathbf{X}_{j})}{P(\mathbf{\varepsilon})}$$
(3.85)

In Gleichung (3.85) bezeichnet  $\varepsilon = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$  ein Set von Evidenz über Variablen  $\mathbf{X}(\varepsilon)$  des Netzes. Mit  $\mathbf{X}_j$  sind alle Variablen bezeichnet, über die keine Beobachtungen vorliegen. Ziel ist es, die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser nicht beobachteten Variablen unter Berücksichtigung aller Beobachtungen zu berechnen. Das Ergebnis der Berechnungen für das Beispiel ist in der Tabelle in Abbildung 26 gegeben.

Liegt nun Evidenz in einem Knoten eines konvergierenden Netzes über Knoten vor, die Eltern haben, so werden diese Elternknoten bedingt abhängig voneinander. Zur Verdeutlichung ist dieser Fall in Abbildung 28 dargestellt. Es wird Evidenz über den Zustand des Knotens  $C = c_2$  eingeführt. Dadurch verändern sich die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Elternknoten nach Gleichung (3.85). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für Knoten A berechnet sich zu:

$$P(A = a_1 \mid C = c_2) = \frac{\sum_{i=1}^{2} P(C = c_2 \mid A = a_1, B = b_i) P(B = b_i)}{\sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{2} P(C = c_2 \mid A = a_j, B = b_i) P(B = b_i)}$$
(3.86)

Das Ergebnis für die Knoten kann der Abbildung 28 entnommen werden.

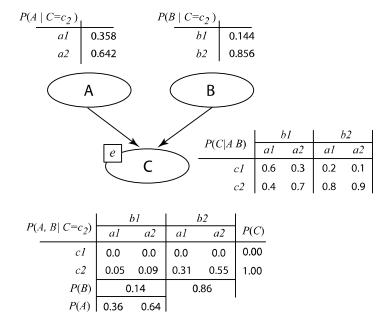


Abbildung 28: Konvergierendes Bayes 'sches Netz mit Evidenz im Knoten C.

## 3.5.4. Datensätze

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die in den einzelnen Knoten vorliegen, können über probabilistische Modelle oder aus Daten berechnet werden. Bei probabilistischen Modellen werden die Eingangsgrössen der meist parametrisierten Modelle als unsichere Grössen betrachtet, und so die Wahrscheinlichkeitsverteilung für einen spezifischen Zustand berechnet. Modellrechnungen kommen insbesondere dann zum Einsatz, wenn sehr wenige Daten vorliegen, um ein Phänomen zu beschreiben, die physikalischen Zusammenhänge jedoch verstanden und modelliert werden können.

Ist eine ausreichende Anzahl an Daten vorhanden, so können die Verteilungsfunktionen direkt aus diesen Datensätzen ermittelt werden. Die Schätzung der Verteilungsfunktion aus den Daten ist wiederum unsicher (vgl. auch Kapitel 3.1). Je mehr Daten vorhanden sind, desto geringer werden die statistischen Unsicherheiten.

Sind Datensätze über verschiedene Indikatoren vorhanden, so liegen diese meist in Form einer Kontingenztabelle vor. Die Beobachtungen über die Zustände der Indikatoren, können unterschiedlichen Typs sein. Tabelle 3 zeigt eine Kontingenztabelle für verschiedene Indikatoren und deren Zustände für zwei Beobachtungen. Jeder Indikator repräsentiert einen anderen Typ einer Beobachtung. Die möglichen Zustände des Indikators  $X_1$  sind von booleschem Typ mit lediglich zwei Zuständen. Es kann Zustände von Indikatoren geben, deren Zustände durch Bezeichnungen beschrieben werden. In den meisten Fällen sind die Zustände der Indikatoren jedoch reelle, natürliche oder ganze Zahlen. Für ein Bayes'sches Netz können sie in Intervalle unterteilt werden, um die Verteilungsfunktion des Indikators abzubilden.

Liegen solche Daten vor, können diese direkt verwendet werden, um die Wahrscheinlichkeitsverteilungen in einem Bayes'schen Netz zu aktualisieren. Auf das Aktualisieren der Netze wird im nächsten Kapitel näher eingegangen. Bei Kontingenztabellen, wie bei allen Datensätzen, kann es

vorkommen, dass einige Daten fehlen. In Tabelle 3 ist dies für die zweite Beobachtung des Indikators  $X_2$  der Fall (N/A engl.: not available). Wie in Kapitel 3.5.6 gezeigt wird, können unter Verwendung geeigneter Algorithmen die in inkompletten Datensätzen enthaltene Information verwendet werden.

	Indikatoren						
	$X_{_1}$	$X_2$	$X_3$	$X_{i}$	$X_{n}$		
1. Beobachtung	Boolesch	Bezeichnung	$\mathbb{R}$	$\mathbb{Z}$	N		
Beobachtung     Beobachtung     Beobachtuna	Boolesch	N/A	$\mathbb{R}$	$\mathbb{Z}$	N		

Tabelle 3: Kontingenztabelle für verschiedene Indikatoren.

# 3.5.5. Aktualisierung unter Verwendung von Datensätzen

Vorhandene Datensätze können in Bayes'schen Netzen direkt genutzt werden, um die Verteilungsfunktionen der Indikatoren zu bestimmen oder zu aktualisieren. Dazu können die Daten aus den Kontingenztafeln direkt in das Bayes'sche Netz einfliessen. Die Möglichkeit des Lernens macht Bayes'sche Netze besonders interessant. Insbesondere auf den Gebieten der künstlichen Intelligenz und des maschinellen Lernens werden Bayes'sche Netze immer häufiger eingesetzt. Dieses Lernen erfolgt über die Aktualisierung mit neuen Daten, sobald diese verfügbar sind und kann überall dort eingesetzt werden, wo Daten gesammelt werden. Im Strassenwesen können z.B. aktuelle Beobachtungen über die Verkehrsstärke und Verkehrsverteilung verwendet werden um die Unfallgefahren zu aktualisieren.

Dabei ist von Interesse, wie sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung ändert, wenn die Beobachtungen berücksichtigt werden. In einfachsten Fall soll davon ausgegangen werden, dass die *a priori* Verteilung nichtinformativ ist. Welche Verteilung als nichtinformative *a priori* Verteilung gewählt werden sollte, wird in Box und Tiao (1992) diskutiert. Die *a posteriori* Verteilung kann dann über den Maximum Likelihood Schätzer direkt ermittelt werden. Der MLM Schätzer  $\hat{P}(X_2 = x | X_1 = y)$  der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass  $X_2 = x$  ist, gegeben, dass  $X_1 = y$  ist, kann angegeben werden zu:

$$\hat{P}(X_2 = x \mid X_1 = y) = \frac{\hat{P}(X_2 = x, X_1 = y)}{\hat{P}(X_1 = y)} = \frac{\frac{n(X_2 = x, X_1 = y)}{N}}{\frac{n(X_1 = y)}{N}} = \frac{n(X_2 = x, X_1 = y)}{n(X_1 = y)}$$
(3.87)

Hierin bezeichnet  $n(X_2 = x, X_1 = y)$  die Anzahl der Beobachtungen aus dem Datensatz, in denen der Indikator  $X_2$  den Wert x angenommen hat und  $X_1$  gleichzeitig den Wert y hatte. Der Divisor der Gleichung (3.87) entspricht der gesamten Anzahl an Beobachtungen, in denen der Indikator  $X_1$  den Wert y angenommen hat.

Allgemein kann Gleichung (3.87) formuliert werden, indem alle möglichen Elternknoten berücksichtigt werden:

$$\mathbf{\theta} = \widehat{P}(X_i \mid pa_i) = \frac{n(X_i, pa_i)}{n(pa_i)} \tag{3.88}$$

θ in Gleichung (3.88) kann als Vektor der Parameter der Verteilung verstanden werden.

Die Aktualisierung soll an einem einfachen Beispiel illustriert werden. Dazu soll das Netz in der Abbildung 29 betrachtet werden. Die Abhängigkeiten der Indikatoren im Netz sind festgelegt. Über die Verteilungsfunktionen der Indikatoren ist *a priori* jedoch nichts bekannt. Sie haben daher eine Gleichverteilung, d.h. jeder Zustand der Indikatoren ist gleichwahrscheinlich. Die *a priori* Verteilungen der Indikatoren sind mit  $P'(\bullet)$  bezeichnet. Des Weiteren liegt ein Set von 9 Beobachtungen der Indikatoren *A* und *B* vor, die in der Kontingenztabelle zusammengefasst sind. Die Verteilungsfunktionen der Indikatoren können unter Verwendung der Beobachtungen nach Gleichung (3.87) aktualisiert werden. Der Zustand  $a_1$  des Indikators *A* wurde fünf mal beobachtet. Dementsprechend ist die aktualisierte Wahrscheinlichkeit  $P''(A=a_1)=5/9=0.556$ . Mit  $P''(\bullet)$  ist die *a posteriori* Wahrscheinlichkeitsverteilung bezeichnet. Die Ergebnisse für alle anderen Zustände sind in Abbildung 29 zusammengestellt.

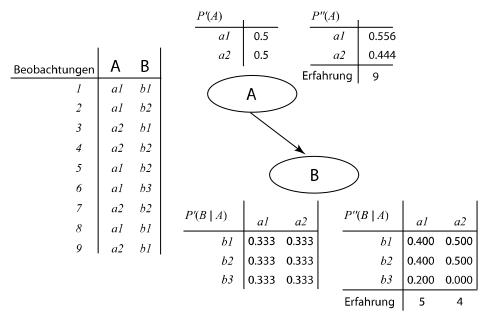


Abbildung 29: Aktualisierung Bayes'scher Netze unter Verwendung von Beobachtungen.

In der bedingten Wahrscheinlichkeitstabelle des Indikators *B* tritt eine Zelle mit dem Wert Null auf. Dieser Zustand ist in den Daten nicht beobachtet worden. Es sollte beachtet werden, dass für praktische Anwendungen dieser Fall vermieden werden sollte, da Nullzellen auch durch weitere Daten nicht mehr aktualisiert werden können. Ist die *a priori* Wahrscheinlichkeit gleich Null, so existiert dieser Zustand nicht und kann demnach auch nicht aktualisiert werden. In praktischen Anwendungen bietet es sich an, Nullzellen durch Addition einer inkrementell kleinen Wahrscheinlichkeit zu vermeiden. Es sollte auch bedacht werden, dass bei sehr grossen Netzen die Anzahl von Beobachtungen sehr gross sein muss, um jede Kombination der Zustände der Indikatoren beobachten zu können. Meist ist die statistische Unsicherheit in den bedingten Wahrscheinlichkeitsknoten sehr gross.

Im Bayes'schen Netz wird auch die Erfahrung angegeben und entspricht der Anzahl an Beobachtungen. Werden neue Beobachtungen gemacht, dann kann das Netz mit dem neuen Set an Daten aktualisiert werden. Die bestehende Erfahrung gewichtet dann den Einfluss, den "älteres" Wissen hat.

#### 3. Grundlagen

Werden die Erfahrungen einer älteren Stichprobe genau mit der Anzahl der Beobachtungen gewichtet, so sind die neue und die alte Information gleichwertig.

In Fällen, in denen die neue Information mehr wert ist als die bereits bestehenden, können ältere Informationen auch geringer gewichtet werden. Dies wird auch als äquivalente Stichprobengrösse (equivalent sample size) bezeichnet. Dadurch wird auch ermöglicht, Expertenwissen in das Modell einfliessen zu lassen. Im Beispiel in Abbildung 29 wurde von einer nicht-informativen a priori Verteilung ausgegangen, d.h. es wurden Gleichverteilungen für die Indikatoren gewählt. Da keine Erfahrung vorlag, ist auch die Erfahrung gleich Null. Kann ein Experte die Verteilung des Indikators einschätzen, kann dieses Wissen als a priori Verteilung genutzt werden. Unter Verwendung der Erfahrung kann er seine Einschätzung zusätzlich gewichten. Einen hohen Wert bei der Erfahrung deutet darauf hin, dass sich der Experte in seiner Einschätzung sicher ist. Das der degree of belief eines Experten in das Netz einfliessen kann, ist ein wesentlicher Vorteil. Durch das Einbeziehen dieses Expertenwissens kann Gleichung (3.88) erweitert werden zu (Dirichlet Prior):

$$\mathbf{\theta} = \frac{\alpha(X_i \mid pa_i) + n(X_i \mid pa_i)}{\alpha(pa_i) + n(pa_i)} \tag{3.89}$$

Der zusätzliche Term  $\alpha(X_i | pa_i)$  berücksichtigt die äquivalente Stichprobengrösse  $\kappa$  der *a priori* Verteilungsfunktion für den Zustand des Elternknotens  $pa_i$  und berechnet sich zu:

$$\alpha(X_i \mid pa_i) = \kappa P'(X_i \mid pa_i) \tag{3.90}$$

Auch wenn die Wahrscheinlichkeitstabellen unter Verwendung von Modellen berechnet wurden, so können diese unter Verwendung von Beobachtungen aktualisiert werden. In diesen Fällen muss der Experte auch die Güte des Modells bewerten. Je höher die Gültigkeit des Modells beurteilt wird, desto weniger Einfluss haben die Daten. Sollen Modelle aktualisiert werden, so ist das Modell immer mit einem äquivalenten Stichprobenumfang zu bewerten. Andernfalls bleibt die Information, die das Modell geliefert hat, nicht im Netz erhalten. Ein Beispiel für eine so gewichtete a priori Verteilung ist in Abbildung 30 gegeben. Die a priori Verteilung ist nicht gleichverteilt. Diese Information ist durch einen äquivalenten Stichprobenumfang nach Gleichung (3.90) gewichtet. Der zum Aktualisieren verwendete Datensatz entspricht dem Beispiel in Abbildung 29. Die a posteriori Wahrscheinlichkeit für den Zustand a<sub>1</sub> der Variable A berechnet sich zu:

$$P''(A = a_1 \mid pa_i) = \frac{\alpha(A = a_1 \mid pa_i) + n(A = a_1 \mid pa_i)}{\alpha(pa_i) + n(pa_i)} = \frac{4 \cdot 0.8 + 5}{4 + 9} = 0.631$$
(3.91)

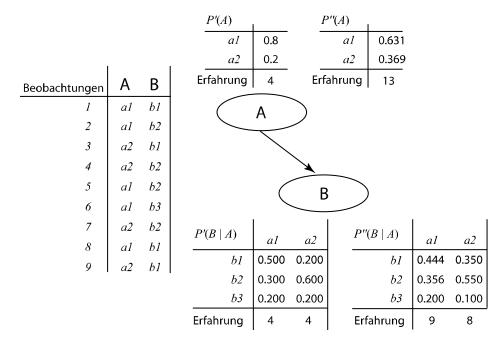


Abbildung 30 : Aktualisierung Bayes 'scher Netze unter Verwendung von Beobachtungen und Expertenmeinungen.

# 3.5.6. Aktualisierung unter Verwendung von inkompletten Datensätzen

Es kommt nicht selten vor, dass Datensätze unvollständig sind. Dies kann verschiedene Gründe haben. Es kann vorkommen, dass die Daten unter unterschiedlichen Bedingungen ermittelt wurden und dadurch in einem Datensatz mehr Daten erhoben wurden, als in einem anderen. Oft sind Zustände auch einfach nicht bekannt oder es wurde vergessen sie aufzunehmen. Dabei sollte unterschieden werden, ob die Daten zufällig oder aus einem bestimmten Grund nicht aufgenommen wurden. Liegt so ein Grund vor, und ist dieser abhängig vom Zustand des Indikators, so ist diese fehlende Information anders zu behandeln, als wenn sie zufällig vergessen wurde (Heckman (1995)). Der erste Fall beinhaltet auch eine Information, die berücksichtigt werden kann. Dies ist jedoch ein Spezialfall auf den hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Sind fehlende Daten im Datenset zufällig, so können diese Daten mit probabilistischen Verfahren approximiert werden. Die gängigsten Methoden sind die Markov-Chain-Monte-Carlo-Method, die auch als Gibbs-Sampling bekannt ist (Geman und Geman (1984), Clark (2006)), und der Expectation-Maximization (EM) Algorithmus (Dempster et al. (1977), Lauritzen (1995)). Da der EM Algorithmus in vielen kommerziellen Software Paketen verwendet wird, effizient und einfach ist, soll er hier kurz vorgestellt werden. Die Anwendung im Bayes'schen Netz für diskrete Zustände wird anhand eines Beispiels gezeigt.

Der EM Algorithmus besteht aus zwei Stufen:

- der Erwartungswertbildung einer Realisation (E-Schritt).
- der Maximierung des Likelihood (M-Schritt).

#### 3. Grundlagen

In Bayes'schen Netzwerken dient der E-Schritt dazu, den Erwartungswert der Realisationen der nicht beobachteten Zustände der Variable zu berechnen. Die Anzahl der nicht beobachteten Zustände bei gegebenem Zustand der Elternknoten  $pa_i$  soll hier mit  $u(pa_i)$  bezeichnet werden. Jede der nicht beobachteten Realisationen könnte jeden der Zustände der Variable angenommen haben.

Daher wird zunächst unter Verwendung der *a priori* Verteilung die Wahrscheinlichkeit jedes Zustandes berechnet. Dazu können die oben genannten Methoden zur Inferenzberechnung verwendet werden. Der Erwartungswert der Beobachtungen für jeden Zustand der Variable ergibt sich zu:

$$E[n(X_i \mid pa_i)] = n(X_i \mid pa_i) + u(pa_i) P'(X_i \mid pa_i)$$
(3.92)

Mit diesem Erwartungswert wird der Maximum-Likelihood berechnet unter Verwendung von Gleichung (3.88). Dies entspricht dem M-Schritt im EM-Algorithmus. Dieser Schätzer wird im nächsten Iterationsschritt als *a priori* Verteilung verwendet und der Erwartungswert der Beobachtungen neu berechnet. Die Iteration wird solange durchgeführt, bis ein Konvergenzkriterium erreicht wird. Im Allgemeinen wird festgelegt, dass Konvergenz erreicht ist, wenn die Differenz zwischen zwei Iterationsschritten des Logarithmus des Likelihood kleiner als ein festgelegter Grenzwert  $\delta$  ist:

$$l(\mathbf{\theta}_{i}) - l(\mathbf{\theta}_{i+1}) \le \delta \tag{3.93}$$

Hierin bezeichnet i den Iterationsschritt.

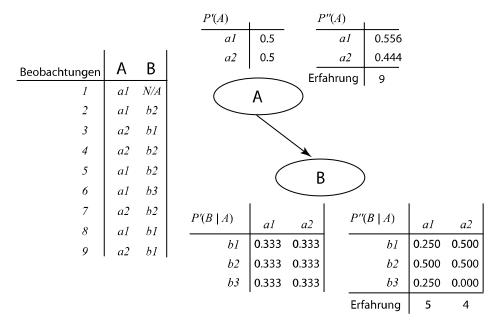


Abbildung 31: Aktualisierung Bayes 'scher Netze unter Verwendung von Beobachtungen mit fehlenden Daten.

Das Beispiel in Abbildung 31 soll das Vorgehen veranschaulichen. Das Bayes'sche Netz ist, wie in den Beispielen zuvor bereits modelliert. Es wurde eine nicht-informative *a priori* Wahrscheinlichkeitsverteilung der einzelnen Indikatoren gewählt. Nun soll das Netz unter Verwendung der neun Beobachtungen aktualisiert werden. Für den Indikator *A* ist das Set an Beobachtungen vollständig und die Aktualisierung erfolgt analog zum Kapitel 3.5.5.

Für den Indikator B ist das Datenset unvollständig, die erste Beobachtung wurde nicht dokumentiert. Dies ist in der Tabelle durch die Bezeichnung N/A gekennzeichnet. Im ersten Schritt wird der Erwartungswert des fehlenden Wertes unter Verwendung der *a priori* Verteilung ermittelt und zu den Beobachtungen addiert und mit diesem Erwartungswert unter Verwendung von Gleichung (3.88) der Maximum-Likelihood berechnet. Die einzelnen Iterationsschritte sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Das Konvergenzkriterium mit  $\delta = 0.001$  ist nach fünf Iterationen erreicht.

	Iterationen						
	1	2	3	4	5		
$E[n(B=b_1 \mid A=a_1)]$	1.333	1.267	1.253	1.251	1.250		
$E[n(B=b_2 \mid A=a_1)]$	2.333	2.467	2.493	2.499	2.500		
$E[n(B=b_3 \mid A=a_1)]$	1.333	1.267	1.253	1.251	1.250		
$P"(B=b_1 \mid A=a_1)$	0.267	0.253	0.251	0.250	0.250		
$P"(B=b_2 \mid A=a_1)$	0.467	0.493	0.499	0.500	0.500		
$P"(B=b_3 \mid A=a_1)$	0.267	0.253	0.251	0.250	0.250		
l	-5.303	-5.221	-5.203	-5.200	-5.199		
$\delta$	-	0.082	0.018	0.004	0.001		

Tabelle 4: Iterationsschritte für den EM-Algorithmus für das Beispiel in Abbildung 31.

Für den Fall, dass die *a priori* Wahrscheinlichkeit bereits aus Daten ermittelt wurde, oder die *a priori* Wahrscheinlichkeit über einen Experten geschätzt wurde, wird in der Iteration für die Berechnung des Maximum-Likelihood die Gleichung (3.91) verwendet. Dadurch kann die äquivalente Stichprobengrösse auch beim aktualisieren von Netzen mit inkompletten Datensätzen berücksichtigt werden.

Der *EM*-Algorithmus konvergiert immer gegen ein lokales Maximum des Likelihood. Daher sollte bei bimodalen oder multimodalen Verteilungen darauf geachtet werden, dass für unterschiedliche Startwerte im Algorithmus (d.h. unterschiedlichen *a priori* Verteilungen) auch unterschiedliche *a posteriori* Verteilungen resultieren können.

Ein Vorteil des Algorithmus ist, dass der Likelihood durch Jensens Ungleichheitgesetz (Lange (1999)) bei jedem Iterationsschritt steigt. In den ersten Iterationsschritten steigt der Likelihood relativ stark. Dieser Algorithmus konvergiert in den ersten Iterationsschritten schneller als andere Algorithmen und ist effizient, wenn das Konvergenzkriterium  $\delta$  nicht zu klein gewählt wird.

Aus den Daten kann neben den bedingten Wahrscheinlichkeiten auch die Netzstruktur gelernt werden (Friedman (1998)). Dieses *structural learning* ergibt vielfach Sinn bei Anwendungen, in de-

#### 3. Grundlagen

nen die Einflussindikatoren und die kausalen Zusammenhänge nicht von vornherein bekannt sind. Im Ingenieurwesen ist dieses eher selten und wird hier daher nicht weiter erläutert.

Für die Entwicklung Bayes'scher Netze zur Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen, sollten die kausalen Zusammenhänge durch Experten festgelegt werden. Damit werden die Bayes'schen Netze nicht zu einer Black-Box, sondern fördern und fordern ein tieferes Verständnis des Systems. Zudem lassen sich im Ingenieurwesen die kausalen Zusammenhänge meist relativ klar festlegen und begründen.

# 3.5.7. Risikoberechnungen in influence diagrams

In den letzten Kapiteln wurde das grundlegende Konzept der Bayes'schen Netze vorgestellt. Bayes'sche Netze berechnen lediglich die Wahrscheinlichkeit für verschiedene Zustände der gewählten Indikatoren. Zur Risikoermittlung ist die Berücksichtigung der Konsequenzen notwendig. Dies kann direkt im Bayes'schen Netz erfolgen. Werden zusätzlich zu den Wahrscheinlichkeiten auch das Risiko im Bayes'schen Netz berechnet, so spricht man von Einflussdiagrammen (engl.: influence diagrams).

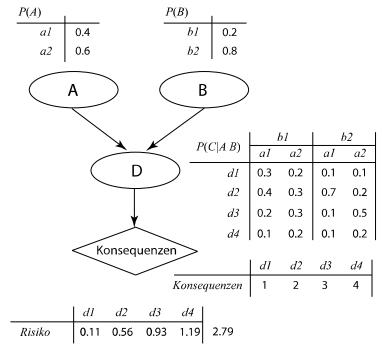


Abbildung 32: Einflussdiagramm zur Ermittlung des Risikos.

Für die Berechnung des Risikos wird ein Nutzenknoten in das Netz eingeführt. Die Anzahl der Zustände der diskreten Nutzenknoten entspricht dem Produkt aus der Anzahl an Zuständen der Knoten, die mit dem Nutzenknoten verbunden sind. Daraus können sich verschiedene Kombinationen an Zuständen ergeben, die zu unterschiedlichen Konsequenzen führen.

In Abbildung 32 ist ein Beispiel für ein Einflussdiagramm gegeben. Hier entspricht die Anzahl an Zuständen im Nutzenknoten genau der Anzahl an Zuständen im Knoten D. Jedem Zustand bzw. jeder Kombination von Zuständen wird eine Konsequenz zugeordnet. Die Wahrscheinlichkeit

 $P(\cdot)$  für jeden Zustand  $d_i$  wird multipliziert mit der Konsequenz  $C(\cdot)$ . Die Summe über alle Konsequenzen jedes Zustands ergibt das totale Risiko:

$$R = \sum_{i=1}^{n} P(d_i)C(d_i)$$
 (3.94)

Mit Hilfe von Bayes'schen Netzen kann das Risiko auch aktualisiert werden. Verändert sich die Verteilung der Wahrscheinlichkeit, z.B. durch zusätzliches Wissen über die Zustände der Elternknoten, wird das Risiko mit den veränderten Wahrscheinlichkeiten berechnet und aktualisiert.

# 3.5.8. Modellbildung

Bayes'sche Netze sind probabilistische Modelle, die wie alle Modelle eine Abbildung der Wirklichkeit darstellen. Für die Modellbildung sind Vereinfachungen und Annahmen notwendig. In einem Bayes'schen Netz sollten die Indikatoren vorhanden sein, die beobachtbar und relevant sind und dem Entscheidungsträger Informationen über verschiedene Zustände des modellierten Systems geben können. Durch das Netz selber ist vorgegeben, dass die einzelnen Indikatoren durch kausale Zusammenhänge einen Einfluss aufeinander haben. Die Verwendung von Bayes'schen Netzen setzt voraus, dass sich das System durch diese Abhängigkeiten darstellen lässt. Je mehr Einflüsse im Netz berücksichtigt werden, umso mehr Zustände ergeben sich im System. Das Netz wird komplexer. Die Komplexität des Netzes steigt auch mit der Anzahl der Zustände jedes Indikators und mit der Anzahl an berücksichtigten Indikatoren. Um die Komplexität des Netzes zu verringern, können hier Vereinfachungen getroffen werden. Dabei sollte beachtet werden, dass die Unsicherheit in den Ergebnissen durch solche Vereinfachungen steigt.

Das Modell sollte es auch ermöglichen, auf zukünftige Entwicklungen zu reagieren. Dabei kann es sich auch lohnen, Indikatoren zu verwenden, über die bei der Modellerstellung noch wenige Informationen vorhanden sind, aber zu erwarten ist, dass diese Informationen in Zukunft zur Verfügung stehen werden.

# 3.6. Wirtschaftswissenschaftliche Grundlagen

Zur Ermittlung der Konsequenzen und für die Herleitung von gesellschaftlichen Akzeptanzkriterien ist es hilfreich, die Grundlagen der Makroökonomie zu kennen. Im Folgenden wird eine kurze Zusammenfassung der grundlegenden Konzepte gegeben. Eine detaillierter Zusammenfassung findet sich z.B. in Mankiw (2003) und in Samuelson und Nordhaus (2005).

# 3.6.1. Grundlagen der Makroökonomie

# Das Bruttoinlandsprodukt

Das Bruttoinlandsprodukt (*BIP*) kann als quantitatives Mass für die Leistungsfähigkeit einer Volkswirtschaft gesehen werden. Es fasst alle wirtschaftlichen Aktivitäten einer Gesellschaft in einer monetären Einheit zusammen. Das *BIP* ist immer auf einen Beobachtungszeitraum bezogen, der in der Regel ein Jahr beträgt.

Prinzipiell kann das *BIP* auf zwei unterschiedliche Arten ermittelt werden. Erstens über das gesamte Einkommen in einer Gesellschaft (Volkseinkommen) und zweitens über den Wert aller hergestellten Güter und Dienstleistungen in einer Gesellschaft. Beide Methoden sind äquivalent, da das totale Einkommen in einer Gesellschaft gleich den Investitionen in einer Gesellschaft sein muss. Jede wirtschaftliche Transaktion hat zwei Akteure, den Käufer und den Verkäufer.

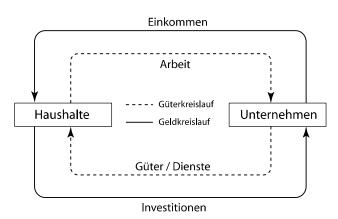


Abbildung 33: Einfacher Kreislauf in der Makroökonomie (nachMankiw (2003)).

In Abbildung 33 ist der vereinfachte Kreislauf der Makroökonomie dargestellt. Der innere Kreislauf repräsentiert den Güterkreislauf. Er beinhaltet die Arbeit, die von den Haushalten geleistet wird, und die Güter und Dienstleistungen, die von den Unternehmen produziert werden. Der äussere Kreislauf beschreibt den Fluss des Geldes. Die Haushalte erhalten ihr Einkommen von den Unternehmen und investieren es in Unternehmen. Die Unternehmen verwenden einen Teil der Investitionen für die Produktion, ein anderer Teil sind Profite, die wiederum als Einkommen den Haushalten zufliessen. Das *BIP* ist somit auch ein Mass für den Fluss des Geldes in einer Volkswirtschaft. Ob auf der einfliessenden Seite des Flusses in Form der produzierten Güter oder auf der ausfliessenden Seite des Flusses in Form des Einkommens der Haushalte der Strom gemessen wird, spielt dabei keine Rolle. Beide Methoden sind äquivalent.

Das Bruttoinlandsprodukt wird auf der Grundlage der Marktpreise ermittelt. Diese Marktpreise können als eine Zahlungsbereitschaft der Gesellschaft (*Willingness to pay*) angesehen werden. Sie spiegeln wieder, wie viel die Gesellschaft am freien Markt bereit ist, für ein Gut zu bezahlen.

Im *BIP* werden auch Dienste berücksichtigt, die nicht am freien Markt gehandelt werden können. Diese nicht handelbaren Güter sind zum Beispiel öffentliche Dienste wie Polizei, Feuerwehren, Bereitstellung von Infrastruktur und Schulen. Der tatsächliche Wert dieser Dienste ist schwer messbar, da sie nicht den Gesetzen des freien Markts unterliegen. In das *BIP* gehen diese Güter und Dienste nur über die Kosten ein, die sie verursachen. Die Kosten setzen sich zusammen aus den direkten Lohnkosten sowie allen benötigten Produktionsmitteln zur Erfüllung ihrer Aufgaben.

## Reales BIP und nominelles BIP

Das *BIP* wird zu den jeweiligen Marktpreisen des aktuellen Jahres ermittelt. In der Volkswirtschaft wird das so ermittelte *BIP* als nominelles Bruttoinlandsprodukt bezeichnet. Das führt dazu, dass bei einer Verdoppelung aller Preise, ceteris paribus, sich auch das *BIP* verdoppelt. Die Grösse des *BIP* gibt daher nicht direkt Auskunft darüber, ob sich eine Veränderung des *BIP* auf der Änderung der Quantität der Güter und Dienstleistungen oder auf einer Änderung Preise begründet.

Um eine Masseinheit zur Beurteilung der Produktivität zu erhalten, wird das reale Bruttoinlandsprodukt berechnet. Dabei wird das *BIP* auf dem Preisniveau eines gewählten Basisjahres ermittelt. Für das Basisjahr entspricht somit das reale *BIP* dem nominellen *BIP*.

Das reale *BIP* ist ein Indikator für den Einfluss von Investitionen auf die Produktivität einer Gesellschaft, wenn es keine Änderung in den Preisen gegeben hätte.

## **BIP Deflator**

Das Verhältnis zwischen nominellem und realem *BIP* wird als *BIP* Deflator bezeichnet. Durch die Definition des realen und nominellen *BIP* ergibt sich aus dem Verhältnis ein Mass für die Veränderung der Preise über die Zeit.

$$BIP_{\text{Deflator}} = \frac{BIP_{\text{nominell}}}{BIP_{\text{real}}} \tag{3.95}$$

Aus Gleichung (3.95) ergeben sich zwei Masseinheiten. Die eine misst die Preisentwicklung über die Zeit, die andere die Produktivität. Der *BIP* kann über den Deflator preisbereinigt werden. Die Wahl und Veränderung des Basisjahres ist für die Berechnung des realen *BIP* von grosser Bedeutung. Bleibt das Basisjahr zu lange unverändert, wird die Preisentwicklung in bestimmten Gütern nicht berücksichtigt. Dies führt zu Verzerrungen, da die Preisentwicklung von Konsumgütern nicht homogen ist. Aus diesem Grund muss das Basisjahr regelmässig aktualisiert werden. Der Kettenindex bietet die Möglichkeit, eine fortlaufende Aktualisierung zu gewährleisten. Dabei wird als Basisjahr immer das vorherige Jahr gewählt. Das Basisjahr wird dadurch kontinuierlich aktualisiert.

#### Bestandteile des BIP

Je nach Berechnungsart fliessen unterschiedliche Einflussgrössen in die Berechnung des *BIP* ein. Es werden drei Typen der Berechnung unterschieden.

Die Entstehungsrechnung ermittelt das BIP, indem vom Produktionswert der Güter und Dienste D die Vorleistungen und Subventionen S abgezogen werden und die Gütersteuern TX addiert werden.

$$BIP = D - S + TX \tag{3.96}$$

Die Verteilungsrechnung ermittelt das BIP über das Volkseinkommen, das durch die Produktion von Gütern und Dienstleistungen in einer Gesellschaft entsteht.

Die Verwendungsrechnung berechnet das BIP als Summe aller Konsumausgaben der privaten Haushalte C, des Staates G, der Investitionsausgaben I sowie der Nettoexporte NE.

$$BIP = C + I + G + NE \tag{3.97}$$

Der Konsum C besteht aus allen Gütern und Dienstleistungen, die die Haushalte kaufen. Die Konsumgüter können wie folgt gegliedert werden: haltbare Güter, nicht haltbare Güter und Dienstleistungen. Investitionen sind Ausgaben für Güter, die für den Gebrauch in der Zukunft bestimmt sind. Die staatlichen Ausgaben beinhalten alle Güter und Dienste, die durch den Staat gekauft werden. Dies beinhaltet beispielsweise auch Ausgaben für das Militär und die Polizei.

Die Nettoexporte berücksichtigen den Handel mit anderen Ländern. Der Nettoexport *NE* ist die Summe aus dem Wert aller exportierten Güter *EG*, abzüglich der Summe des Wertes aller importierten Güter *IG*.

$$NE = EG - IG \tag{3.98}$$

## **Inflation**

Eine Eigenschaft des Geldes ist, dass sein Wert über die Zeit veränderlich ist. Eine Steigerung der Preise wird mit Inflation bezeichnet, eine Senkung bezeichnet man mit Deflation. Die Inflation der Preise kann über den Konsumpreisindex ermittelt werden. Da Konsumenten von unterschiedlichen Gütern eine unterschiedliche Anzahl benötigen, beeinflusst die Preisentwicklung eines einzelnen Gutes mitunter die Ausgaben der Konsumenten stärker als andere Güter. Um dies zu berücksichtigen, wird zur Ermittlung des Konsumpreisindex ein Warenkorb zusammengestellt, der das Konsumverhalten der Bevölkerung widerspiegelt. Der aktuelle Preis *P* dieses Warenkorbes *X* im Jahr *t* wird dann ins Verhältnis zum Preis des Warenkorbes in einem Basisjahr gesetzt.

$$CPI_{t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{i} \cdot P_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} X_{i} \cdot P_{i,\text{Basisjahr}}}$$
(3.99)

Der Konsumpreisindex gibt die Preisentwicklung in Relation zum Basisjahr an. Neben dem Konsumpreisindex gibt es noch andere Indizes, die zur Ermittlung der Inflation dienen.

Da die benötigten Güter zwischen Haushalten und Unternehmen variieren, werden für diese auch unterschiedliche Warenkörbe zusammengestellt.

Der zuvor beschriebene *BIP* Deflator ist auch ein Mass für die Preisentwicklung in einer Volkswirtschaft. Es gibt jedoch drei grundsätzliche Unterschiede zwischen *BIP* Deflator und dem Konsumpreisindex.

Der erste Unterschied ist, dass der *BIP* Deflator die Preisentwicklung aller produzierten Güter und Dienste misst. Der *CPI* misst nur die Preisentwicklung der Güter, die von den Konsumenten gekauft werden.

Der zweite wesentliche Unterschied ist, dass der *BIP* Deflator nur die Preisentwicklung der Güter misst, die in der eigenen Volkswirtschaft hergestellt worden sind. Importierte Güter sind nicht Bestandteil des *BIP* und können daher nicht im *BIP* Deflator berücksichtigt werden.

Der dritte Unterschied bezieht sich auf die Gewichtung der Güter. Beim *CPI* bleibt die Gewichtung der Güter über die Zeit konstant. Er wird unter der Annahme eines Warenkorbes mit fixen Bestandteilen ermittelt. Beim *BIP* Deflator hängt die Zusammensetzung von der Menge der produzierten Güter ab. Er ist somit veränderlich über die Zeit.

Preisindizes, bei denen sich der Warenkorb nicht über die Zeit ändert, wird als Laspeyres Index bezeichnet (z.B. der CPI). Indizes, deren Warenkorb eine Funktion der Zeit ist, werden als Paasche Index bezeichnet (z.B. der BIP Deflator). Keiner der beiden Indizes ist dem anderen überlegen. Der Laspeyres Index kann durch den fixen Warenkorb die Präferenzen der Konsumenten nicht abbilden. Für die Bestimmung von Präferenzen der Gesellschaft und zur Ableitung von Akzeptanzkriterien ist dieser daher nicht geeignet. Effekte, wie die Substitution von Gütern und Dienstleistungen, können nicht abgebildet werden. Auf der anderen Seite bildet der Paasche Index die Entwicklung der Lebenshaltungskosten nicht vollständig ab. Auch wenn er die Präferenzen der Konsumenten berücksichtigt, kann er eine Reduktion des Wohlstands der Konsumenten, die durch reine Substitution entsteht, nicht abbilden.

## Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

Mit Hilfe der Copp-Douglas Produktionsfunktion kann beschrieben werden, wie in der Volkswirtschaft das *BIP* durch die Produktionsfaktoren Kapital *K* und Arbeit *L* ausgedrückt werden kann(Cobb und Douglas (1928)):

$$BIP = F(K, L) = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha} \tag{3.100}$$

Hierin ist A ein dimensionsloser Parameter, der die Produktivität der zur Verfügung stehenden Technologie misst. Der Parameter  $\alpha$ ,  $\{\alpha \in \mathbb{R} \mid 0 \le \alpha \le 1\}$  beschreibt, welcher Anteil des BIP aus Arbeit entsteht und welcher Anteil aus dem Kapital resultiert. Er kann als makroökonomische Lohnquote interpretiert werden. Studien aus den USA für die Jahre 1960 bis 2000 zeigen, dass dieser Anteil  $\alpha$  relativ konstant ist und bei ca. 0.3 liegt (Mankiw (2003)). Die Arbeit L wird in Zeiteinheiten gemessen (Arbeitszeit) und der Kapitaleinsatz in Geldeinheiten. Diese Copp-Douglas-Produktionsfunktion kann auch als Nutzenfunktion der Gesellschaft interpretiert werden.

# Indizes zur Bewertung der Leistungsfähigkeit einer Gesellschaft

Um die tatsächliche Leistungsfähigkeit einer Volkswirtschaft zu beschreiben, ist das *BIP* zu ungenau. Es ist nur eine Approximation die aufgrund der berücksichtigten Güter und Dienste ungenau ist. Aber Ungenauigkeiten ergeben sich nicht nur dadurch, dass einige Dienste und Güter nicht berücksichtigt werden. So werden private Dienste, wie die Arbeit im eigenen Haushalt oder die private Pflege eines Familienmitgliedes im *BIP* nicht berücksichtigt. Nicht berücksichtigt werden auch alle Güter und Dienste, die auf dem Schwarzmarkt gehandelt werden. Dies sind sowohl legale Güter und Dienste, die nicht in Büchern geführt werden (Schwarzarbeit) als auch alle illegalen Güter und Dienste. Zwar werden Mieten für Wohnungen berücksichtigt, die vorhandene Infrastruktur in einem Staat jedoch nicht. Ebenso nicht berücksichtigt wird der Verbrauch natürlicher Ressourcen sowie Umweltzerstörungen. Ein wichtiger Aspekt, der für die Beurteilung einer Volkswirtschaft wichtig ist, ist das Gefälle zwischen Arm und Reich. Dieser Aspekt wird durch das *BIP* ebenfalls nicht berücksichtigt.

Aufgrund dieser Ungenauigkeiten kann die wirtschaftliche Leistungsfähigkeit von Volkswirtschaften untereinander nicht direkt über den *BIP* verglichen werden. Auch Aussagen zum Wohlstand und zur Lebensqualität eines Volkes sind nur schwer möglich. Aus diesem Grund sind verschiedene Indikatoren entwickelt worden, um weitergehende Aussagen über eine Volkswirtschaft zu treffen und Präferenzen von Gesellschaften abbilden zu können. Da das *BIP* zur Darstellung des Lebensstandards und der Entwicklung einer Gesellschaft alleine nicht geeignet ist, wurden verschiedene Indizes entwickelt um die Gesellschaft zu beschreiben. Die grundlegenden Ideen einiger dieser Indizes sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden. Es handelt sich dabei um die bekanntesten aggregierten Indizes.

Der Human-Development Index (HDI) ist Ende der 1980er Jahre von den Vereinten Nationen entwickelt worden, um den Entwicklungstand, die Qualität des Lebens und die Leistungsfähigkeit von Volkswirtschaften zu messen (UNDP (1990)). Einige Gründe, warum sich das BIP als ein solches Mass alleine nicht eignet, sind oben genannt. Errungenschaften, wie zum Beispiel bessere Ernährung, ein höher entwickeltes Gesundheitssystem, höhere Sicherheit (z.B. in Bauwerken, gegenüber Naturgefahren, etc.), Kultur und Freizeitwerte werden nicht direkt über das BIP reflektiert. Für die Beschreibung der Entwicklung einer Volkswirtschaft im Hinblick auf ihr wirtschaftliches Wohlergehen ist es auch entscheidend, für welchen Zeck die Gesellschaft ihr Einkommen nutzt.

Daher schlägt die UN vor, die Entwicklungen in einer Volkswirtschaft durch die Entwicklung der Fähigkeiten der Gesellschaft (d.h. grösseres Wissen) und die Entwicklung die erlangten Fähigkeiten für die Arbeit umzusetzen und zu beschreiben. Als Folge hieraus wurden Schlüsselindikatoren ermittelt, die die Entwicklung einer Gesellschaft repräsentieren können. Diese sind das BIP, die Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Geburt, und die Alphabetisierungsrate. Aus diesen Indikatoren berechnet sich der Human Development Index. Das BIP pro Kopf wird in PPPUS\$ (kaufkraftbereinigt, engl.: Purchase Power Parity) gemessen. Es dient als ein Indikator für den finanziellen Wohlstand einer Gesellschaft. Die Kaufkraftbereinigung des BIP ist notwendig, da der HDI hauptsächlich entwickelt wurde, um Gesellschaften zu vergleichen. Die Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Geburt ist ein aggregierter Indikator für die Gesundheitsversorgung, die Ernährung sowie für die Hygieneverhältnisse. Der Analphabetisierungsgrad dient als Indikator für den Bildungsstand der Bevölkerung.

Auch der *Index of Sustainable Economic Welfare* (Index für nachhaltigen wirtschaftlichen Wohlstand) wurde entwickelt, um einen aussagekräftigeren Indikator für den Wohlstand einer Volkswirtschaft als das *BIP* zu erhalten (Daly et al. (1994)). Der Index berücksichtigt neben dem *BIP* auch die Einkommensverteilung, die Hausarbeit, Gesundheit, Bildung, Umweltverschmutzung, den Rückgang von Ressourcen und die Kosten der globalen Erwärmung. Eine Weiterentwicklung dieses Index ist der *Genuine Progress Indicator*. Die Kritikpunkte an diesem Indikator sind vielfältig (Neumayer (1999)). Ein wesentlicher Kritikpunkt ist, dass die theoretische Basis für diesen Index fehlt. Die Wahl der Indikatoren und ihre Gewichtung sind willkürlich und könnten daher eine beliebige Anzahl mehr oder weniger Indikatoren berücksichtigen. Auch methodische Inkonsequenzen werden den Entwicklern dieses Index vorgeworfen.

Ähnlich wie bei den zuvor vorgestellten Indizes ist die Idee, welche dem Life Quality Index (*LQI*) zu Grunde liegt, der Versuch, die Präferenzen der Gesellschaft in einem quantitativen Mass auszudrücken. So wird versucht, das Verhalten einer Gesellschaft durch einen zusammengesetzten Sozialindikator auf einer Skala abzubilden, unter der Verwendung des Bruttoinlandsproduktes (oder einen Teil davon) pro Kopf, der Lebenserwartung und der für den Verdienst des Lebensunterhaltes eingesetzten Zeit. Der LQI ist somit mit dem "Human Development Index" (HDI) der Vereinten Nationen vergleichbar. Alle Eingangswerte des LQI sind als Mittelwerte der betrachteten Gesellschaft zu betrachten. Der LQI beschreibt die allgemeine Präferenz einer Gesellschaft in lebensrettende Massnahmen zu investieren. Da der LQI in Beziehung zu den ökonomischen Möglichkeiten einer Gesellschaft unter Berücksichtigung der durchschnittlichen Lebenserwartung steht, ist es möglich, durch den LQI abzuleiten, wie hoch eine betrachtete Gesellschaft den Wert eines Lebens einschätzt. Der Ausdruck "Lebensqualität" im Namen des Index kann missverstanden werden. Mit Lebensqualität ist nicht im Sinne der Hedonisten Lust und Freude gemeint. Er gibt vielmehr die Präferenzen der Gesellschaft und ihre wirtschaftliche Entwicklung wieder. Der Index wurde 1997 von Nathwani, Lind und Pandey entwickelt (Nathwani et al. (1997)). Er ermöglicht es, im Sinne der revealed preference method den Wert eines statistischen Lebens abzuschätzen und damit Akzeptanzkriterien abzuleiten. Im Kapitel 3.8 wird er detailliert beschrieben und hergeleitet.

# 3.6.2. Grundlagen der Mikroökonomie

Im folgenden Kapitel werden die Grundzüge der Konsumtheorie erläutert, die insbesondere für die Modellierung der Konsequenzen von nichthandelbaren Gütern Bedeutung hat. Die folgenden Beschreibungen orientieren sich an Varian (2006). Detaillierte Beschreibungen finden sich auch in Samuelson und Nordhaus (2005).

## Budgetbeschränkungen

In der Mikroökonomie wird angenommen, dass ein Konsument, der frei entscheiden kann und alle relevanten Informationen über Preise und Güter besitzt, die bestmögliche Güterkombination wählt, die er sich leisten kann. Was ein Konsument sich leisten kann, wird durch sein Budget  $m \in \mathbb{R}_+$  bestimmt. Die Budgetbeschränkungen sind eine wichtige Randbedingung in der Mikroökonomie.

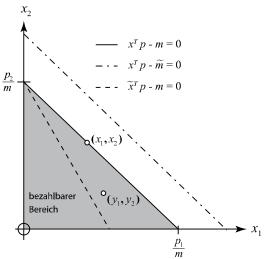


Abbildung 34: Darstellung der Budgetbeschränkung für zwei Güter.

Im Gegensatz zur Realität, in der ein Konsument eine Vielzahl von Gütern zur Auswahl hat, wird das generelle Konzept hier an zwei Gütern  $x_1$  und  $x_2$  dargestellt ( $x_i \in \mathbb{R}^n_+$  mit  $n \in \mathbb{N}^*$ ). Dieses Güterbündel soll als Vektor mit  $\mathbf{x}$  bezeichnet werden. Die Güter  $x_1$  und  $x_2$  sind am Markt zu den Preisen  $p_1$  und  $p_2$  erhältlich. Steht dem Konsumenten die Geldmenge m zur Verfügung, dann ist die erhältliche Menge an Gütern durch diese Geldmenge beschränkt. Diese Budgetbeschränkung kann in Vektorschreibweise wie folgt formuliert werden:

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{p} \le m \tag{3.101}$$

Aus diesem Zusammenhang ergibt sich die Budgetgerade, die angibt, wie viel von jedem Gut mit dem Einkommen m gekauft werden kann. Sie ist mit Gleichung (3.102) gegeben.

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{p} - m = 0 \tag{3.102}$$

Die Budgetgerade ist in Abbildung 34 dargestellt. Die Steigung dieser Gerade kann angegeben werden zu:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{p_1}{p_2} \tag{3.103}$$

Die Steigung hat eine ökonomische Interpretation. Sie gibt an, zu welchem Verhältnis der Markt bereit ist, Gut  $x_1$  durch Gut  $x_2$  zu substituieren. Die Budgetbeschränkung kann unterschiedlichen Veränderungen unterliegen.

Eine mögliche Veränderung ist die Veränderung des Einkommens m. Dies führt zu einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden. In Abbildung 34 ist dieser Fall für eine Einkommenserhöhung dargestellt.

Auch eine Veränderungen der Preise  $\tilde{x}$  kann zu einer Veränderung der Budgetgeraden führen. Eine Veränderung der Preise kann sowohl zu einer Parallelverschiebung als auch zu einer Änderung der Steigung der Budgetgeraden führen. Der erste Fall tritt ein, wenn alle Preise um einen gleichen Faktor k verändert werden. Dies ist äquivalent zu einer Veränderung des Einkommens. Die Steigung der Budgetgeraden ändert sich, wenn sich der Preis eines Gutes ändert. Mit der Preisänderung ändert sich also auch die Bedingung, zu dem der Markt bereit ist, das eine Gut

durch das andere zu substituieren. Dieser Fall ist in Abbildung 34 durch eine gestrichelte Line dargestellt.

## Präferenzen der Konsumenten

Zur Beschreibung der Präferenzen soll angenommen werden, dass ein Konsument zwei Güterbündel  $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2,...)$  und  $\mathbf{y}^T = (y_1, y_2,...)$  priorisieren kann. Der Konsument kann demnach entscheiden, ob ein er Güterbündel bevorzugt, oder ob er indifferent ist.

Die Präferenzrelation ist ein operationaler Begriff. Das Konzept der Präferenzen basiert dabei auf dem tatsächlichen Verhalten der Konsumenten. Um die Präferenz von Konsumenten festzustellen, wird das tatsächliche Verhalten am Markt beobachtet.

Ein Konsument ist indifferent zwischen zwei Güterbündeln, wenn er keines der Güterbündel präferiert. Er ist mit dem einen Güterbündel genauso zufrieden wie mit dem anderen. Dies wird durch die folgende Relation ausgedrückt:

$$\mathbf{x}^T \sim \mathbf{y}^T \tag{3.104}$$

Eine weitere Relation ist die schwache Bevorzugung eines Güterbündels. Dies bedeutet, dass der Konsument ein Güterbündel bevorzugt oder indifferent ist. Die Schreibweise für diesen Fall ist:

$$\mathbf{x}^T \succeq \mathbf{y}^T \tag{3.105}$$

Der Konsument kann ein Güterbündel  $\mathbf{x}^T$  gegenüber dem Güterbündel  $\mathbf{y}^T$  auch streng bevorzugen. Dies wird durch das Symbol  $\succ$  dargestellt.

$$\mathbf{x}^T \succ \mathbf{y}^T \tag{3.106}$$

Die Entscheidungen von Konsumenten müssen konsistent sein. Um dies zu gewährleisten, wurden Axiome der Theorie der Konsumenten formuliert. Das Axiom der Vollständigkeit besagt, dass alle denkbaren Güterbündel miteinander in Relation gesetzt werden können. Das heisst, es gilt entweder  $\mathbf{x}^T \succeq \mathbf{y}^T$  oder  $\mathbf{x}^T \preceq \mathbf{y}^T$  oder beides.

Das Axiom der Reflexivität besagt, dass jedes Güterbündel mindestens so gut ist wie es selbst  $(\mathbf{x}^T \succeq \mathbf{x}^T)$ . Das Axiom der Transitivität besagt, dass wenn ein Konsument das Güterbündel  $\mathbf{x}^T$  dem Güterbündel  $\mathbf{y}^T$  vorzieht und das Güterbündel  $\mathbf{y}^T$  dem Güterbündel  $\mathbf{z}^T$ , dann gilt auch  $\mathbf{x}^T \succeq \mathbf{z}^T$ .

Dieses Axiom ist nicht notwendigerweise eine Eigenschaft, die die Präferenzen der Konsumenten haben müssen. Es beschreibt jedoch die Handlungen von Personen gut und stellt sicher, dass es für jedes Güterbündel eine beste Wahl gibt.

## Indifferenzkurven

In der Konsumtheorie kann, unter Berücksichtigung der Axiome, das gesamte Verhalten des Konsumenten mit Präferenzen beschrieben werden. Die Präferenzen lassen sich graphisch durch Indifferenzkurven darstellen. Die Indifferenzkurven geben an, bei welchen Güterbündeln der Konsument indifferent ist. Das bedeutet, der Konsument ist mit beiden Güterbündeln gleich zufrieden.

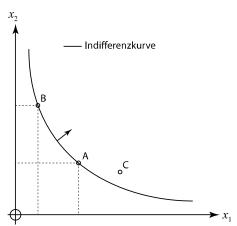


Abbildung 35: Indifferenzkurve für unterschiedliche Quantitäten zweier Güter  $x_1$  und  $x_2$ .

In Abbildung 35 ist eine Indifferenzkurve für unterschiedliche Quantitäten der Güter  $x_1$  und  $x_2$  dargestellt. Für die beiden Güterbündel A und B in Abbildung 35 bedeutet dies, dass der Konsument keines der beiden Güterbündel bevorzugen würde. Alle Güterkombinationen oberhalb der Indifferenzkurve würden gegenüber den Kombinationen A und B präferiert werden (z.B. Güterbündel C). Welcher Bereich eine höhere Präferenz gegenüber der Indifferenzkurve aufweist, ist nicht direkt zu erkennen. Aus diesem Grund wird die höhere Präferenz i.d.R. mit einem Pfeil angezeigt.

Entwickelt werden können die Indifferenzkurven, indem das Verhalten der Konsumenten am Markt beobachtet wird. Durch jede beobachtete, konsumierte Güterkombination verläuft eine Indifferenzkurve. Eine wichtige Annahme für die Bestimmung der Indifferenzkurven ist, dass sich diese nicht schneiden können. Diese ergibt sich aus dem Axiom der Transitivität. Mittels Indifferenzkurven lassen sich nahezu alle Präferenzen von Konsumenten darstellen. Es werden unterschiedliche Typen von Gütern unterschieden, wie z.B. perfekte Substitute, perfekte Komplemente, schlechte Güter, neutrale Güter und normale Güter. Jedes dieser Güter hat charakteristische Indifferenzkurven. So sind die Indifferenzkurven für normale Güter konvex. Da Sicherheit als ein normales Gut betrachtet werden kann (Viscusi (1978)), wird im Folgenden nur auf die Präferenzen von normalen Gütern eingegangen werden.

In Abbildung 35 ist eine Indifferenzkurve für ein solches normales Gut dargestellt. Diese Art von Indifferenzkurven haben spezifische Eigenschaften. Sie erfüllen die Bedingungen für monotone Präferenzen. Das bedeutet, dass eine grössere Quantität beider Güter eine grössere Präferenz hat. Für die Indifferenzkurven impliziert dies eine negative Steigung.

## Grenzrate der Substitution

Mit Grenzrate der Substitution (MRS, engl.: Marginal Rate of Substitution) wird die Steigung der Indifferenzkurve bezeichnet. Sie ist ein Mass für die Rate, zu der ein Konsument bereit ist, das eine durch das andere Gut zu substituieren:

$$MRS = \frac{dx_2}{dx_1} \tag{3.107}$$

Es beschreibt damit, wie viel inkrementeller Mehrkonsum des einen Gutes  $x_1$  durch einen inkrementellen Minderkonsum des anderen Gutes  $x_2$  kompensiert, damit seine *Zufriedenheit* gleich bleibt. Da die MRS die Steigung der Indifferenzkurve ist, ist sie für normale Güter immer negativ.

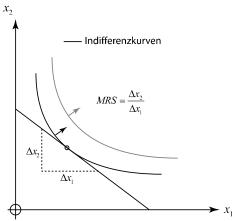


Abbildung 36: Grenzrate der Substitution.

Die Grenzrate der Substitution ist das Verhältnis, bei dem der Konsument gerade an der Grenze zwischen der Bereitschaft zum Tausch und zum Nichttausch zwischen zwei Gütern ist. Entspricht das Austauschverhältnis zweier Güter genau der Grenzrate der Substitution, wird der Konsument nicht tauschen. Die Indifferenzkurve bei normalen Gütern ist konvex und monoton. Die Steigung entspricht der Steigung einer Tangente an die Indifferenzkurve. Da diese Tangente die Indifferenzkurve nicht schneidet, gibt es keinen anderen Punkt, bei dem der Konsument gleich zufrieden wäre.

Diese Grenze kann auch als Zahlungsbereitschaft (willingness to pay) eines Konsumenten, mit Gut  $x_1$  zu zahlen, um etwas mehr von Gut  $x_2$  zu kaufen. Die Grenzrate der Substitution wird auch mit marginaler Zahlungsbereitschaft bezeichnet. Sie gibt jedoch nur an, wie viel der Konsument bereit wäre, für einen marginalen Zuwachs eines Gutes zu zahlen. Was tatsächlich für ein Gut zu zahlen ist, ist unabhängig von dem, was der Konsument bereit ist zu zahlen. Dies wird nur durch den Preis bestimmt.

Eine andere Eigenschaft der Konvexität der Indifferenzkurven ist, dass bei der Zunahme eines Gutes die Grenzrate der Substitution abnimmt. Das bedeutet, je mehr der Konsument von einem Gut hat, desto mehr ist er bereit, dieses gegen ein anderes auszutauschen. Dieses Phänomen wird mit abnehmender Grenzrate der Substitution bezeichnet.

## Nutzen

Die bekanntesten Utilitaristen sind Jeremy Bentham (1748-1832), ein englischer Jurist, der das ethische Prinzip des "grösstmöglichen Glücks für die grösstmögliche Zahl" propagierte, und John Stuart Mill (1806-1873), ein englischer Philosoph und Ökonom. Der hedonistische Utilitarismus, so wie er von Bentham und Mill entwickelt wurde, geht davon aus, dass die Menschen wie im Hedonismus danach streben, Lust und Glück zu gewinnen und Schmerz zu vermeiden. Sie gehören zu den Begründern der Nutzentheorie.

Die grösste Kritik am Utilitarismus ist, dass er zu Entscheidungen führen kann, die im Gegensatz zur allgemeinen Ethik und Moralvorstellung stehen. Ein weiterer Kritikpunkt war, dass nicht konsistent beschrieben werden konnte, wie Nutzen gemessen werden sollte.

#### 3. Grundlagen

Samuelson formulierte daher die Theorie des Konsumverhaltens neu (Samuelson (1938)). Er nutzte die Präferenzen der Konsumenten um den Nutzen zu formulieren. Der Nutzen stellt eine Möglichkeit dar, die Präferenzen zu beschreiben. Die Nutzentheorie geht davon aus, dass jedem gewählten Güterbündel eine Zahl zugewiesen werden kann, der ihren Nutzen widerspiegelt. Von ordinalen Nutzen spricht man, wenn die absolute Zahl, die den Nutzen beschreibt, keine Bedeutung hat. Sie ist nur im Vergleich zu anderen Zahlen sinnvoll. Durch den ordinalen Nutzen kann eine Ordnung der Güterbündel erfolgen und es kann bestimmt werden, welches Güterbündel bevorzugt wird. Damit die Nutzenfunktion  $u(\cdot)$  dies erfüllen kann, muss die Relation  $u(\mathbf{x}) > u(\mathbf{y})$  gelten, wenn  $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$  ist. Da beim ordinalen Nutzen nur die Ordnung eine Rolle spielt, gibt es unendlich viele Möglichkeiten, die Nutzenfunktion zu beschreiben. Damit ist auch jede monotone Transformation der Nutzenfunktion zulässig. Mit monotoner Transformation bezeichnet man eine Transformation, bei der die Reihenfolge der Zahlen erhalten bleibt. Diese monotone Transformation ist dann wieder eine Nutzenfunktion, die dieselben Präferenzen der ursprünglichen Nutzenfunktion widerspiegelt.

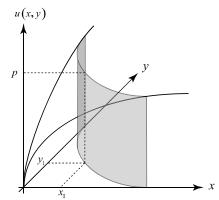


Abbildung 37: Zusammenhang zwischen Nutzenfunktion und Indifferenzkurve (in Anlehnung an Hicks (1939)).

Von kardinalem Nutzen spricht man, wenn die Grösse der Nutzenfunktion eine Bedeutung hat. Die Differenz des Nutzens zwischen zwei Güterbündeln gibt somit an, um wie viel man ein Güterbündel dem anderen vorzieht.

In Abbildung 37 ist der Zusammenhang zwischen der Nutzenfunktion  $u(\cdot)$  und den Indifferenzkurven dargestellt. Die Achsen x und y stellen die Quantität der zur Verfügung stehenden Güter dar. Trifft der Konsument nun die Entscheidung für Güterbündel  $(x_1, y_1)$ , so entspricht dies einem Nutzen p. Alle Güterkombinationen, die auf der Indifferenzkurve liegen, haben somit den gleichen Nutzen p. Für Güterkombinationen, die oberhalb der Indifferenzkurve liegen, ergeben sich grössere Werte der Nutzenfunktion.

Die Indifferenzkurven entsprechen dem Konturdiagramm der Nutzenfunktion. Zur Orientierung, in welche Richtung die Nutzenfunktion ansteigt, werden häufig Pfeile verwendet und es kann auf eine dreidimensionale Darstellung verzichtet werden.

Eine häufig verwendete Nutzenfunktion ist die Cobb-Douglas-Funktion. Sie stellt eine der einfachsten Formen zur Modellierung der Präferenzen dar. Die Indifferenzkurven, die unter Verwendung der Cobb-Douglas-Präferenz entstehen, haben eine konvexe Form und können somit verwendet werden, um normale Güter zu repräsentieren. Analytisch kann die Cobb-Douglas-Nutzenfunktion mit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$  angegeben werden zu:

$$u(x,y) = x^{\alpha} \cdot y^{\beta} \tag{3.108}$$

Gleichung (3.108) entspricht der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion. Der Faktor A kann hier vernachlässigt werden, da dieser eine monotone Transformation darstellt und den ordinalen Nutzen nicht verändert.

In Abbildung 38 sind die Indifferenzkurven einer Cobb-Douglas-Nutzenfunktion dargestellt. Für unterschiedliche Exponenten  $\alpha$  und  $\beta$  ergeben sich unterschiedliche Verläufe dieser Indifferenzkurven. Mit Hilfe einer monotonen Transformation der allgemeinen Cobb-Douglas-Nutzenfunktion kann gezeigt werden, dass es immer eine Cobb-Douglas Nutzenfunktion gibt, bei der sich die Exponenten zu eins addieren. Die Cobb-Douglas Nutzenfunktion kann somit vollständig beschrieben werden durch:

$$u(x, y) = x^{\alpha} \cdot y^{(1-\alpha)}$$
 (3.109)

# Optimale Entscheidung des Konsumenten

Jeder Konsument hat ein beschränktes Budget m. Er kann aus einer Vielzahl an Güterbündeln auswählen, die er sich leisten kann. Seine Wahl ist also durch sein Budget beschränkt. Welches Güterbündel ist aber für den Konsumenten das optimale? Bringt man die Budgetgerade mit den Indifferenzkurven zusammen, kann die optimale Entscheidung ermittelt werden. In Abbildung 38 ist dies graphisch dargestellt. Die Budgetgerade ist die Grenze des Bereichs, innerhalb dessen sich der Konsument Güter leisten kann. Sie schneidet die  $x_1$ -Achse am Punkt  $(p_1/m)$ . Mit  $p_1$  ist der Preis für eine Quantität des Gutes  $x_1$  bezeichnet und entspricht der Menge des Gutes  $x_1$ , die sich ein Konsument mit seinem Budget leisten kann. Bewegt man sich auf dieser Linie, dann ist der maximale Nutzen dort erreicht, wo die Budgetgerade die grösste Indifferenzkurve gerade berührt. Mit diesem Güterbündel erreicht der Konsument maximalen Nutzen. In Abbildung 38 ist dies das Güterbündel $(x_1^*, x_2^*)$ , für das sich der Konsument auf dem freien Markt immer entscheiden würde.

Im Fall der konvexen Indifferenzkurven ist die Grenzrate der Substitution gleich der Steigung der Budgetgerade im optimalen Punkt. Für andere Formen von Indifferenzkurven ist diese Bedingung eine notwendige aber keine hinreichende (Varian (2006)).

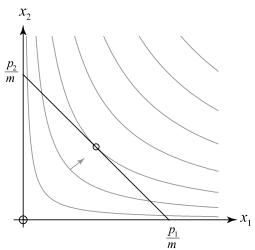
Die Grenzrate der Substitution entspricht dem Tauschverhältnis, bei dem der Konsument bereit ist, das eine Gut gegen das andere Gut zu tauschen. Der Markt bietet nun ein Tauschverhältnis von  $-p_1/p_2$  an. Wenn die Grenzrate der Substitution und dieses Verhältnis nicht gleich sind, würde sich der Konsument durch einen Tausch besser stellen und ein Optimum wäre noch nicht erreicht. Die Bestimmung des optimalen Güterbündels ist ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingung. Dieses Optimierungsproblem kann mit Lagrange-Multiplikatoren gelöst werden.

Bei dieser Methode wird eine skalare Variable für jede Nebenbedingung eingeführt. Diese Variablen werden mit Lagrange-Multiplikatoren  $\lambda$  bezeichnet. Eine Linearkombination, die diese Multiplikatoren als Koeffizienten einbindet, reduziert das Problem auf ein Extremwertproblem ohne Nebenbedingung. Das Minimierungsproblem ist gegeben durch:

$$f(x) = \min!$$
  
 $g_j(x) = 0$   $j = 1...J$  (3.110)

Die Langrangefunktion  $\mathcal{L}(x)$  kann angegeben werden zu:

$$\mathcal{L}(x) = f(x) - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j g_j(x)$$
(3.111)



 $\frac{p_1}{m}$  Abbildung 38: Cobb-Douglas Indifferenzkurven für  $\alpha = \beta = 0.5$  und die optimale Wahl des Konsumenten.

Hierin ist f(x) eine definierte Funktion mit  $x \in \mathbb{R}^n$  und  $g_j(x)$  die j-ste Nebenbedingung. Die Nebenbedingung ist die Budgetgerade, die in Gleichung (3.102) gegeben ist. Für die Cobb-Douglas-Präferenzen kann die Lagrangefunktion angegeben werden zu:

$$\mathcal{L}(x) = x_1^{\alpha} \cdot x_2^{\beta} - \lambda_1 \left( x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 - m \right) \tag{3.112}$$

Die Lösung des folgenden Gleichungssystems definiert das Optimum:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_i} = 0$$
(3.113)

Für die Cobb-Douglas-Präferenzen ergibt sich die folgende allgemeine Lösung:

$$x_{1} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cdot \frac{m}{p_{1}}$$

$$x_{2} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \cdot \frac{m}{p_{2}}$$
(3.114)

## 3.7. Methoden zur Ermittlung der Kosten von nicht handelbaren Gütern

Im Allgemeinen unterscheiden die Wirtschaftswissenschaften zwei Typen von Gütern und Dienstleistungen: frei handelbare Güter und nicht frei handelbare Güter.

Der Wert von frei handelbaren Gütern und Dienstleistungen wird direkt am Markt bestimmt. So können sowohl Sachschäden als auch finanzielle Schäden direkt in monetären Einheiten angegeben werden. Nicht frei handelbare Güter und Dienstleistungen sind in der Regel immaterielle Güter. Ein vielfach diskutiertes immaterielles Gut ist der Wert eines statistischen Lebens, das bei der Entscheidungsfindung, die die Personensicherheit direkt oder indirekt betrifft, eine substantielle Rolle spielt. In Bezug auf Kunstbauten und die Risikobewertung infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen ist die konsistente Bewertung von Menschenleben von besonderer Bedeutung. Bei der Bewertung eines statistischen Lebens stellt sich weniger die Frage, wie viel ein Leben wert ist. Es ist vielmehr von Interesse, wie viel in Massnahmen investiert werden sollte, um diese zu retten. Es geht also nicht um die ethische Fragestellung des Wertes eines Lebens und in welcher Höhe ein Entscheidungsträger den Wert festlegt, sondern vielmehr um die Fragestellung der richtigen Allokation von Ressourcen. Werden Ressourcen falsch eingesetzt, so bedeutet dies, dass sie an anderer Stelle für Massnahmen fehlen, die effizienter wären.

Wenn vom Wert eines statistischen Lebens (engl. value of a statistical life VOSL) gesprochen wird, ist von einem undefinierten und unpersonifizierten Leben die Rede. Der Wert, den eine (gesunde) Person für sein eigenes Leben ausgeben würde, würde abgesehen von Budgetbeschränkungen in Übereinstimmung mit dem biologischen Selbsterhaltungstrieb theoretisch nicht beschränkt sein. Zudem kommt der Effekt, dass eine auf den eigenen Tod bedingte Zahlungsbereitschaft beinhaltet, dass der eigene wirtschaftliche Wohlstand nach dem Tod keinen Wert mehr darstellt. Dieser Effekt wird auch als dead-anyway-effect beschrieben (Pratt und Zeckhauser (1996)). Die Ermittlung des VOSL dient der Modellierung der Konsequenzen, der Risikoermittlung und der Entscheidungsfindung. Des Weiteren können aus diesem Wert Akzeptanzkriterien abgeleitet werden. Der VOSL stellt dabei keinen Grenzwert dar, der für die Rettung eines Lebens einer konkreten Person in einer Notlage ausgegeben werden sollte.

Zur Bestimmung des Wertes eines statistischen Lebens sind in den letzten Jahrzehnten einige Methoden entwickelt worden. Im Folgenden wird ein Überblick über die bestehenden Methoden gegeben, die allgemein zur Bestimmung von Werten nicht handelbarer Güter und Dienste angewendet werden können. Einige beziehen sich speziell auf die Ermittlung des Wertes eines statistischen Lebens.

Abbildung 39 gibt einen Überblick über verschiedene methodische Ansätze. Die Ansätze können in die contingent valuation method (CVM), die revealed preference method (RPM) und die informed preference method (IPM) eingeteilt werden. Weitere Ansätze bestimmen den VOSL über entgangene Einnahmen. Sie können zu den Verlustansätzen gezählt werden. Abbildung 39 gibt einen Überblick über die gängigsten Methoden, die in der Praxis Anwendung finden. Sie werden in den folgenden Kapiteln beschrieben.

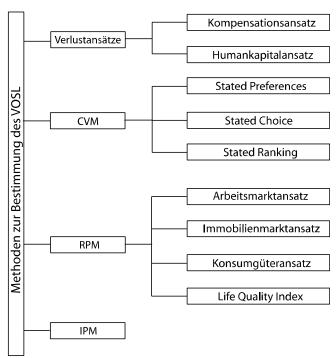


Abbildung 39: Unterschiedliche Ansätze zur Bestimmung des Wertes eines statistischen Lebens.

## 3.7.1. Contingent Valuation Method

Zu den direkten Methoden gehört die Contingent Valuation Method (CVM). Entwickelt wurde diese Methode von Ciriacy-Wantrup im Jahre 1947 (Ciriacy-Wantrup (1947)). Seither findet diese Methode breite Anwendung, um Werte von Gütern zu schätzen, die nicht auf dem freien Markt gehandelt werden. Insbesondere bei Schätzungen in Bezug auf Umweltschäden und auf Verluste von Arten in der Flora und Fauna wird diese Methode häufig angewendet (z.B. Hanemann (1994)). Auch für die Ermittlung des Wertes eines statistischen Lebens wird diese Methode angewendet (vgl. ARE (2002), Lindberg (1999), COST 313 (1994), Blaeij et al. (2003)).

Die CVM basiert auf Umfragen, in denen Personen angeben, wie viel sie bereit sind, für ein bestimmtes Gut zu zahlen (willingness to pay, WTP) oder welche Summe ihnen für Kompensationszahlungen adäquat erscheint (willingness to accept, WTA). Dabei erfolgt die Befragung unter der Annahme spezifischer hypothetischer Szenarien. Diese bedingte Zahlungsbereitschaft ist auch im Namen dieser Methode verankert.

Bekannt ist diese Methode auch unter dem Namen *stated preference method (SPM)*. Pionier in der Verwendung dieser Methode zur quantitativen Abschätzung von Schäden war die Regierung von Alaska. Sie verwendete diese Methode das erste Mal, um die Konsequenzen aus dem Tankerunglück der Exxon Valdez 1989 zu schätzen (Perman et al. (2003)).

Neben dem *SPM* findet auch die *stated choice method* und die *stated ranking method* Anwendung. Bei der *stated choice method* werden dem Befragten mehrere Alternativen zur Verfügung gestellt oder der Befragte soll seine Aussage gewichten. Bei der *stated ranking method* wird vom Befragten verlangt, mehrere Alternativen zu priorisieren.

Da nach den ersten Anwendungen dieser Methode grosse Unterschiede in den Ergebnissen beobachtet werden konnten, wurde die Methode in der Fachwelt kontrovers diskutiert. Die Befürworter dieser Methode argumentieren, dass mit diesem Ansatz eine Möglichkeit geschaffen wurde, um Werte von allen nicht handelbaren Gütern zu bestimmen, indem die Zahlungsbereitschaft der Gesellschaft für diesen Zustand evaluiert wird (z.B. Hanemann (1994), Mitchell und Carson (1989)).

Die Kritikpunkte dieser Methode sind vielfältig. Ein guter Überblick wird in Diamond und Hausman (1994) gegeben. Im Folgenden sollen diese Kritikpunkte kurz zusammengefasst werden.

Ein Hauptkritikpunkt ist der so genannte embedding effect (Einbettungseffekt) der erstmals von Kahnemann und Knetsch beschrieben wurde (Kahneman und Knetsch (1992)). Er bezeichnet die Tendenz, dass Umfragen zur Zahlungsbereitschaft bei Veränderung der Quantität der Güter ähnliche Werte liefern. So wird der Wert eines Gutes isoliert betrachtet höher eingeschätzt, als wenn der Wert für dieses Gut zusammen mit anderen Gütern eingeschätzt wird. Die Summe der WTP aus einzelnen Befragungen ist also höher als der Wert, der aus einer einzelnen Befragung resultiert. Dieser Effekt führt zu Inkonsistenzen bei der Modellierung der Präferenzen.

Ein weiterer Kritikpunkt ist, dass es eine entscheidende Rolle spielt, ob die Befragten nur ein Gut oder mehrere unterschiedliche Güter einschätzen sollen. Das Einschätzen der Zahlungsbereitschaft mehrerer Güter führt dazu, dass die Werte stark von der Reihenfolge der Befragung abhängen. Es ist zu beobachten, dass die Güter in Relation zueinander gesetzt werden.

Ein weiterer Effekt der bei der CVM beobachtet werden kann, ist, dass die Befragten auf eine Handlung oder ein Ereignis reagieren und nicht den Wert dafür beurteilen. Dabei unterstreichen die Befragten ihre Meinung, dass in einer bestimmten Angelegenheit gehandelt werden muss und schätzen den Wert, den diese Massnahme kosten würde. Auch zeigen sich bei Befragungen zu einigen Themen die Befragten sehr grosszügig und bezeugen damit, dass sie persönlich bereit sind, etwas Gutes zu tun. Dies entspricht jedoch nicht ihrer tatsächlichen Zahlungsbereitschaft. Dieser Effekt wird mit warm-glow-effect bezeichnet.

Haben die Befragten keine Informationen über den Inhalt der Befragung, so tendieren sie dazu, zu raten. Die Antworten der Befragten hängen daher auch stark von den Informationen ab, die die Befragten haben und wie sie diese interpretieren.

Protestantworten und Antworten, bei denen die Befragten ihre Einkommensgrenzen nicht berücksichtigen, können bei der CVM vor der Auswertung aussortiert werden.

Die Evaluation nach der CVM beinhaltet, dass die Befragten glaubhaft, zuverlässig und präzise in ihren Aussagen sind. Glaubhaftigkeit bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Befragten auf die gestellten Fragen antworten. Die Zuverlässigkeit bestimmt, in welche Richtung und in welcher Grösse die Antwort verschoben ist. Die Präzision ist ein Indikator für die Variabilität in den Aussagen. Diese lässt sich durch eine grosse Anzahl von Befragungen verringern (statistische Unsicherheiten). Die Auswertung der Befragungen basiert auf diesen Modellannahmen, die sich schwer falsifizieren lassen.

#### 3. Grundlagen

Die hier aufgeführten Kritikpunkte sind in der Forschergemeinschaft seit langem bekannt und konnten bisher nicht gelöst werden. Daher kann gefolgert werden, dass die Werte für die Zahlungsbereitschaft, die mit der CVM ermittelt wurden, nicht die tatsächliche Präferenz der Gesellschaft ausdrücken. Der ermittelte Wert stellt damit kein wirkliches Optimum der Gesellschaft dar. Damit stehen die mit dieser Methode erzielten Ergebnisse im Widerspruch zur Konsumtheorie der Wirtschaftswissenschaften.

#### 3.7.2. Revealed Preference Method

Die Theorie der revealed preferences wurde von Paul Samuelson (Samuelson (1938)) entwickelt und kann zu den indirekten Methoden gezählt werden. Das generelle Konzept dieser Methode besteht darin, die Präferenzen einer Gemeinschaft zu bestimmen, indem ihr Verhalten untersucht wird. Samuelson verweist darauf, dass sich diese Theorie auf den homo-ökonomicus bezieht. Der massgebende Unterschied zur CVM ist, dass nicht entscheidend ist, was die Person tun würde oder sagt, was sie tun würde, sondern wie sie wirklich handelt. Die Präferenz wird aus dem konkreten Handeln bestimmt.

Die revealed preference method (RVM) dient dazu, die bestmögliche Option auf der Basis des Konsumentenverhaltens zu ermitteln. Die Präferenzen können auf Basis der Investitionen in verschiedene Güter bestimmt werden. Bevor diese Methode entwickelt wurde, wurde versucht, das Konsumentenverhalten durch Nutzenfunktionen zu beschreiben. Die Nachfrage basierte auf einer abnehmenden Grenzrate der Substitution. Diese Abnahme der Grenzrate der Substitution basierte wiederum auf der Annahme, dass die Konsumenten ihre Entscheidungen so treffen, dass ihre Nutzenfunktion maximiert wird (vgl. Hicks und Allen (1934a) und Hicks und Allen (1934b)). Da es keine Methode gab, um die Nutzenfunktion nicht genau zu bestimmen, wurde die RVM entwickelt, um die Nutzenfunktion aus dem Konsumentenverhalten ableiten zu können (Samuelson (1938)).

Beim Vergleich von Investitionen in unterschiedliche Kombinationen von Gütern in unterschiedlichen Kostensituationen kann durch das Handeln des Konsumenten dessen Präferenz ermittelt werden. Das fundamentale Konzept ist die Ermittlung des Verhältnisses zwischen einem Warenkorb  $X^t$ , der von einem Konsument zum Preis  $P^t$  bei einem Einkommen von  $X^t \cdot P^t$  gekauft wurde, und einem zweiten Warenkorb  $X^{t+1}$ , der bei gleichem Einkommen  $X^t \cdot P^t$  und gleichem Preis hätte gekauft werden können, aber nicht gekauft wurde (vgl. auch Houthakker (1950)). Dieses Verhältnis:

$$X^t \cdot P^t \ge X^{t+1} \cdot P^t \tag{3.115}$$

zeigt, dass der Konsument den Warenkorb  $X^t$  gegenüber  $X^{t+1}$  bevorzugt. Für die Annahme, dass die beiden Warenkörbe  $X^t$  und  $X^{t+1}$  nicht gleich sind, kann die Gleichung (3.115) angegeben werden zu:

$$X^{t} \cdot P^{t} > X^{t+1} \cdot P^{t} \tag{3.116}$$

Ein Überblick über die Entwicklung und die bedeutendsten Arbeiten zu der Theorie von Samuelson wird in Varian (2005) gegeben. Samuelson zeigt, dass die *RPM* konsistent mit der Konsumtheorie ist (Samuelson (1948)) und Varian (2005) betont, dass Samuelsons Theorie eine notwendige und hinreichende Bedingung für beobachtetes Verhalten der Konsumenten zur Verfügung stellt, welches konsistent mit der Nutzenmaximierung ist. Diese Methode ist auch ein wichtiges Werkzeug für empirische, nicht-parametrische Analysen des Konsumentenverhaltens. Die Methode der *revealed preferences* ist eine der einflussreichsten Arbeiten in den Wirtschaftswissenschaften und war der grösste Beitrag zur Konsumtheorie.

Unter Verwendung dieses Konzeptes wurden in den letzten Dekaden verschiedene Verfahren entwickelt, um den Wert eines statistischen Lebens zu ermitteln. Eine Liste findet sich in Blaeij et al. (2003). Die wichtigsten dieser Methoden werden im Folgenden vorgestellt.

#### **Arbeitsmarktansatz**

Eine Methode der *revealed preferences* ist die kompensatorische Lohndifferenzierung, die auch als hedonische (d.h. qualitätsangepasste) Lohnregression bekannt ist. Dieser Ansatz ist auch unter dem Namen Arbeitsmarktansatz bekannt. Die Theorie geht auf Adam Smith zurück. In seinem Buch (Smith (1776)) beschreibt er die Beobachtung, dass häufig gefährliche oder unangenehme Arbeiten mit höheren Löhnen kompensiert werden. Die theoretischen Hintergründe sind in (Viscusi (1993)) beschrieben.

Eine Erhöhung der Sicherheit ist nur durch risikoreduzierende Massnahmen zu erzielen. Um den Gewinn eines Unternehmens konstant zu halten, können diese Massnahmen nur durchgeführt werden, wenn die Lohnkosten gesenkt werden. In Abbildung 40 illustriert die Kurve C1 eine Isoquante des Gewinns des Unternehmens C. Für ein anderes Unternehmen D ist die Isoquante des Gewinns als Kurve D2 dargestellt. Ist die Wahrscheinlichkeit für einen Todesfall in einem Unternehmen höher, so werden höhere Löhne gezahlt. Für jede gegebene Todesfallwahrscheinlichkeit wird ein Arbeiter die Kurve mit dem höchsten Lohnniveau wählen.

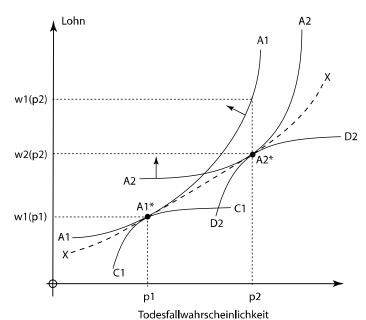


Abbildung 40: Marktprozess zur Bestimmung der kompensatorischen Lohndifferenziale (Viscusi (1993)).

#### 3. Grundlagen

Das Angebot an Arbeitskräften auf dem Markt wird durch die Präferenzen der Arbeitnehmer bestimmt. Unter Verwendung des Erwartungsnutzenmodells von Neumann und Morgenstern (Von Neumann und Morgenstern (1944)) können die Indifferenzkurven des Arbeitnehmers formuliert werden. Sei U(w) der Nutzen bei Gesundheit des Arbeitnehmers und V(w) der Nutzen des Arbeitnehmers im Falle seines Todes. Der monetäre Nutzen im Falle des Todes ist meist abhängig vom Einkommen w des Arbeitnehmers. Es wird angenommen, dass der Arbeitnehmer den Zustand Gesundheit gegenüber dem Zustand des Todes präferiert [U(w) > V(w)] und dass der marginale Nutzen aus dem Einkommen positiv ist [U'(w), V'(w) > 0]. Die Arbeiter werden nun die maximal mögliche Einkommens-Sterbewahrscheinlichkeit wählen. Die Indifferenzkurve des ersten Arbeiters ist mit der Kurve A1 in Abbildung 40 dargestellt. Die Steigung der Nutzenfunktion des Arbeiters ist in der Abbildung mit einem Pfeil dargestellt. Die Indifferenzkurven der Arbeiter können mit der Gleichung (3.117) modelliert werden:

$$Z = (1 - p) \cdot U(w) + p \cdot V(w) \tag{3.117}$$

Eine inkrementelle Zunahme der Todesfallwahrscheinlichkeit führt zu einer inkrementellen Zunahme des Einkommens. Der Austausch zwischen Einkommen und Sterbewahrscheinlichkeit entlang dieser Kurve kann über Gleichung (3.118) bestimmt werden (vgl. Viscusi (1993)):

$$\frac{dw}{dp} = -\frac{Z_p}{Z_w} = \frac{U(w) - V(w)}{(1 - p) \cdot U'(w) + p \cdot V'(w)} > 0 \tag{3.118}$$

In Abbildung 40 würde der erste Arbeiter den Punkt (wl, pl) präferieren. Er entspricht dem maximal erreichbaren Nutzen bei gegebenem Arbeitsangebot und ist gleich dem Erwartungswert des Nutzens des ersten Arbeiters. Für den zweiten Arbeiter ist dieser Punkt analog bei (w2, p2) lokalisiert.

Den Arbeitsmarktstatistiken können sowohl die Unfallwahrscheinlichkeiten (und Todesfallwahrscheinlichkeiten) als auch die Löhne der Berufsgruppen entnommen werden. Diese können gegeneinander aufgetragen werden und entsprechen genau den optimalen  $(w_i, p_i)$  Kombinationen. Es können also nur die Punkte beobachtet werden, die sich durch die Berührungspunkte der beiden Kurven (z.B. A1\* und A2\* in Abbildung 40) ergeben. Sie repräsentieren sowohl das Angebot als auch die Nachfrage und stellen das Marktgleichgewicht für eine Berufsgruppe dar. Im Arbeitsmarktansatz wird nun eine Kurve durch alle beobachteten Punkte gelegt. Diese Kurve ist in Abbildung 40 mit X bezeichnet.

Für jeden Arbeitnehmer entspricht die Steigung der Kurve X ( $\partial w/\partial p$ ) seiner marginalen Zahlungsbereitschaft, um die Todesfallwahrscheinlichkeit zu reduzieren. Da gleiches für die Unternehmen gilt, gibt die Kurve die marginale Zahlungsbereitschaft der Angebots- und der Nachfrageseite für die Veränderung der Sterbewahrscheinlichkeit wieder. Wird die Kurve X durch eine lineare Funktion abgebildet, so entspricht dies einer konstanten Zahlungsbereitschaft auf jedem Niveau der Unfallwahrscheinlichkeit.

Dieses Konzept unterliegt der Annahme von heterogenen Gesellschaften, in denen sowohl die Arbeitsverteilung als auch die Unternehmen heterogen sind. Sind die Arbeiten in der betrachteten Gesellschaft nicht heterogen, so würde die Kurve X der Indifferenzkurve der Arbeiter entsprechen. In diesem Fall würde der Arbeitsmarktansatz zu einer Fehleinschätzung führen. Die Präfe-

renz des ersten Arbeitnehmers liegt bei einer Änderung der Wahrscheinlichkeit von p1 auf p2 nicht beim Einkommen w2(p2), sondern bei w1(p2). Dies zeigt auch, dass mit dieser Methode nur marginale Änderungen der Todesfallwahrscheinlichkeiten berücksichtigt werden können. Dies ist jedoch in der Regel der Fall.

Die Zahlungsbereitschaft der Gesellschaft zur Reduktion der Unfallwahrscheinlichkeit um  $\Delta p$  kann mit diesem Ansatz unter der Annahme eines linearen Verlaufs der Kurve X dann berechnet werden zu:

$$WTP = \Delta p \cdot \frac{dX}{dp} \cdot G \tag{3.119}$$

Mit Gist die Anzahl an Personen in der Gesellschaft bezeichnet. Das Einkommen ist jedoch noch von anderen Faktoren als der Todesfallwahrscheinlichkeit abhängig. Ein Problem dieses Ansatzes ist die klare Differenzierung der Anteile des Lohnes, die für die Gefährdung gezahlt werden. Die ermittelten Werte streuen daher sehr.

Eine Zusammenfassung verschiedener Werte, die mit dieser Methode ermittelt worden sind, findet sich z.B. in Spengler (2004a). Die Basisschätzung in der Schweiz für die Arbeitskräfteerhebung liegt unter Verwendung dieser Methode bei 6.08 Mio. \$ (zu Preisen von 1999) (Baranzini und Luzzi (2001)).

Kritikpunkte dieser Methode beziehen sich insbesondere darauf, dass die Präferenzen gegenüber Gefahren in Berufen von den Arbeitnehmern nicht richtig eingeschätzt werden. Dies ist insbesondere auf fehlende Informationen und Aufklärung zurückzuführen (Harsanyi (1997)).

Weitere Kritikpunkte ergeben sich durch den Umgang mit den empirischen Daten. Diese kommen aus unterschiedlichen Quellen mit unterschiedlichen Erfassungsgrundlagen. Eine detaillierte Diskussion zu diesem Gesichtspunkt findet sich in (Spengler (2004b)).

Ein weiterer genereller Kritikpunkt ist die hohe Variabilität in den Resultaten. In (Viscusi und Aldy (2003)) sind 60 Schätzungen zum VOSL nach der Methode der kompensatorischen Lohn-differenzierung zusammengestellt. Die dort analysierten Studien weisen eine Spannweite von unter 1 Millionen bis auf über 74 Mio. US\$ (zu Preisen von 2000) auf. Trotz der Tatsache, dass die zehn Länder, aus denen die Studien stammen, in ihrer wirtschaftlichen Situation sehr unterschiedlich sind, sind diese Differenzen zu gross. Die Metaanalyse dieser Daten von Viscusi und Aldy (Viscusi und Aldy (2003)) ermittelt für die USA einen Median von 7 Mio. US\$ ( zu Preisen von 2000).

Die Stärken dieser Methode liegen vor allem darin, dass die Präferenzen der Gesellschaft tatsächlich beobachtet werden können.

#### **Immobilienmarktansatz**

Dieser Ansatz entspricht konzeptionell dem Arbeitsmarktansatz und soll hier nur kurz Erwähnung finden. Er wurde von Thaler (1978) entwickelt und geht von der Annahme aus, dass die

Preise auf dem Immobilienmarkt nicht nur aus der Grösse, der Architektur, der Ausstattung und der geographischen Lage des Objekts, sondern auch vom sozialen Umfeld und der sich daraus ergebenden Gefährdung ergibt. Die Immobilienpreise sinken bei steigender Kriminalität, ceteris paribus. Diese höhere Kriminalität kann durch geringere Immobilienpreise kompensiert werden. Empirisch kann die Ermittlung eines statistischen Lebens mit dem gleichen Ansatz wie schon bei der kompensatorischen Lohndifferenzierung erfolgen. Anstelle des Lohnes werden die Differenzen der Immobilienpreise verwendet. Dieser Ansatz ist sehr speziell und kann bei Kriminalitätsdelikten zu Inkonsistenzen führen. Zum einen sind Tötungsdelikte sehr selten, und in Gebieten mit erhöhter Kriminalität dominieren Einbruchsdelikte, die einen vergleichsweise geringen Schaden verursachen (vgl. auch Spengler (2004b)).

Mit dem Immobilienansatz sind auch andere Ansätze verfolgt worden. Spengler berichtet von Immobilienmarktansätzen, mit denen die Zahlungsbereitschaft für die Verhinderung von Erkrankungen ermittelt werden kann. So sind Immobilienpreise in der Nähe von gefährlichen Anlagen (z.B. Sondermülldeponien oder Kernkraftwerke) geringer als anderswo. Dieser Ansatz ist jedoch sehr fragwürdig, da der Zusammenhang zwischen solchen Anlagen und Erkrankungen statistisch nicht signifikant nachweisbar ist. Diese Methode ist nicht angemessen, um den VOSL zu ermitteln.

## Konsumgüteransatz

Dieser Ansatz verfolgt das Ziel, aus handelbaren Gütern die Zahlungsbereitschaft abzuleiten. Dabei werden die Investitionen in sicherheitsrelevante Güter betrachtet, und der Preis-Risiko trade off ermittelt.

Die methodischen Verfahren zur Bestimmung des VOSL mit dem Konsumgüteransatz sind vielfältig. Bei einigen Studien wird die hedonische Preisregression verwendet. Bei der hedonischen Preisberechnung wird ein Gut durch verschiedene Qualitätsmerkmale parametrisiert und mittels einer Regressionsanalyse der Einfluss jedes Parameters auf den Preis ermittelt und damit versucht, die Qualität des Produktes zu quantifizieren. Dadurch können Preisänderungen eines Produktes ermittelt werden, wenn nur ein Qualitätsmerkmal verändert wird. Allgemein hat die hedonische Preisregression die Form:

$$V = \alpha + \sum_{i} \beta_{i} \cdot X_{i} + u \tag{3.120}$$

V bezeichnet den Preis für ein Produkt,  $\alpha$  ist eine Konstante, X repräsentiert ein Qualitätsmerkmal und das zugehörige  $\beta$  ist der geschätzte Anteil am Preis dieses Merkmals. u berücksichtigt Fehler. Dieser Ansatz ist in der häufig angewendet für die Lösung ähnlicher Fragestellungen.

Atkinson und Halvorsen (1990) sowie Dreyfus und Viscusi (1995) haben die hedonische Preisregression auf Personenwagen angewendet. Erstere ermitteln die Benutzerkosten als Preis für das Fahrzeug. Der Preis setzt sich somit zusammen aus dem Kaufpreis und den Treibstoffkosten. Die Charakteristiken des Fahrzeuges haben ebenso einen Einfluss auf die Unfallrate wie auch die Charakteristiken des Fahrers. Die zugehörigen Koeffizienten  $\beta$  können dann aus empirischen Daten geschätzt werden.

Andere Verfahren beziehen direkt die privaten oder öffentlichen Investitionen auf die Anzahl von geretteten Leben. Dies entspricht dem Ansatz der Ermittlung der Rettungskosten (vgl. auch Stiefel und Schneider (1985)). Dieser direkte Ansatz wird auch auf die Berechnung der Rettungskosten (engl.: *life saving costs*, *LSC*) durch Airbags, Feuermeldern oder Fahrradsturzhelmen angewendet. Der Rettungskostenansatz hat die Form

$$LSC = \frac{C \cdot \alpha}{\Delta R} \tag{3.121}$$

Hierin sind  $C \cdot \alpha$  die Kosten für eine Massnahme zur Reduktion des Todesfallrisikos  $\Delta R$ . Der Faktor  $\alpha$  berücksichtigt, dass nicht die gesamten Kosten der Sicherheit dienen. Ein Teil der Kosten kann z.B. dem Komfort zugerechnet werden. Eine Zusammenstellung von Studien, die den Konsumgüteransatz verwenden, findet sich auch in Miller (1990) und in Viscusi und Aldy (2003).

Befürworter dieser Methode argumentieren, dass die Entscheidung des Einzelnen auf einer aggregierten Ebene zu sehen ist. Bei Rauchmeldern ist z.B. die Anzahl gekaufter Rauchmelder in einer Gesellschaft für alle bestehenden Gebäude somit gleich der Investition, die ein Entscheidungsträger, der für die Gesellschaft agiert, treffen sollte.

Viscusi und Aldy (2003) stellen jedoch heraus, dass unter Verwendung des Konsumgüteransatzes im Allgemeinen geringere Werte ermittelt werden als der Verwendung des Arbeitsmarktansatzes. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Preisspanne der Güter zu gering ist, um daraus die Zahlungsbereitschaft für Sicherheit abzuleiten. Der Konsument kann nicht entscheiden, wie viel er investieren möchte. Er entscheidet vielmehr, ob er investiert oder nicht. Diese diskrete Wahl von Gütern, die die Sicherheit des Einzelnen betreffen, kann bestenfalls eine untere Grenze des VOSL darstellen.

## **Life Quality Index**

Der Life Quality Index kann auch zu den revealed preference methods gezählt werden. Im LQI sind beobachtbare wirtschaftliche und soziale Aspekte der Gesellschaft enthalten. Die Präferenzen der Gesellschaft spiegeln sich in den Investitionen wieder. Vom LQI lassen sich Akzeptanzkriterien und die Zahlungsbereitschaft der Gesellschaft in Sicherheitsmassnahmen ableiten.

In seiner ursprünglichen Formulierung (Nathwani et al. (1997)) wurde der *LQI* als ein sozialer Indikator für die folgenden zwei Aspekte entwickelt. Ermittlung der Rationalität und Effizienz der gesellschaftlichen Entscheidungsfindung im Hinblick auf Risiken für das Leben, Gesundheit und Sicherheit. Der Index soll den Umgang mit Risiken der Gesellschaft widerspiegeln und zeigen, ob gesellschaftliche Anforderungen erreicht werden.

Der *LQI* stellt eine konsistente Methode zur Ermittlung des Wertes eines statistischen Lebens dar. Der *LQI* ist konsistent zur Konsumtheorie und seine Anwendung wird daher empfohlen.

Der *LQI* ist empirisch belegt und wurde in verschiedenen Studien in der Praxis angewendet (Nathwani et al. (1997)). Der *LQI* wird im Kapitel 3.8 detailliert beschrieben.

## 3.7.3. Informed Preference Method

Die Nutzenfunktion kann als eine mathematische Repräsentation der Präferenzen von Individuen gesehen werden. Rationales Verhalten beinhaltet die Maximierung der Nutzenfunktion. Harsanyi stellt heraus, dass nicht die Nutzenfunktion das Verhalten der Konsumenten beeinflusst, sondern ihre Präferenzen (Harsanyi (1997)).

Die Theorie der Präferenzen hat zwei wesentliche Vorteile. Zum einen liegt dieser Theorie kein hedonistisches Konzept zu Grunde. Denn Glück und Lust beziehen sich sehr stark auf die einzelne Person und weniger auf die Gesellschaft. Zum anderen können die gesellschaftlichen Präferenzen anhand des (Konsum-)Verhaltens direkt ermittelt werden.

Problematisch ist jedoch, dass Personen nicht immer nach ihren Präferenzen handeln. In den meisten Fällen gibt die persönliche Nutzenfunktion die aktuellen Präferenzen von Personen wieder. Diese aktuellen Präferenzen können sich von den realen Präferenzen unterscheiden. Die realen Präferenzen spiegeln immer die optimale Entscheidung des Konsumenten wieder und können nach Harsanyi auch als informierte Präferenzen (engl.: *informed preferences*) bezeichnet werden (Harsanyi (1997)). Der Unterschied zwischen den aktuellen und informierten Präferenzen begründet sich auf fehlendem Wissen, falschen Informationen und dem Vernachlässigen oder Ignorieren von Informationen oder auf zu geringer Willenskraft.

Allgemein lassen sich Präferenzen in drei verschiedene Typen unterteilen:

- die geäusserten Präferenzen
- die beobachtbaren Präferenzen
- die informierten Präferenzen

Dabei sind die informierten Präferenzen eher hypothetischer Natur. Sie sind definiert als Präferenzen, die Personen hätten, die über alle relevanten Informationen zur Entscheidungsfindung verfügen würden. Sie sind daher eher ein mathematisches Konstrukt als eine beobachtbare Präferenz in der Gesellschaft. Ziel sollte es daher sein, aus den informierten Präferenzen die Nutzenfunktion zu entwickeln, da die Aktuellen auch falsche Präferenzen enthalten können, die im Gegensatz zu den Realen stehen.

Das Handeln von Menschen ist nicht nur durch ihre Präferenzen bestimmt, sondern auch durch ihre Wünsche. Wünsche sind in ihrer Formulierung etwas einfacher, da sie sich nur auf ein Gut beziehen und nicht auf eine Priorisierung zwischen mehreren Gütern. Die Nutzenfunktion kann jedoch nur Präferenzen abbilden. Daher können auch Situationen beobachtet werden, in denen trotz informierter Präferenzen anders gehandelt wird. So handeln Menschen aufgrund von Wünschen oft entgegen ihrem eigenen Interesse.

Da die informativen Präferenzen hypothetischer Natur sind, können sie nie vollständig erreicht werden und es kann nicht danach gehandelt werden. Es muss jedoch versucht werden, alle Entscheidungsgrundlagen zu kommunizieren, so dass nicht nur informierte Entscheidungsträger informiert handeln können. Dieser Prozess kann in einer Gesellschaft nur dynamisch erfolgen und stellt einen iterativen Prozess dar. Prinzipiell kann jedoch die persönliche Verzerrung in den Präferenzen nicht vollständig eliminiert werden. Es kann jedoch angenommen werden, dass die Beobachtung des Verhaltens der Gesellschaft als ausreichende Approximation an die informierten Präferenzen gesehen werden kann.

Zurzeit kann in unserer Gesellschaft auch ein Effekt der Desinformation beobachtet werden. Diese Desinformation wird unbewusst betrieben. So wird von Medien über Einzelereignissen, die als spektakulär und folgenreich gelten, besonders berichtet. Es ist zu beobachten, dass solche Ereignisse und die Berichtserstattung darüber zu Entscheidungen führen, die nicht den Präferenzen der Gesellschaft entsprechen (vgl. auch Pratt und Zeckhauser (1996)). Der wirtschaftliche Erfolg der Medien hängt auch von dieser Art der Berichterstattung ab und kann nur durch Risikokommunikation verhindert werden.

#### 3.7.4. Verlustansätze

Die Verlustansätze sind nicht direkt einer der beiden anderen methodischen Konzepte zuzuordnen. Daher werden sie hier separat aufgeführt.

## Humankapitalansatz

Der Humankapitalansatz schätzt den Wert des Lebens durch den Verlust an Einkommen durch den Tod. Dieser Ansatz vernachlässigt nicht nur alle Konsequenzen, die durch nicht handelbare immaterielle Güter, z.B. Schmerzensgeld, sondern auch materielle Schäden. Diese materiellen Schäden sind Kosten, die entstehen, um den ursprünglichen Zustand vor einem Ereignis wiederherzustellen.

Dieser ist einer der wenigen direkten Ansätze, die sich jedoch ausschliesslich auf den Ausfall der Wertschöpfung der Person beziehen. Der ermittelte Wert stellt ein einfaches, nur auf die Volkswirtschaft bezogenes Mass dar.

## Kompensationsansatz

Der Kompensationsansatz verwendet die von Gerichten zugesprochenen Kompensationszahlungen als ein Mass für den Wert des statistischen Lebens (vgl. Miller (1990)). Dabei wird angenommen, dass sich die zugesprochenen Kompensationszahlungen am VOSL orientieren und diese mit einer zeitlichen Nutzeneinbusse gewichten. Diese Nutzeneinbusse berücksichtigt, dass psychische oder physische Beeinträchtigungen im Leben mit einem Qualitätsverlust im Leben und somit mit einer Nutzeneinbusse verbunden sind (Cohen und Miller (2003)).

Diese Nutzeneinbusse wird dann über die gesundheitsangepassten Lebensjahre (quality adjusted life year scale) abgeschätzt (Hofstetter und Hammitt (2002)). Mit diesem Ansatz können implizierte Werte für das VOSL ermittelt werden. Dieser Ansatz wird hauptsächlich in den USA verwendet. Das Rechtssystem, in dem Geschworene die Höhe der Schadensersatzzahlungen mitbestimmen, differiert zu unserem Rechtssystem stark. So sieht z.B. in Deutschland die Rechtssprechung andere finanzielle Ansätze für Schadensersatzzahlungen und Schmerzensgeld vor, da die immateriellen Schäden von den Sozialversicherungen übernommen werden (Faber et al. (2004)).

## 3.8. Der Life Quality Index

In seiner ursprünglichen Formulierung (Nathwani et al. (1997)) wurde der Life Quality Index als ein sozialer Indikator für die folgenden zwei Aspekte entwickelt:

- Ermittlung der Rationalität und Effizienz der gesellschaftlichen Entscheidungsfindung im Hinblick auf Risiken für das Leben, Gesundheit und Sicherheit.
- Der Umgang mit Risiken der Gesellschaft sollte widergespiegelt werden und zeigen, ob gesellschaftliche Anforderungen erreicht werden.

Der *LQI* sowie auch der *HDI* ermöglichen es, den direkten Nutzen von industriellem Fortschritt und der Reduktion von Gefahren für die Gesellschaft zu ermitteln. Im Gegensatz zum *HDI* wurde im *LQI* die Alphabetisierungsrate nicht berücksichtigt. Sie ist zum einen schwer messbar, zum anderen ist sie relativ konstant in den entwickelten Ländern. Der Fokus des *LQI* liegt primär auf der Gesundheits- und Sicherheitspolitik.

Der Ansatz des *LQI* basiert auf zwei Indikatoren, die von der *UN* als wesentlich betrachtet worden sind, um die Lebensqualität und den Wohlstand einer Gesellschaft zu beschreiben. Das Bruttoinlandsprodukt ist ein Indikator, der den finanziellen Wohlstand einer Volkswirtschaft widerspiegelt. Die Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Geburt ist ein aggregierter Indikator. Durch ihn werden der Lebensstandard und der Bildungsstand abgebildet, sie spiegelt die Leistungsfähigkeit des Gesundheitssystems wider und ist abhängig von den Investitionen in Sicherheit auf allen Ebenen der Gesellschaft.

Neben diesen beiden Indikatoren enthält der *LQI* zusätzlich den Parameter w. Er ist ein Indikator für den Wert der Reduktion der Sterblichkeit in Hinblick auf wirtschaftliche Investitionen und ein Mass für das Leben in Gesundheit.

Die Sicherheit in der Gesellschaft kann direkt auf die Lebenserwartung bezogen werden. Die Lebenserwartung in einer Gesellschaft hängt insbesondere davon ab, wie mit Risiken umgegangen wird. Eine Reduktion der Wahrscheinlichkeit der Sterblichkeit führt direkt zu einer Verlängerung der Lebenserwartung. Der Erwartungswert der Lebenszeit wird demnach von den Lebensbedingungen in der Gesellschaft bedingt.

Das durchschnittliche Todesfallrisiko in einem Zeitraum für eine Gruppe aus der Gesellschaft ist die Sterblichkeitsrate. Es gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass eine Person in dieser Gruppe im gegeben Zeitraum stirbt. Die Sterblichkeit ist ein beobachtbares Mass innerhalb einer Gesellschaft. Massnahmen, die die Sterblichkeit einer Gruppe reduzieren, erhöhen auch die Lebenserwartung in dieser Gruppe. Die Sicherheit kann auch definiert werden als die inverse Zeitrate der Todeswahrscheinlichkeit mit der Einheit Zeit (Nathwani et al. (1997)). Die Lebenserwartung kann somit auch als Ersatzmass für die Sicherheit gesehen werden. Ermittelt wird die Lebenserwartung auf der Basis von beobachtbaren altersspezifischen Sterblichkeitsraten. Eine der grundlegenden Annahmen im LQI ist, dass Menschen im Allgemeinen die Präferenz bekunden, möglichst lang in guter Gesundheit zu leben.

## 3.8.1. Herleitung des gesellschaftlichen Indikators LQ/

Es wird angenommen, dass der LQI eine Nutzenfunktion ist, die verschiedene soziale Indikatoren enthalten kann. Die wichtigsten Faktoren, die die Leistungsfähigkeit und die Lebensqualität einer Gesellschaft beschreiben, sind das Bruttoinlandsprodukt g und die Lebenserwartung  $\ell$  zum Zeitpunkt der Geburt. Ein Faktor, der das Verhältnis von Freizeit zur Arbeitszeit berücksichtigt, wird später eingeführt:

$$L = L(g, \ell) \tag{3.122}$$

Ist L differenzierbar, ergibt sich das totale Differential zu:

$$dL = \frac{\partial L}{\partial g} \cdot dg + \frac{\partial L}{\partial \ell} d\ell \tag{3.123}$$

Ist die Nutzenfunktion konstant, d.h. die Lebensqualität bleibt gleich, so ist die Änderung der Lebensqualität gleich Null. Damit kann Gleichung (3.123) umgeformt werden zu:

$$\frac{d\ell}{dg} = -\frac{\frac{\partial L}{\partial g}}{\frac{\partial L}{\partial \ell}}$$
(3.124)

Gleichung (3.124) spiegelt die wichtigste Idee des LQI wider. Die verfügbare Lebenszeit und der Wohlstand sind austauschbar. Nach Nathwani et al. (1997) kann die Nutzenfunktion als Produkt aus einer Funktion des Einkommens f(g) und einer Funktion der Lebenszeit h(t) beschrieben werden.

$$L = f(g) \cdot h(t) \tag{3.125}$$

Die Funktion des Einkommens beschreibt hierin die Intensität, die Funktion der Lebenszeit beschreibt die Dauer des Lebens. *t* ist der Anteil an Freizeit an der gesamten Lebenszeit und kann angegeben werden zu:

$$t = (1 - w) \cdot \ell \tag{3.126}$$

w ist der Anteil der Lebenszeit, der für bezahlte Arbeit aufgebracht wird. Das Differential kann wie folgt angegeben werden:

$$\frac{dL}{L} = \left(\frac{g}{f(g)} \cdot \frac{df(g)}{dg}\right) \cdot \frac{dg}{g} + \left(\frac{t}{h(t)} \cdot \frac{dh(t)}{dt}\right) \cdot \frac{dt}{t} \tag{3.127}$$

Mit den Elastizitäten  $k_1$  und  $k_2$  folgt:

$$\frac{dL}{L} = k_1 \cdot \frac{dg}{g} + k_2 \cdot \frac{dt}{t} \tag{3.128}$$

#### 3. Grundlagen

Die Elastizitäten beschreiben welchen Einfluss eine Änderung des BIP oder dem Anteil an Freizeit an der Lebenserwartung auf L hat. Wird nun angenommen, dass das Verhältnis zwischen diesen Elastizitäten konstant ist. Dies bedeutet, dass eine relative Änderung in g proportional zu einer relativen Änderung, unabhängig von den tatsächlichen Werten von g und t. Ist das Verhältnis konstant, so ist müssen auch  $k_1$  und  $k_2$  konstant sein. Es ergeben sich daraus die beiden Differentialgleichungen:

$$\frac{df(g)}{dg} = k_1 \cdot \frac{f(g)}{g} \tag{3.129}$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = k_2 \cdot \frac{h(t)}{t} \tag{3.130}$$

Diese können gelöst werden zu:

$$f(g) = C_1 \cdot g^{k_1} \tag{3.131}$$

$$h(t) = C_2 \cdot t^{k_2} = C_2 \cdot ((1 - w) \cdot \ell)^{k_2} \tag{3.132}$$

Unter Vernachlässigung der Konstanten  $C_1$  und  $C_2$ , die lediglich eine monotone Transformation der Nutzenfunktion darstellen, wird der LQI beschrieben durch:

$$L = g^{k_1} \cdot ((1 - w) \cdot \ell)^{k_2} \tag{3.133}$$

Ein Teil des Lebens wird nun in Arbeit investiert. Dies impliziert, dass das Einkommen g proportional zur Arbeitszeit ist.

$$g \propto w \cdot \ell$$
 (3.134)

Die Substitution von g durch (3.134) ist eine zulässige monotone Transformation der Nutzenfunktion. Der *LQI* kann dementsprechend angegeben werden zu:

$$L = (w \cdot \ell)^{k_1} \cdot ((1 - w) \cdot \ell)^{k_2} \tag{3.135}$$

Es handelt sich beim LQI um eine Nutzenfunktion für normale Güter. Sie hat die Form von Cobb-Douglas-Präferenzen mit den Exponenten  $k_1$  und  $k_2$ . Potenziert man Gleichung (3.135) mit  $1/(k_1+k_2)$  entspricht dies einer monotonen Transformation der Nutzenfunktion. Substituiert man zusätzlich

$$a = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \tag{3.136}$$

so erhält man:

$$L = (w \cdot \ell)^a \cdot ((1 - w) \cdot \ell)^{1 - a} \tag{3.137}$$

Eine Person kann seine Freizeit steigern, indem sie durch Risikoreduktion die Lebenszeit erhöht oder den Anteil Arbeit verringert. Geht man davon aus, dass eine Person den Anteil der Arbeitszeit an der Lebenszeit so wählt, dass er seine Lebensqualität maximiert, so gilt:

$$\frac{dL}{dw} = 0 \tag{3.138}$$

Mit dieser Bedingung kann die Konstante a bestimmt werden:

$$a = w \tag{3.139}$$

Durch Substitution kann der Life-Quality-Index angegeben werden zu:

$$L = g^{w} \cdot \left( (1 - w) \cdot \ell \right)^{1 - w} \tag{3.140}$$

Da der Term  $(1-w)^{1-w}$  in entwickelten Staaten nahezu konstant ist, kann dieser vernachlässigt werden, und der LQI kann in seiner einfachsten Form angegeben werden zu:

$$L = g^w \cdot \ell^{(1-w)} \tag{3.141}$$

Die Indifferenzkurven für einen Wert von w = 0.12 sind in Abbildung 41 dargestellt.

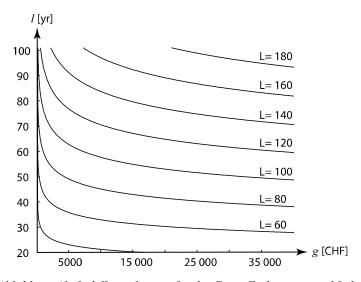


Abbildung 41: Indifferenzkurven für die Güter Einkommen und Lebenszeit, ermittelt mit dem LQI für w=0.12.

In dieser Form kann beim *LQI* eine Inkonsistenz beobachtet werden. Gesellschaften mit einem höheren Einkommen und einer höheren Lebenserwartung und einem höheren Anteil an Arbeitszeit an der Lebenszeit haben einen höheren *LQI*. Diese Inkonsistenz konnte durch Weiterentwicklungen der ursprünglichen Form vermieden werden (vgl. Rackwitz (2006) und Pandey und Nathwani (2003)). Sie ist in Gleichung (3.142) gegeben und im Folgenden verwendet.

## 3.8.2. Anwendung auf die Schweiz

Basierend auf der sozioökonomischen Theorie und empirisch durch viele statistische Studien unterstützt, kann der *LQI* wie folgt formuliert werden (Rackwitz (2005)):

$$L(g,\ell) = \frac{g^q}{q} \ell (1 - w) \tag{3.142}$$

Hierin bezeichnet g den Anteil des Einkommens, der für den Konsum zur Verfügung steht, die Lebenserwartung  $\ell$  zum Zeitpunkt der Geburt und w den Anteil der Lebenszeit, der für produktive Arbeit verwendet wird. Der Parameter q ist ein Mass für den Austausch zwischen dem für den Konsum zur Verfügung stehenden Einkommen und dem Wert, der der Länge des Lebens zugemessen wird. Er hängt von dem Anteil an Lebenszeit ab, der der ökonomischen Produktion gewidmet werden muss und berücksichtigt darüber hinaus, dass nur ein Teil des BIP aus Arbeit, der andere Teil aus Kapitaleinsatz herrührt. Er hat den Wert

$$q = \frac{1}{\beta} \frac{w}{1 - w} \tag{3.143}$$

Der Faktor  $\beta$  resultiert aus der Beschreibung des Pro-Kopf-Einkommens mit der Cobb- Douglas-Produktionsfunktion. Er beschreibt den Anteil des Einkommens, der durch Arbeit erwirtschaftet wird. Der andere Teil des Einkommens, der durch Kapital erwirtschaftet wird, beträgt  $(1-\beta) \cdot BIP$ .

Tabelle 5: Sozialindikatoren der Schweiz (Quelle BFS).

	1980	1990	2004
BIP [CHF]	28899	48523	59451
g[CHF]	17864	27668	35931
$\ell$	74.9	77.3	80.4
w	0.136	0.127	0.112
$oldsymbol{eta}$	~0.7	~0.7	0.722

Für risikoreduzierende Massnahmen steht nicht das gesamte Volkseinkommen zur Verfügung. Es kann nur der Anteil ausgegeben werden, der den privaten Haushalten zum Konsum zur Verfügung steht. In der Schweiz betragen diese Konsumausgaben ca. 60% des *BIP* und sind in den letzten 20 Jahren nahezu konstant (vgl. Tabelle 6). Der Faktor g beträgt demnach ca. 60% des Bruttoinlandsproduktes.

Tabelle 6: Anteil der Konsumausgaben am BIP (Quelle BFS).

	1980	1985	2000	2004
Anteil Konsumausgaben der priva- ten Haushalte am BIP	61,8 %	60,8 %	60.0 %	60.4 %

Wird der *LQI* als Nutzenfunktion der Gesellschaft interpretiert, so führt diese Bedingung direkt zu einer gesellschaftlichen Indifferenzkurve. Entlang der Indifferenzkurve hat der Konsument keine Präferenz gegenüber dem Teil des Einkommens, der für den Konsum zur Verfügung steht und der Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Geburt. Der Nutzen ist auf diesen Kurven konstant. Indifferenzkurven des *LQI* für Werte aus der Schweiz sind in Abbildung 42 dargestellt.

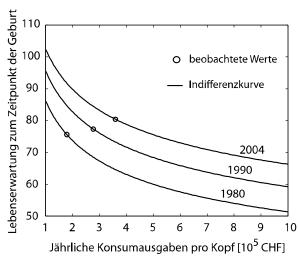


Abbildung 42: Indifferenzkurven des LQI für die Jahre 1980, 1990 und 2004.

Die Steigung der Kurve gibt Auskunft über das Tauschverhältnis zwischen den beiden Gütern Lebenszeit und Konsumausgaben, aus dem der gleiche Nutzen für den Konsument resultiert. Diese Grenzrate der Substitution ergibt sich zu:

$$\frac{d\ell}{dg} = -\frac{q\ell}{g} \tag{3.144}$$

Das führt auf ein Risikoakzeptanzkriterium der Form:

$$\frac{dg}{g} + \frac{1}{q} \frac{d\ell}{\ell} \ge 0 \tag{3.145}$$

woraus durch Umformung die (gesellschaftliche) Bereitschaft, für Risikoreduktion zu bezahlen, folgt (societal willingness to pay):

$$SWTP = dg = -\frac{g}{q} \frac{d\ell}{\ell}$$
 (3.146)

Eine betrachtete Aktivität, die das Ziel hat, Leben zu retten, führt zu einer Ausgabe von Ressourcen dg und zu einer Änderung der durchschnittlichen Lebenserwartung in der Gesellschaft  $d\ell$ . Das durch die Formel (3.145) definierte Kriterium kann in der Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen eingesetzt werden, um die Änderung der Versagenswahrscheinlichkeit von Tragwerken mit einer Änderung der Lebenserwartung in der Gesellschaft  $d\ell$  in Bezug zu setzen. In derselben Art und Weise werden die Kosten dg den Kosten für lebensrettende Massnahmen gleichgesetzt. Durch die Charakteristik des LQI ist nachvollziehbar, dass ein Machbarkeitskriterium zu verschiedenen, optimalen Investitionen in lebensrettende Massnahmen führt, je nachdem welche

#### 3. Grundlagen

Präferenzen die betrachtete Gesellschaft hat. So sind die Ressourcen, die in der Schweiz für lebensrettende Massnahmen eingesetzt werden sollten, unterschiedlich zu denen in Entwicklungsländern eingesetzte Ressourcen.

## Anwendung des LQI Kriteriums in der Entscheidungsfindung

Für eine Anwendung im gesellschaftlichen Kontext ist nützlich, die relative Änderung der Lebenserwartung  $d\ell/\ell$  durch eine Änderung der Mortalität  $d\mu$  wie folgt zu ersetzen:

$$\frac{d\ell}{\ell} \approx C_x d\mu \tag{3.147}$$

und diese mittels

$$d\mu = kdm \tag{3.148}$$

mit der Änderung in der Versagensrate dm zu verknüpfen. Hierbei ist  $C_x$  eine demographische und ökonomische Parameter enthaltende Konstante für das Mortalitätsreduktionsschema x, und k die Wahrscheinlichkeit, bei einem Versagen umzukommen.

Um die demographische Konstante zu berechnen, sind einige demographische Grundlagen notwendig. Wird der Todeszeitpunkt einer Person als *first passage* Problem betrachtet, so kann die Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Geburt als Integral über die Überlebensfunktion R(a) gesehen werden (Kübler (2006)):

$$\ell = \int_{0}^{\infty} R(a) da = e^{-\int_{0}^{a_{\mu}} \mu(\tau) d\tau}$$
(3.149)

 $\mu(\tau)$  ist die altersabhängige Sterblichkeit. Die Überlebensfunktion R(a) kann direkt aus den von den Statistischen Bundesämtern geführten Sterbetafeln ermittelt werden.

Die altersabhängige Sterblichkeit  $\mu(\tau)$  berechnet sich zu (Keyfitz und Caswell (2005)):

$$\mu(\tau) = \frac{-1}{R(a)} \cdot \frac{dR(a)}{da} \tag{3.150}$$

Die Überlebensfunktion R(a) berechnet sich über die Verteilungsfunktion F(a) der Lebenszeit:

$$R(a) = 1 - F(a) \tag{3.151}$$

Die Verteilungsfunktion der Lebenszeit F(a) kann direkt aus Sterbetafeln der statistischen Bundesämter ermittelt werden. Für die Schweiz ist die Verteilungsfunktion der Lebenszeit und die Überlebensverteilung in Abbildung 43 gegeben.

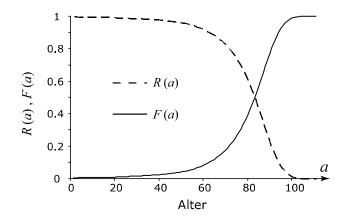


Abbildung 43: Überlebensfunktion und Verteilungsfunktion der Lebenszeit für die Schweiz<sup>2</sup>.

Die Dichte der Altersverteilung einer Population kann auch aus den Sterbetafeln der Bundesämter ermittelt werden. Mit der Bevölkerungswachstumsrate n kann diese zu:

$$h(a,n) = \frac{e^{(-n\cdot a)}R(a)}{\int\limits_{0}^{a} e^{(-n\cdot a)} \cdot R(a) \cdot da}$$

ermittelt werden (Rackwitz (2006)). Für aktuelle Daten der Schweiz ist die Dichte der Altersverteilung in Abbildung 44 gegeben. Die Bevölkerungswachstumsrate beträgt zurzeit n = 0.34%.

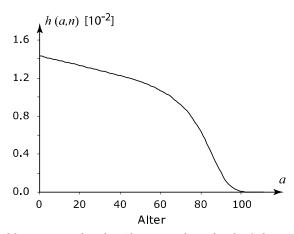


Abbildung 44: Dichte der Altersverteilung für die Schweiz mit n=0.34%.

Eine Veränderung der Lebenserwartung resultiert aus der Veränderung der Mortalitätsrate m. Diese Änderung soll mit  $\pi$  bezeichnet werden.

$$\frac{dm}{m} = \pi \tag{3.152}$$

Ein mögliches Mortalitätsregime ist die proportionale Änderung der altersabhängigen Sterblichkeit.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Quelle der Daten: BEVNAT, ESPOP. Online unter http://www.bfs.admin.ch

$$\mu_{\pi}(\tau) = \mu(\tau) \cdot (1+\pi) \tag{3.153}$$

Die Änderung der Lebenserwartung kann mit Hilfe einer Taylorapproximation unter Berücksichtigung der linearen Terme berechnet werden zu:

$$\frac{dl}{l} = \frac{\int\limits_{0}^{\infty} \ln\left(R(a)\right) \cdot R(a)^{(1+\pi)} da}{\int\limits_{0}^{\infty} R(a) da} \cdot \pi \tag{3.154}$$

In der Nähe von  $\pi = 0$  erhält man für die Änderung der Lebenserwartung somit (Keyfitz und Caswell (2005)):

$$\frac{dl}{l} = \frac{\int_{0}^{\infty} \ln(R(a)) \cdot R(a) da}{\int_{0}^{\infty} R(a) da} \cdot \pi$$
(3.155)

Durch Auswertung des Integrals erhält man eine Konstante, die mit  $c_{F\pi}$  bezeichnet werden kann. Damit erhält man:

$$\frac{dl}{l} = c_{F\pi} \cdot \pi \tag{3.156}$$

Aus den Sterbetafeln der Schweiz kann der  $c_{F\pi}$  zu 0.128 berechnet werden. Resubstituiert man  $\pi$  und multipliziert  $c_{F\pi}$  mit der rohen Sterbeziffer, erhält man eine Konstante, die mit  $C_{F\pi}$  bezeichnet ist.

$$\frac{dl}{l} = C_{F\pi} \cdot dm \tag{3.157}$$

Die rohe Sterbeziffer für das Jahr 2001 kann für die Schweiz mit  $8.5^{-3}$  angegeben werden<sup>3</sup>.  $C_{F\pi}$  ergibt sich für die Schweiz somit zu 15.1.

Alternativ kann als Mortalitätsregime eine gleichmässige Änderung  $\Delta = dm$  der altersabhängigen Sterblichkeit in allen Altersstufen angenommen werden.

$$\mu_{\Delta}(\tau) = \mu(\tau) + \Delta \tag{3.158}$$

Die Änderung der Lebenserwartung ergibt sich zu:

$$\frac{dl}{l} = -\frac{\int_{0}^{\infty} a \cdot e^{-\Delta \cdot a} \cdot R(a) \cdot da}{\int_{0}^{\infty} R(a) da} \cdot \Delta = -C_{\Delta} \cdot dm$$
(3.159)

\_

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Quelle: Bundesamt für Statistik, online: http://www.bfs.admin.ch

Für die Schweiz kann ein Wert für  $C_{\Delta}$  von 40 angegeben werden. Bei dem Vergleich der Mortalitätsregime ergeben sich grosse Unterschiede. Bei letzterem (Gleichung (3.159)) entspricht die Änderung der Lebenserwartung mehr als doppelt soviel als nach Gleichung (3.155) (Rackwitz (2006)). Dies ist auch zu erwarten, da eine konstante Änderung der Sterblichkeit in jungen Jahren einen grösseren Einfluss auf die Lebenserwartung hat als eine Änderung im höheren Alter.

Die demographischen Konstanten können auch unter Berücksichtigung von Aspekten der Verzinsung und der Altersmittelung ermittelt werden.

Für das Mortalitätsregime  $\pi$  kann die Konstante  $C_{\pi,d,a}$  nach Gleichung (3.160) ermittelt werden.

$$C_{\pi,d,a} = \int_{0}^{a_{u}} \int_{a}^{a_{u}} \frac{\int_{a}^{t} -\mu(\tau) d\tau \cdot e^{-\int_{a}^{a_{u}} \mu(\tau) \cdot (1+\pi) + (\delta+\rho) d\tau}}{\int_{a}^{a_{u}} e^{-\int_{a}^{u} \mu(\tau) \cdot (1+\pi) + (\delta+\rho) d\tau}} h(a,n) da$$

$$\int_{a}^{a_{u}} e^{-\int_{a}^{a_{u}} \mu(\tau) \cdot (1+\pi) + (\delta+\rho) d\tau} dt$$
(3.160)

Hierin bezeichnet  $(\delta + \rho)$  die Verzinsung in Bezug auf die verfügbare Lebenszeit. Für das Mortalitätsregime  $\Delta$  kann die Konstante  $C_{\Delta,d,a}$  nach Gleichung (3.160) ermittelt werden.

$$C_{\Delta,d,a} = -\int_{0}^{a_{u}} \int_{a}^{a_{u}} \frac{\int_{a}^{a_{u}} (t-a)e^{-\int_{a}^{a_{u}} \mu(\tau)+(\delta+\rho)d\tau} dt}{\int_{a}^{a_{u}} \int_{a}^{-\int_{a}^{a_{u}} \mu(\tau)+(\delta+\rho)d\tau} h(a,n)da}$$
(3.161)

In Abbildung 45 sind verschiedene demographische Konstanten für unterschiedliche Mortalitätsregime in Abhängigkeit des realen Zinssatzes  $\gamma$  dargestellt:

$$\gamma = \rho + \varepsilon \delta \tag{3.162}$$

Der reale Zinssatz kann durch die Rate der Zeitpräferenz  $\rho$  und die Volkswirtschaftliche Wachstumsrate  $\delta$  angegeben werden. Mit  $\varepsilon$  ist die marginale Elastizität des Konsums bezeichnet.

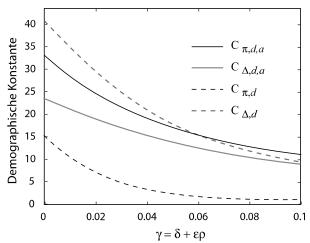


Abbildung 45: Demographische Konstante für unterschiedliche Mortalitätsregime in Abhängigkeit der Verzinsungsrate  $\gamma$  für die Schweiz ( $\varepsilon = 1$ ).

#### 3. Grundlagen

Es ist zu beobachten, dass sowohl die Verzinsung der Lebenszeit als auch die Wahl des Mortalitätsregimes einen entscheidenden Einfluss auf diese Konstanten hat.

Wie in diesem Abschnitt skizziert worden ist, können (basierend auf dem Konzept des *LQI*) die finanziellen Konsequenzen des Verlustes von Menschenleben in einer Gesellschaft direkt in der Entscheidungsfindung im Ingenieurwesen mit einbezogen werden. Ein Beispiel sind die optimalen Lebenszykluskosten bezogen auf die Bemessung und den Unterhalt von Tragwerken. Auch die optimalen Ausgaben für Schutzmassnahmen oder zulässige Kosten, die durch die Reduktion der Geschwindigkeit im Strassenverkehr resultieren, können durch dieses Kriterium abgeschätzt werden. In Kapitel 8.2 wird gezeigt, wie unter Verwendung des *LQI* Akzeptanzkriterien abgeleitet werden können.

# 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

Im Folgenden wird vorgestellt, wie aussergewöhnliche Einwirkungen modelliert werden können, um Zuverlässigkeitsanalysen und Risikobeurteilungen infolge dieser Einwirkungen durchführen zu können. Da das Risiko infolge gewöhnlicher Einwirkungen als akzeptiert eingestuft werden kann und die Modellierung der gewöhnlichen Einwirkungen dem Probabilistic Model Code entnommen werden kann, wird in diesem Kapitel nur auf die Beschreibung der aussergewöhnlichen Einwirkungen fokussiert.

## 4.1. Naturgefahren

Allgemein können Naturgefahren in gravitative und nicht gravitative Naturgefahren unterteilt werden. Zu den gravitativen Naturgefahren gehören Lawinen und Steinschläge. Nicht gravitative Ereignisse sind z.B. Hochwasser und Erdbeben.

Regionen mit hoher Reliefenergie wie der Schweiz, sind nicht nur gravitativen Naturgefahren ausgesetzt. Aufgrund der Anforderungen an effiziente, schnelle Strassennetzwerke lässt es sich häufig nicht vermeiden, auch Regionen zu durchqueren, die Naturgefahren ausgesetzt sind. Dadurch ergeben sich besondere Problemstellungen, wie z.B. die Wahl einer geeigneten Route und die Planung und Durchführung von Schutzmassnahmen. Solche Schutzmassnahmen beinhalten die zeitweise Sperrung von Strassenabschnitten, den Bau von Schutzbauten und die kontrollierte Auslösung von Ereignissen, z.B. durch Sprengungen. All diese Massnahmen verursachen signifikante Kosten und binden gesellschaftliche Ressourcen.

Die meisten Naturgefahren sind sehr orts- und objektspezifisch und Daten über Ereignisse sind meist nicht verfügbar. Die phänomenologische Beschreibung der meisten Naturgefahren ist weit fortgeschritten. Sie sind hilfreich, um die Prozesse zu verstehen, berücksichtigen jedoch meist nicht die stochastischen Charakteristiken der Gefahren. Zudem werden die auslösenden Mechanismen, die meist komplex und schwierig zu modellieren sind, nicht in der Analyse berücksichtigt.

Naturereignisse sind mit grossen aleatorischen und epistemischen Unsicherheiten verbunden. Dem stochastischen Charakter dieser Ereignisse kann nur Rechnung getragen werden, wenn auch das auslösende Ereignis adäquat beschrieben wird.

Bei Naturereignissen kann nicht vorhergesagt werden, wann und wo das nächste Ereignis eintritt. Es ist jedoch möglich, Naturereignisse mit probabilistischen Modellen zu beschreiben und eine Vorhersage über die Häufigkeit in einem Zeitabschnitt zu treffen. In diesen Modellen sollten alle Unsicherheiten berücksichtigt werden.

Phänomenologisch lassen sich gravitative Naturereignisse in zwei Prozesse gliedern: der auslösende Prozess und der dynamische gravitative Prozess. Zunächst wird gezeigt, wie der auslösende

#### 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

Prozess beschrieben werden kann. Die Verknüpfung zwischen der Auftrenshäufigkeit und bestehenden physikalischen Modellen wird in Kapitel 4.1.2 beschrieben. Auf nicht-gravitative Prozesse wird kurz in Kapitel 4.1.3 eingegangen.

#### 4.1.1. Auslösender Prozess

Die stochastische Natur des auslösenden Prozesses wird allgemein durch seine Eintretenshäufigkeit beschrieben. Bestenfalls gibt es Indikatoren, mit denen die Häufigkeit genauer beschrieben werden kann. Für Lawinen können solche Indikatoren die Neuschneemenge sein, beim Steinschlag z.B. Starkregen oder Bewegungen im Fels.

Meist liegen keine Informationen über die Indikatoren vor, und die Häufigkeit muss empirisch beschrieben werden.

Zur Modellierung der Auslösehäufigkeit werden zunächst die relevanten Parameter für die Beschreibung der Gefahr sowie die geographische Lage der Auslösestelle definiert. Für Steinschläge kann der Parameter z.B. das Ablösevolumen oder die Masse eines Steines sein, für Lawinen das Ablösevolumen des Schnees und die Grösse der Ablösefläche (vgl. Straub und Gret-Regamey (2006), Barbolini et al. (2002)).

Diese beschreibende Grösse ist eine Zufallsvariable, die hier allgemein mit X bezeichnet werden soll. Diese Zufallsvariable wird typischerweise durch die ihre jährliche Überschreitungshäufigkeit mit:

$$H_X(x) = E[A^+(x)] \tag{4.1}$$

beschrieben (Straub und Schubert (2007)). Mit  $A^+(x)$  ist die jährliche Anzahl an Ereignissen bezeichnet, die grösser als x sind und mit  $E[\bullet]$  ist der Erwartungswertoperator bezeichnet. Die Formulierung als Überschreitungshäufigkeit ist dort sinnvoll, wo einzelne Ereignisse zu Konsequenzen führen können. Beispiele hierfür sind ungeschützte Teile der Strasse, bei denen einzelne Steinschläge oder Lawinenabgänge zu Todesfällen führen können.

Für die Lastmodellierung hingegen sind Extremereignisse von Interesse. Hier kann die Wahrscheinlichkeit, dass zwei oder mehr Ereignisse in einem Jahr zu Schäden führen, vernachlässigt werden. Für die Beschreibung von Extremereignissen wird die jährliche Überschreitungswahrscheinlichkeit verwendet:

$$F_{X}(x) = P[A^{+}(x) \ge 1]$$
 (4.2)

In Abbildung 46 ist der Unterschied zwischen Überschreitungshäufigkeit und der Überschreitungswahrscheinlichkeit dargestellt.

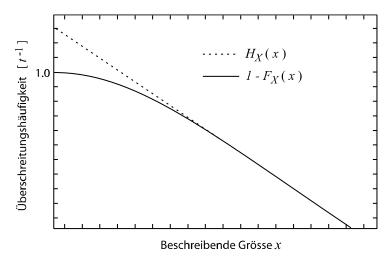


Abbildung 46: Schematische Darstellung der Überschreitungshäufigkeit und der Überschreitungswahrscheinlichkeit.

Unter der Annahme, dass die einzelnen Ereignisse unabhängig voneinander sind, kann der Zusammenhang zwischen Überschreitungshäufigkeit und der Überschreitungswahrscheinlichkeit angegeben werden zu:

$$F_{X}(x) = 1 - e^{-H_{X}(x)}$$
 (4.3)

Um die Risiken zu berechnen, ist es notwendig auch die Dichtefunktionen der jährlichen Wahrscheinlichkeit  $f_X(x)$  und der jährlichen Häufigkeitsdichte  $h_X(x)$  zu kennen. Diese werden definiert durch:

$$h_{X}(x) = -\frac{d}{dx}H_{X}(x) \tag{4.4}$$

$$f_X(x) = -\frac{d}{dx} F_X(x) = h_X(x) e^{-H_X(x)}$$

$$\tag{4.5}$$

In manchen Fällen ist es notwendig, die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis in einer bestimmten Periode zu kennen. Unter der Annahme, dass die Naturereignisse einem stationären Prozess folgen, ist die Häufigkeit proportional zur betrachteten Periode  $\Delta T$ :

$$H_X^{\Delta T}(x) = \left(\frac{\Delta T}{1yr}\right) H_X(x) \tag{4.6}$$

$$h_{X}^{\Delta T}(x) = \left(\frac{\Delta T}{1 y r}\right) h_{X}(x) \tag{4.7}$$

Die Modellierung von Naturgefahren basiert meist auf einer schlechten Datengrundlage und stark vereinfachten Modellen. Daher ist nicht nur die Naturgefahr selbst Unsicherheiten unterworfen, sondern auch die verwendeten Modelle. Dem kann Rechnung getragen werden, indem die Überschreitungshäufigkeit nach Gleichung (4.1) unter Verwendung von unsicheren Parametern  $\theta$  erfolgt.

In Abbildung 47 ist die Überschreitungshäufigkeit und die korrespondierende Verteilung von  $H_X(x)$  infolge der epistemischen Unsicherheiten in den Parametern  $\theta$ .

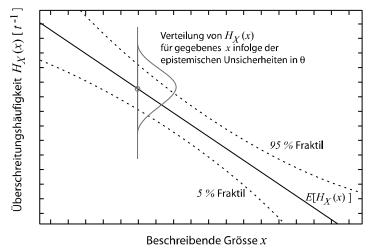


Abbildung 47: Schematische Darstellung der Überschreitungshäufigkeit.

Die epistemischen Unsicherheiten werden in Risikoanalysen meist vernachlässigt. Dies kann zu einer starken Unterschätzung des Risikos führen (vgl. Coles et al. (2003)).

Für die Bestimmung der Überschreitungshäufigkeit stehen verschiedene Methoden zur Verfügung (Straub und Schubert (2007)):

- Analyse historischer Daten (z.B. Hungr et al. (1999), Dussauge-Peisser et al. (2002))
- empirische Modelle, die die Exposition als Funktion verschiedener Indikatoren beschreiben (z.B. Budetta (2004), Baillifard et al. (2003))
- phänomenologische Modelle (z.B. Jimenez-Rodriguez et al. (2006))
- Expertenmeinungen (z.B. Schubert et al. (2005))

Je nach Art der Naturgefahr haben alle diese Ansätze ihre Berechtigung und können eingesetzt werden. Die letzten beiden eignen sich insbesondere für detaillierte ortsspezifische Analysen. Sie können, wenn historische Daten vorliegen, auch aktualisiert werden.

Es ist sinnvoll, die Überschreitungshäufigkeit  $H_X(x)$  durch ein parametrisches Modell zu beschreiben. Häufig beschreibt ein Potenzgesetz die Überschreitungshäufigkeit hinreichend genau und kommt in vielen Anwendungen zum Einsatz z.B. Gutenberg und Richter (1949), Hovius et al. (1997), Malamud und Turcotte (2006) oder Pelletier et al. (1997). Das Potenzgesetz ist eine rein empirische Annahme, die keine physikalische oder mathematische Grundlage hat. Sind bessere Modelle vorhanden, sollten diese in der Risikoanalyse verwendet werden.

Zur Beschreibung der Überschreitungshäufigkeit wird hier jedoch allgemein ein Potenzgesetz der folgenden Form vorgeschlagen:

$$H_X(x|\mathbf{\theta}) = ax^{-b}, \quad \mathbf{\theta}^T = (a,b) \tag{4.8}$$

Die Beschreibung der Überschreitungshäufigkeit mit einem Potenzgesetz hat einige Charakteristiken, denen Rechnung getragen werden sollte. Gleichung (4.8) geht für  $x \to 0$  gegen unendlich. Die Gültigkeit dieses Gesetzes ist daher nach unten beschränkt. Die Definition dieses Bereiches sollte in der Modellierung immer bestimmt und angegeben werden. Des Weiteren besitzt Gleichung (4.8) lediglich zwei Parameter zur Anpassung. Dadurch können kleine Veränderungen der Häufigkeiten in den unteren Gültigkeitsbereichen zu grossen Auswirkungen in der oberen Flanke der Häufigkeit führen. Die Angabe einer unteren Grenze der Gültigkeit des Modells ist daher sinnvoll. Im Falle der beidseitigen Trunkierung der Überschreitungshäufigkeit ergibt sich die Dichteverteilung nach Gleichung (4.5) zu:

$$f_X\left(x\mid\mathbf{\theta}\right) = \frac{a\cdot b\cdot x^{-(b+1)}\cdot e^{-a\cdot x^{-b}}}{e^{-a\cdot x_{\min}^{-b}}} \cdot I_{]x_{\min},x_{\max}]}\left(x\right) \tag{4.9}$$

Die Indikatorfunktion I ist im Definitionsbereich der Häufigkeit gleich Eins. Für alle anderen Werte ist sie gleich Null.

Gleichung (4.8) ist auf die Parameter des Modells  $\theta = [a,b]^T$  bedingt. Die epistemischen Unsicherheiten können berücksichtigt werden, indem  $\theta$  als Zufallsvektor betrachtet wird. Die unbedingte Häufigkeitsverteilung kann dann berechnet werden zu:

$$H_X(x) = \int_{\Theta} H_X(x|\mathbf{\theta}) f_{\Theta}(\mathbf{\theta}) d\mathbf{\theta}$$
 (4.10)

Liegen Daten vor, so können die Parameter und die inhärenten statistischen Unsicherheiten über eine lineare Regression geschätzt werden. Dazu wird das Potenzgesetz zunächst logarithmiert. Für *n* Beobachtungen hat Gleichung (4.8) die Form:

$$\begin{bmatrix} \ln(h_1) \\ \vdots \\ \ln(h_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \ln(x_1) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \ln(x_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln(a) \\ -b \end{bmatrix}$$

$$(4.11)$$

Gleichung (4.11) kann allgemein angegeben werden zu:

$$\mathbf{h} = \mathbf{x} \,\mathbf{0} \tag{4.12}$$

Die Parameter der Verteilung von  $\theta$  können durch eine Normalverteilung beschrieben werden:  $\theta \sim N(\hat{\theta}, V_{\theta} \sigma^2)$ . Unter Verwendung der Notation aus Gleichung (4.12) können die Schätzer der Mittelwerte der Parameter  $\hat{\theta}$  berechnet werden zu (Gelman (2004)):

$$\hat{\mathbf{\theta}} = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{-1} \mathbf{x}^T \mathbf{h} \tag{4.13}$$

Die Varianz der Parameter berechnet sich durch die Multiplikation der Varianz der Daten  $\sigma^2$  mit der Kovarianzmatrix der Parameter  $V_{\theta}$ .  $\sigma^2$  folgt einer inversen  $\chi^2$ -Verteilung und kann in Abhängigkeit des Freiheitsgrades (n-k) und der Stichprobenvarianz  $s^2$  bestimmt werden:

## 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

$$\sigma^{2} \sim Inv \, \chi^{2} \left( n - k, s^{2} \right) = \int_{0}^{n - k} \frac{t^{\frac{s^{2} - 2}{2}} e^{-\frac{t}{2}}}{2^{\frac{s^{2}}{2}} \Gamma\left(\frac{s^{2}}{2}\right)} \, dt \tag{4.14}$$

In Gleichung (4.14) bezeichnet n die Anzahl an Beobachtungen in der Stichprobe und k ist die Anzahl der Parameter. Für das Potenzgesetz ist k=2. Mit  $\Gamma(\bullet)$  ist die Gammaverteilung bezeichnet. Die Stichprobenvarianz  $s^2$ , die zur Berechnung von Gleichung (4.14) benötigt wird, berechnet sich zu:

$$s^{2} = \frac{1}{n-k} (\mathbf{h} - \mathbf{x}\hat{\boldsymbol{\theta}})^{T} (\mathbf{h} - \mathbf{x}\hat{\boldsymbol{\theta}})$$
 (4.15)

Liegen keine Daten vor, gibt es die Möglichkeit, die Situation von einem Experten beurteilen zu lassen (Schubert et al. (2005)) und diese qualitative Einschätzung zu quantifizieren. Nachdem die lokalen Gegebenheiten und die beschreibende Grösse x festgelegt sind, wird in einem ersten Schritt die beschreibende Grösse in Intervalle eingeteilt (siehe Abbildung 48). Die Intervalle sind vom Experten so zu wählen, dass innerhalb der Intervalle sinnvolle Aussagen zur Überschreitungshäufigkeit gemacht werden können. Je detaillierter der Experte die Bereiche der beschreibenden Grösse unterteilt ( $x_{n,\min} - x_{n,\max}$ ), d.h. je mehr Bereiche gewählt werden, desto besser kann eine Anpassung an eine Verteilungsfunktion erfolgen.

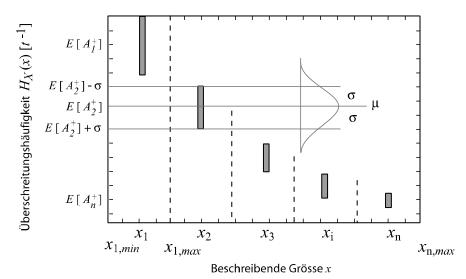


Abbildung 48: Schematische Darstellung der Schätzungen der Erwartungswerte der Häufigkeiten durch Experten.

Für jedes Intervall gibt der Experte eine Schätzung über die (jährliche) Häufigkeit des Ereignisses. Diese Schätzung entspricht dem Modus einer Verteilung der Ereignisse in diesem Intervall. Es wird angenommen, dass die marginalen Häufigkeitsverteilungen in einem Intervall der Log-Normalverteilung folgen. Die Schätzung des Modus der Häufigkeitsverteilung in einem Intervall entspricht, bei logarithmischer Darstellung der Überschreitungshäufigkeit, dem Erwartungswert der Verteilung (Abbildung 48). Die Unsicherheit in der Aussage wird von Experten durch die zusätzliche Angabe einer Standardabweichung quantifiziert. Die Angaben des Experten sind schematisch in Tabelle 7 zusammengestellt.

Aus der Angabe des Modus der Normalverteilung berechnet sich der Mittelwert der Log-Normalverteilung zu:

$$\mu^{2} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \sigma^{2} \left(Modus\right)^{-2}}}{2 \cdot \left(Modus\right)^{-2}} \tag{4.16}$$

Die Parameter der Log-Normalverteilung  $\lambda$  und  $\zeta$  berechnen sich nach Tabelle 1.

Tabelle 7: Zusammenstellung der Experteninformation charakterisiert durch Log-Normalverteilungen für verschiedene repräsentative Werte.

Repräsentativer Wert	Intervall		Häufigkeit $H_{_{X}}ig(x_{_{i}}ig)$ $LND$			
Weit					Parar	neter
$x_1$	$x_{l, \min}$	$x_{1,\text{max}}$	Modus	$\sigma_{_{x_{_{\mathrm{l}}}}}$	$\lambda_{x_1}$	$\zeta_{x_1}$
$x_2$						
$X_i$						
$X_n$	$x_{n,\min}$	$X_{n,\max}$	Modus	$\sigma_{_{xn}}$	$\lambda_{_{X_n}}$	$\zeta_{x_n}$

Um die Parameter des Potenzgesetzes nach Gleichung (4.8)  $\mathbf{\theta} = [a,b]^T$  zu schätzen, wird die Likelihood-Funktion korrespondierend zu den Informationen in Tabelle 7 formuliert:

$$L(\mathbf{\theta} \mid \mathbf{z}) \propto \prod_{i=1}^{n} f_{H_X} \left( H_X \left( x_i \mid \mathbf{\theta} \right) \mid \lambda_{x_i}, \zeta_{x_i} \right) \tag{4.17}$$

 $f_{H_X}\left(H_X\left(x_i\mid\mathbf{0}\right)\mid\lambda_{x_i},\zeta_{x_i}\right)$  ist die log-normale Dichteverteilung mit dem Argument  $H_X\left(x_i\mid\mathbf{0}\right)$  und den Parametern  $\lambda_{x_i}$  und  $\zeta_{x_i}$ .

Die Parameter können unter Verwendung der Maximum-Likelihood-Method geschätzt werden, indem die logarithmierte Likelihood-Funktion (Gleichung (4.17)) maximiert wird (vgl. Kap. 3.1.2):

$$\hat{\mathbf{\theta}} = \arg\max\left\{\ln\left[L(\mathbf{\theta} \mid \mathbf{z})\right]\right\} \tag{4.18}$$

Die Verteilung der Parameter  $f(\theta)$  kann unter Verwendung einer multivarianten Normalverteilung approximiert werden. Der Mittelwert entspricht dem MLM Schätzer nach Gleichung (4.18). Die Kovarianzmatrix der Parameter kann über die Fisher-Matrix nach Gleichung (3.14) in Kapitel 3.1.2 bestimmt werden. Die prädiktive Häufigkeitsverteilung wird analog nach (4.10) berechnet.

Liegen wenige Beobachtungen und eine unabhängige Einschätzung eines Experten vor, so können beide Informationen verwendet werden. Dazu wird die Überschreitungswahrscheinlichkeitsverteilung unter Verwendung der Bayes'schen Statistik aktualisiert. Das allgemeine Vorgehen und Beispiele hierzu finden sich in Straub und Schubert (2007).

## 4.1.2. Gravitative Naturgefahren

Nach der Auslösung des Prozesses beginnt der gravitative Prozess. Dieser kann für verschiedene Naturgefahren sehr unterschiedlich sein. Beim Steinschlag bewegt sich der Stein rollend, fallend oder springend abwärts. Im Gegensatz dazu bewegen sich Lawinen eher als Fluid abwärts. Für die verschiedenen Naturgefahren sind Modelle entwickelt worden, die diese dynamischen Prozesse modellieren können. Einfachere Modelle beschreiben den Prozess zweidimensional, andere berücksichtigen auch die räumliche Ausbreitung der Prozesse mit 3-D Modellen. Welches Modell zur Beschreibung gewählt werden sollte, ist abhängig von der Fragestellung. Einfachere Modelle sind weniger rechenzeitintensiv, die Unsicherheit in den Ergebnissen ist jedoch grösser. Vereinfachen die Modelle zu stark, kann das Ergebnis auch eine Verzerrung (Bias) haben, die berücksichtigt werden sollte. Viele physikalische Modelle ermöglichen es, den gravitativen Prozess probabilistisch zu beschreiben. Die Häufigkeit, mit der dieser Prozess auftritt, wird jedoch nicht berücksichtigt (z.B. RocFall (2001), ROCKFALL 6.1 (2004), AVAL-2D (1999)).

Die probabilistische Beschreibung in den Programmen erfolgt meist über einfache Monte-Carlo-Simulationen (vgl. Kap. 3.2.2). Die Eingangsparameter werden als Zufallsvariablen modelliert. Nachdem ein Set aus Realisationen dieser Zufallsvariablen erzeugt wurde, wird die Berechnung deterministisch durchgeführt. Für jedes dieser Sets liefert das Programm ein Ergebnis  $\mathbf{E}$  (z.B. Energie, Geschwindigkeit oder Druck an einem bestimmten Ort). Um die Häufigkeit des auslösenden Prozesses zu berücksichtigen, wird die Simulation für den gesamten Bereich der beschreibenden Grösse x durchgeführt. Die MCS liefert dann die Dichtefunktion des Ergebnisses  $f_{\mathbf{E}}^L(\mathbf{e} | \mathbf{x})$ . In der Regel sind für die Risikoermittlung das Ergebnis der Simulation an einem bestimmten Ort L von Interesse, wie z.B. einer Lawinengalerie, einem Strassenabschnitt oder einem Steinschlagnetz. Bei der Verwendung von Simulationsprogrammen wird die Dichtefunktion numerisch bestimmt und liegt diskret vor.

Die gemeinsame Häufigkeitsdichte der beschreibenden Grösse und des Ergebnisses ergibt sich unter Verwendung von Gleichung (4.4) zu:

$$h_{\mathbf{E},\mathbf{X}}^{L}\left(\mathbf{e},\mathbf{x}\right) = f_{\mathbf{E}}^{L}\left(\mathbf{e} \mid \mathbf{x}\right) h_{\mathbf{X}}\left(\mathbf{x}\right) \tag{4.19}$$

Die gemeinsame Überschreitungshäufigkeitsverteilung eines Ereignisses an einem bestimmt Ort berechnet sich über die Integration der Überschreitungshäufigkeitsdichte:

$$H_{E,X}^{L}(\mathbf{e}, \mathbf{x}) = \iint_{\mathbf{e}} f_{E}^{L}(\mathbf{e} \mid \mathbf{x}) h_{X}(\mathbf{x}) d\mathbf{e} d\mathbf{x}$$

$$(4.20)$$

Für Bemessungsaufgaben und zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit kann unter Annahme eines Poissonprozesses die jährliche Extremwertverteilung mit der Überschreitungshäufigkeit unter Verwendung von Gleichung (4.3) berechnet werden. Durch die partielle Ableitung der Verteilungsfunktion ergibt sich die Dichtefunktion, die zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (3.29) benötigt wird.

Die Ausführungen zu den Naturgefahren sind sehr allgemein gehalten. Sie können für verschiedene beschreibende Grössen angwendet werden. Beim Steinschlag kann die Beschreibende Grössen

se z.B. das Ablösevolumen sein. Ein Anwendungsbeispiel für das hier vorgestellte Verfahren findet sich im Anhang dieses Dokumentes.

## 4.1.3. Nicht gravitative Naturgefahren

Nicht gravitative Naturgefahren können analog modelliert werden. Es ist dabei zu berücksichtigen, dass nicht gravitative Prozesse, wie z.B. Hochwasser eine grössere räumliche Ausbreitung haben. Kann der auslösende Prozess identifiziert werden, und kann die physikalische Modellierung bedingt auf die Magnitude des Prozesses erfolgen, so gelten die Ausführungen in Kapitel 4.1.1 und 4.1.2.

Auf die probabilistische Modellierung von Erdbeben kann im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden. Für Modellierungen auf diesem Gebiet ist eine Vielzahl von Literatur vorhanden. Eine Möglichkeit der Modellierung stellt die *Probabilistic Seismic Hazard Analysis* (PSHA) dar (Cornell (1968)).

## 4.1.4. Präsenzwahrscheinlichkeiten

Während Bauwerke eine Präsenzwahrscheinlichkeit von Eins haben, sind Personen im Strassenverkehr nur zeitweise an einer Gefahr ausgesetzt. Zur Ermittlung des Personenrisikos müssen die Präsenzwahrscheinlichkeiten ermittelt werden. Dabei sind die Charakteristiken der Gefahren jeweils zu berücksichtigen, da es je nach Gefahrenart grosse Unterschiede geben kann, die zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen führen. Im Falle von Lawinen sind grosse Abschnitte betroffen (Wilhelm (1999)) und mehr als ein Fahrzeug kann sich während eines Lawinenabganges im Lawinenkegel befinden. Beim Steinschlag sind nur einzelne Fahrzeuge betroffen und die Länge des gefärdeten Abschnittes hat keinen Einfluss auf die Präsenzwahrscheinlichkeit.

Auch Hochwasser erfordert eine detaillierte Betrachtung. In einigen Gebieten schwillt das Hochwasser sehr schnell an, und Verkehrsteilnehmer werden ohne Vorwarnung überrascht. Bei grossen Gewässern hingegen geht für Verkehrsteilnehmer keine direkte Gefahr aus, da Hochwasser frühzeitig erkannt werden kann und gefährdete Strassenabschnitte gesperrt werden können. Je nach Gefahr sind die Präsenzwahrscheinlichkeiten adäquat zu ermitteln.

Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Fahrzeug zum Zeitpunkt des Ereignisses im gefährdeten Bereich befindet, lässt sich über das Produkt der räumlichen und zeitlichen Präsenzwahrscheinlichkeit bestimmen. Diese Präsenzwahrscheinlichkeiten können z.B. nach BUWAL (1999) oder Bunce et al. (1997) berechnet werden.

Dabei sollten direkte und indirekte Präsenzwahrscheinlichkeiten unterschieden werden. Bei der direkten Präsenzwahrscheinlichkeit ist ein Fahrzeug direkt vom Ereignis betroffen. Bei einem Steinschlagereigniss entspricht diese der direkten Trefferwahrscheinlichkeit. Die indirekte Präsenzwahrscheinlichkeit berücksichtigt, dass ein Fahrzeug vor einem Ereignis nicht mehr zum stehen kommt und verunfallt. Bei Steinschlägen entspricht dies der indirekten Trefferwahrscheinlichkeit. Die Unterscheidung ist notwendig, da die Todesfallwahrscheinlichkeit in beiden Fällen

#### 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

unterschiedlich ist. Eine Vernachlässigung der indirekten Präsenzwahrscheinlichkeit führt zu einer starken Unterschätzung des Risikos.

Die Todesfallwahrscheinlichkeit durch direkte Treffer ist abhängig von der betrachten Naturgefahr. Die Todesfallwahrscheinlichkeit infolge eines indirekten Unfalls kann über die Restgeschwindigkeit des Fahrzeuges beim Anprall  $v_{res}$  bestimmt werden.

Da die Geschwindigkeit des Steins vor dem Anprall in Richtung des Fahrzeuges zu Null angenommen werden kann, und sich die Reduktion der Geschwindigkeit über  $\Delta v = v_{car} - v_{res}$  ergibt, kann  $\Delta v$  angegeben werden zu:

$$\Delta v = v_{car} \cdot \left(1 - \frac{m_{car}}{m_{car} + m_x}\right) \tag{4.21}$$

Mit  $m_{car}$  ist die Masse des Fahrzeuges bezeichnet (vgl. Tabelle 9) und mit  $m_x$  die Masse des Gegenstandes, der auf der Strasse zum liegen kam (z.B. Steine, Lawinen, etc.). Mit der Restgeschwindigkeit des Fahrzeuges kann die Todesfallwahrscheinlichkeit nach Kapitel 4.2.2 bestimmt werden.

## 4.2. Anthropogene Gefahren

Zu den anthropogenen Gefahren zählen Anprall, Brand und Explosion. Brandereignisse können auch durch natürliche Ereignisse ausgelöst werden. Dies spielt in der Strasseninfrastruktur eine untergeordnete Rolle und wird hier nicht betrachtet. Es werden nur Brand, Anprall und Explosionsereignisse betrachtet, die durch Verkehrsteilnehmer ausgelöst werden.

In den Betrachtungen werden alle Ereignisse, die durch vorsätzliches Handeln ausgelöst werden, ausgeschlossen. Das initiierende Ereignis bei den anthropogenen Gefahren ist der Unfall. Als Unfall kann auch die spontane Entzündung eines Fahrzeuges bezeichnet werden. Er resultieren nicht zwangsläufig Handlungen von Personen.

Die Differenzierung zwischen Brand und Explosion ist schwierig, da eine Entzündung von brennbaren Materialien eine Explosion einschliessen kann. Die Modellierung von Brand und Explosion wird daher zusammen betrachtet.

## 4.2.1. Unfallhäufigkeit

Aussergewöhnliche Einwirkungen im System Strasse infolge anthropogener Handlungen basieren meist auf Unfällen. Bei der Bestimmung der Anpralllast wird zunächst die Unfallrate bestimmt und auch bei der Beschreibung von Bränden und Explosionen muss berücksichtigt werden, dass ein Teil der Fahrzeuge sich erst durch einen Unfall entzündet. Unfälle stellen selbst keine aussergewöhnliche Einwirkung dar. Dennoch wird im Folgenden eine Möglichkeit skizziert, mit der die Unfälle beschrieben werden können.

Beispielhaft für alle Kunstbauten und Streckenabschnitte wird hier die Unfallhäufigkeit in Tunneln betrachtet.

In einem ersten Schritt werden die massgebenden Indikatoren für die Unfallhäufigkeit im Tunnel identifiziert. Hierfür wurde ein Datensatz der Schweizerischen Beratungsstelle für Unfallverhütung verwendet (Salvisberg et al. (2004)). Die Daten enthalten Unfall- und Tunneldaten für einen Zeitraum von fünf Jahren (1995-1999) für 126 Schweizer Strassentunnel.

In Tabelle 8 sind die wichtigsten Indikatoren zur Bestimmung der Unfallhäufigkeit zusammengestellt. Charakteristiken des Fahrers wurden nicht berücksichtigt.

Tabelle 8: Zusammenstellung der Indikatoren zur Bestimmung der Unfallhäufigkeit in Tunneln.

Tunnelcharakteristiken	Verkehrscharakteristiken
Länge [m] Anzahl Röhren Bankettbreite [m] Steigung [%]	DTV (Durchschnittlicher Täglicher Verkehr) [Fzg./d] SLV (Schwerlastverkehr) [Fzg./d] Unfälle [1/Jahr]

Die Indikatoren sind tunnelspezifisch. Für andere Kunstbauten und für freie Strassenabschnitte können andere Indikatoren zur Beschreibung der Unfallhäufigkeit massgebend sein. Mit Hilfe dieser Indikatoren kann ein Bayes'sches Netz erstellt werden (vgl. Kapitel 3.5). Dieses ist in Abbildung 49 dargestellt.

#### Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

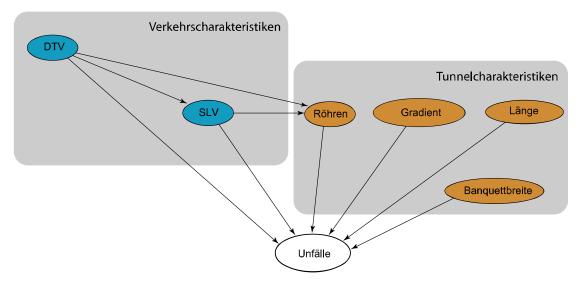


Abbildung 49: Bayes'schen Netz zur Beschreibung der Unfallhäufigkeit.

Es kann diskutiert werden, ob die Verbindung zwischen *DTV* und der Anzahl Röhren sinnvoll ist. Der *DTV* hat eigentlich keinen direkten Einfluss auf die Anzahl der Röhren. Tunnel, werden jedoch auch nach dem zu erwartenden Verkehr bemessen. Bei einem höheren Verkehrsaufkommen ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Tunnel zwei Röhren hat, grösser. Zudem hat die Verbindung nur Einfluss auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Unfälle, wenn keine Information darüber vorliegt, wie viele Röhren ein spezifischer Tunnel hat (vgl. Kapitel 3.5). Die Anzahl an Tunnelröhren hat auch einen Einfluss auf die Schwere der Unfälle. Sind zwei Röhren vorhanden, ist die Anzahl an schweren Unfällen geringer.

Jeder Indikator repräsentiert eine Zufallsvariable. Um den Rechenaufwand zu begrenzen, sind die kontinuierlichen Zufallsvariablen diskretisiert worden. Wird die Diskretisierung hinreichend klein gewählt, so hat diese Vereinfachung keinen Einfluss auf die Genauigkeit des Ergebnisses.

Die Bayes'sche Analyse erfordert es, dass eine *a priori* Verteilung spezifiziert wird. Die *a-priori* Verteilung spiegelt den Grad der verfügbaren Information über die Zufallsvariable wieder. Da nur der Bereich bekannt ist, in denen die Zufallsvariablen liegen, wird eine Gleichverteilung als nichtinformative *a priori* Verteilung gewählt. Für den Knoten *DTV* ist diese in Abbildung 50 dargestellt. Aus Gründen der Darstellung ist die Diskretisierung der Zufallsvariablen relativ grob gewählt. Das hat auch einen Einfluss auf die hier gezeigten Ergebnisse.

Zum aktualisieren der *a priori* Verteilung wird der bestehende Datensatz verwendet. Da der Datensatz nicht vollständig ist, wird mittels des *EM*-Algorithmus die *posteriori* Verteilung der Knoten berechnet. Für den Knoten *DTV* ist die *posteriori* Verteilung in Abbildung 51 dargestellt.

Aktualisiert werden im Netz nur Zustände, die auch beobachtet werden (vgl. Kapitel 3.5). Nicht alle möglichen Zustände im Knoten *Unfälle* sind im Datensatz enthalten. Nur Zustände können aktualisiert werden, die auch beobachtet werden. Ist der Datensatz zu klein, ist der Einfluss zu gering. In diesen Fällen ist es hilfreich, wenn die a priori Verteilung zunächst aus Modellen geschätzt wird. Die *a priori* verteilung für den Knoten *Unfälle* kann beispielsweise unter Verwendung eines empirischen multiplen Regressionsmodells geschätzt werden. Da es sich um ein rein empiri-

sches Modell handelt, ist die Erfahrung für diese *a-priori* Verteilung im Netz möglichst klein zu wählen. Wird das Modell mit den Daten aktualisiert, dann ist das Modell in Fällen, in denen keine Beobachtungen vorliegen, mindestens so gut wie das empirische Modell.

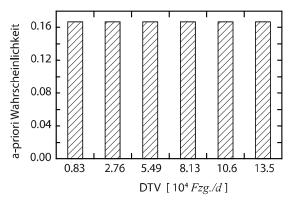


Abbildung 50: A priori Verteilung des Knotens DTV.

Ist das Netz aktualisiert, können die Unfallhäufigkeiten für spezifische Tunnel bestimmt werden. Dazu fliessen die verfügbaren Informationen über den Tunnel in das Netz ein (Evidenz). Für die Tunnel ergibt sich dann die Verteilung der Unfälle. Das Bayes'sche Netz liefert den Erwartungswert und die Verteilung der Anzahl an Unfällen pro Jahr.

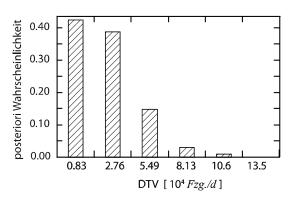


Abbildung 51: Posteriori Verteilung des Knotens DTV.

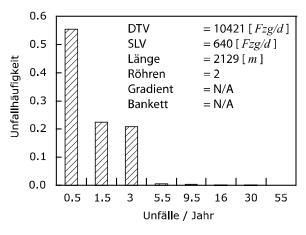


Abbildung 52: Häufigkeitsverteilung der Unfälle unter Berücksichtigung der vorhandenen Informationen für dieses Beispiel.

In Abbildung 52 ist die Häufigkeitsverteilung der Unfälle für das Tunnelbeispiel unter Berücksichtigung der Evidenzen gegeben. Die Entwicklung solcher generischer Netze ermöglicht die automatische und schnelle Ermittlung von Unfallzahlen.

## 4.2.2. Anprall

Die Probabilistische Modellierung der Belastung infolge Fahrzeuganpralls folgt dem Modell des JCSS (2001). Das Modell baut auf den folgenden Grundlagen auf. Ein Fahrzeug Q verlässt mit einer ausreichenden Geschwindigkeit  $v_0$  die Fahrbahn. Ausreichende Geschwindigkeit bedeutet, dass der Anhalteweg  $s_H$  des Fahrzeuges länger ist als der Abstand zwischen Fahrzeug und einem Objekt r. Die Richtung, mit der das Fahrzeug die Fahrbahn verlässt, wird über den Winkel  $\alpha$  beschrieben. Damit es zu einem Anprall kommt, muss der Richtungswinkel des Fahrzeuges mit dem Öffnungswinkel  $\psi$  übereinstimmen, der sich aus der Distanz und der Grösse des Anprallobjektes ergibt. Die schematische Darstellung der Anprallwahrscheinlichkeit ist in Abbildung 53 illustriert.

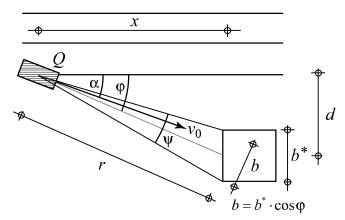


Abbildung 53: Schematische Darstellung der Modellierung der Anprallwahrscheinlichkeit.

Die Gründe für ein Verlassen der Fahrbahn eines Fahrzeuges sind mannigfaltig und reichen von technischen Defekten bis zu menschlichen Fehlhandlungen aller Art. Unabhängig von diesen Gründen kann das Ereignis mit einem homogenen Poissonprozess modelliert werden.

Als Indikatoren zur Bestimmung der Unfallrate  $\nu$ , die sich im Falle von Anpralllasten lediglich auf die Unfälle, die zum Verlassen der Strasse führen, beziehen, werden die allgemeine Unfallrate, der durchschnittliche tägliche Verkehr und die Länge des gefährdeten Abschnittes verwendet.

Die Modellierung der Unfallrate  $\nu$ , die sich im Falle von Anpralllasten nur auf Unfälle, die zum Verlassen der Strasse führen können mit Hilfe von Bayes'schen Netzen erfolgen. Als Indikatoren für die Unfallrate kann z.B. die Länge des gefährdeten Abschnittes, der durchschnittliche tägliche Verkehr, Kurvigkeit, erlaubte Geschwindigkeit und die Übersichtlichkeit dienen.

Im Folgenden wird das probabilistische Modell zur Beschreibung der Anpralllast vorgestellt. Ein modifiziertes Modell wird in Schuler (2005) vorgeschlagen. Die Modellierung verwendet andere

Verteilungen für die Modellierung der Parameter. Die Unfallrate wird nicht berücksichtigt, und der Winkel  $\alpha$ , mit dem ein Fahrzeug die Fahrbahn verlässt, wird als deterministisch angenommen. Die Vereinfachungen im Modell führen zu sehr grossen Anpralllasten, auch bei grossen Entfernungen d der Anprallobjekte von der Strasse. Das dort vorgeschlagene probabilistische Modell ist zu stark vereinfacht, um die Realität abbilden zu können und wird daher hier nicht verwendet.

#### **Anpralllast**

Der Anprall ist eine Interaktion zwischen zwei Objekten. Ein einfaches Zwei-Massen-System ist in Abbildung 54 dargestellt. Die Masse  $m_2$  wird von einer Masse  $m_1$  mit einer relativen Geschwindigkeit von  $v_r$  getroffen. Unter der Annahme, dass die Masse  $m_2$  bewegungslos ist, entspricht die Relativgeschwindigkeit  $v_r$  der Anprallgeschwindigkeit. Die relative Verschiebung der Massen kann durch  $\Delta x = x_1 - x_2$  beschrieben werden.

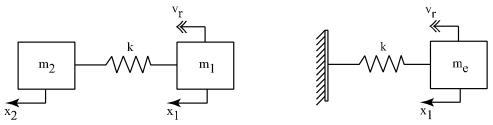


Abbildung 54: Schematische Darstellung eines Zwei-Massen-System (links) und eines Ein-Massen-System (rechts).

Die dynamische Antwort des Zwei-Massen-System ist in den Gleichungen (4.22)-(4.27) zusammengefasst (siehe z.B. Huang und Huang (2002)):

$$\ddot{x}_1 = \gamma_1 \ \Delta \ddot{x}$$
 Beschleunigung der Masse m<sub>1</sub>  
 $\ddot{x}_2 = \gamma_2 \ \Delta \ddot{x}$  Beschleunigung der Masse m<sub>2</sub> (4.22)

$$\omega_e = \sqrt{\frac{k}{m_e}}$$
 Eigenkreisfrequenz (4.23)

$$\gamma_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$
 Massenreduktionsfaktoren 
$$\gamma_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$
 (4.24)

$$m_e = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{effektive Masse} \tag{4.25}$$

Die Federkraft kann mit der Federsteifigkeit berechnet werden zu:

$$Q = \Delta x \ k \tag{4.26}$$

Die maximale Auslenkung des Systems  $\Delta x_{max}$  ist die Auslenkung, bei der die grösste Kraft wirkt. Die maximale Auslenkung ist gegeben durch:

#### 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

$$\Delta x_{\text{max}} = \frac{v_r}{\omega_e} \tag{4.27}$$

Unter Verwendung von Gleichung (4.23), (4.26) und (4.27) lässt sich die maximale Kraft angeben zu:

$$Q_{\text{max}} = \sqrt{m_e \ k \ v_r^2} = \sqrt{m_e \ k \ (v_0^2 - 2ar)}$$
 (4.28)

Die effektive Masse  $m_e$  sowie die Federsteifigkeit k sind abhängig vom Fahrzeug und dem Bauwerk. Es ist daher auch nicht möglich, eine reine Verteilungsfunktion der Belastung anzugeben. Eine obere Grenze lässt sich jedoch unter der Annahme formulieren, dass das Bauwerk starr ist (JCSS (2001)).

Wird angenommen, dass das Bauwerk starr ist, lässt sich das System aus zwei Massen in einen einfacheren Fall mit nur einer Masse überführen (vgl. Abbildung 54 rechts). Dies entspricht einem Anprall auf eine starre Barriere. Die Relativgeschwindigkeit der beiden Massen  $v_r$  entspricht in diesem Fall der Restgeschwindigkeit des Fahrzeuges beim Anprall. Diese Restgeschwindigkeit wird über die Geschwindigkeit des Fahrzeuges beim Verlassen der Fahrbahn  $v_0$  abzüglich der Geschwindigkeit, die auf der Strecke r zwischen Fahrzeug und Anprallobjekt über die Bremsbeschleunigung a reduziert werden kann, ermittelt.

Ist eine der beiden Massen grösser als die andere, so konvergiert die effektive Masse gegen die geringere der beiden.

$$\lim_{m_e \to \infty} m_e = m_1 \tag{4.29}$$

Für Bauwerksanprall bei Personenwagen kann angenommen werden, dass die Masse des Fahrzeuges viel geringer ist als die des Anprallobjektes. Bei Schwerlastwagen kann diese Annahme zu konservativen Ergebnissen führen (vgl. JCSS (2001)). In Tabelle 9 sind durchschnittliche Fahrzeugmassen für verschiedene Fahrzeugarten zusammengestellt.

Tabelle 9: Durchschnittliche Fahrzeugmassen für verschiedene Fahrzeugarten nach Pregger (2006).

Fahrzeugart	[t / Kfz.]
Leichte Nutzfahrzeuge	1.97
Lastkraftwagen mit Anhänger	11.82
Lastkraftwagen ohne Anhänger	8.17
Motorräder	0.3
Personenwagen	1.5
Busse	10.43
Sattelzüge	11.61

Zur Bestimmung der Restgeschwindigkeit ist die Strecke r zwischen dem Verlassen der Strasse und dem Anprall zu bestimmen. Diese ergibt sich aus den Abständen x in Fahrtrichtung und d rechtwinklig zur Fahrtrichtung (siehe Abbildung 53).

$$r = \sqrt{x^2 + d^2} \tag{4.30}$$

Als Nebenbedingung muss die Distanz r kleiner sein als der Anhalteweg  $s_H$  des Fahrzeuges. Der Anhalteweg eines Fahrzeuges kann über die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt des Verlassens der Strasse  $v_0$ , Reaktionszeit und die Bremsbeschleunigung berechnet werden zu:

$$s_H = v_0 \cdot t + \frac{v_0^2}{2 \cdot a} \tag{4.31}$$

In diesem Modell zur Bestimmung der Anpralllast sind viele Vereinfachungen notwendig. Diese betreffen insbesondere die Modellierung der Fahrzeugsteifigkeit. Sie wird hier als unabhängig von der Fahrzeugart und der Restgeschwindigkeit des Fahrzeuges angenommen. Die Masse des Tragwerkes wird als unendlich gross betrachtet und es wird vorausgesetzt, dass das Tragwerk sich nicht verformt. Diese Annahmen können bei starken Betonpfeilern getroffen werden. Schlanke Stützen, wie sie z.B. in Galerien zum Einsatz kommen, erfüllen diese Bedingungen nicht. Da die Verformungen bei schlanken Stützen grösser sind, stellt die berechnete Anpralllast nach Gleichung (4.28) eher einen konservativen Wert dar.

Bedingt auf das Ereignis, dass ein Fahrzeug von der Strasse abkommt, lässt sich die Verteilungsfunktion der Anpralllast angeben zu:

$$\begin{split} F_{\mathcal{Q}_{\max}}\left(q_{\max}\mid acc\right) &= P\bigg[\mathcal{Q}_{\max} \leq q_{\max}\mid \left|\alpha - \varphi\right| - \arctan\bigg(\frac{b}{2r}\bigg) \leq 0, \ r - \sqrt{s_H^2 - d^2} \leq 0, \ acc\bigg] \\ P\bigg[\left|\alpha - \varphi\right| - \arctan\bigg(\frac{b}{2r}\bigg) \leq 0 \mid r - \sqrt{s_H^2 - d^2} \leq 0\bigg] \\ P\bigg[r - \sqrt{s_H^2 - d^2} \leq 0\bigg] \end{split} \tag{4.32}$$

Die geometrischen Beziehungen können aus Abbildung 53 entnommen werden. Die Beschreibung der Parameter finden sich in Tabelle 10. Die Breite des Anprallobjektes b kann stark variieren. Ist die Breite kleiner als die mittlere Fahrzeugbreite, so ist für b = 2.5[m] anzunehmen.

Die orts- und objektspezifischen Parameter müssen für die Risikoberechnung für die jeweiligen Bedingungen modelliert werden. Dabei kann zunächst eine generische Modellierung der einzelnen Parameter z.B. mit Bayes'schen Netzen erfolgen. Dadurch können auch die Abhängigkeiten der einzelnen Parameter berücksichtigt werden, wie z.B. der Einfluss des *DTV* und der gefahrenen Geschwindigkeit. Liegen für ein spezifisches Objekt Informationen über einen Parameter vor, so kann das Netz aktualisiert werden (vgl. Kap. 3.5). Dies ermöglicht die Risikoermittlung auch, wenn nicht alle Parameter bekannt sind. Auswirkungen hat die fehlende Information auf die Unsicherheit im Ergebnis der Risikoanalyse. Sind mehr Informationen verfügbar, nimmt die Unsicherheit im Ergebnis ab. Die Aktualisierung beschränkt sich nicht auf die orts- und objektspezifischen Parameter. Ebenso können die allgemeinen Parameter aktualisiert werden, wenn zusätzliche Informationen vorliegen.

#### 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

Tabelle 10: Parameter und Verteilungen zur Bestimmung der Anpralllast.

Allgemeine Parameter										
	COV	Verteilung								
Bremsbeschleunigung	а	4.0	[m2/s]	0.325	Log-normal					
Richtungswinkel des Fahrzeuges	α	10	[°]	1	Rayleigh					
Masse PW	m	1500	[kg]	0.27	Normal					
Masse LW	$m_e$	10.000	[kg]	0.30	Log-normal					
Steifigkeit des Fahrzeuges	k	300	[KN/m]	0.2	Log-normal					
Reaktionszeit	t	1.5	[s]	-	-					
or	ts- und	objektspezifische	e Parameter							
Durchschnittlicher täglicher Verkehr	DTV	-	[Fzg/d]	-	-					
Unfallrate	ν	-	[U/Mio Fzg km]	-	-					
Abstand des Anprallobjektes	x	-	[m]	-	-					
Geschwindigkeit der PW	$v_0$	-	[km/h]	0.125	Log-normal					
Anprallbreite	b	-	[m]	-	-					
Abstand des Anprallobjektes zum Fahrzeug	r	-	[m]	-	-					

Gleichung (4.32) ist nicht analytisch lösbar. Unter Verwendung von numerischen Methoden (z.B. Monte-Carlo-Simulation) lässt sich die Verteilungsfunktion jedoch berechnen.

Gleichung (4.32) gibt die bedingte Verteilungsfunktion für Belastung an. Ist die Unfallrate  $\nu$  bekannt, so kann unter der Annahme eines homogenen Poissonprozesses die Verteilungsfunktion der Anpralllast angegeben werden zu:

$$F_{Q_{\max}}(q_{\max}) = \sum_{i=1}^{\infty} P[Q_{\max} \le q_{\max} \mid N_{acc} = i] P[N_{acc} = i] + P[N_{acc} = 0]$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \left( F_{Q_{\max}}(q_{\max} \mid acc) \right)^{i} \frac{v^{i}}{i!} e^{-v} + e^{-v}$$

$$= e^{-v} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left( F_{Q_{\max}}(q_{\max} \mid acc) \right)^{i}}{i!}$$

$$\approx \min \left( e^{-v(1 - F_{Q_{\max}}(q_{\max} \mid acc))}, 1 \right)$$
(4.33)

In Schuler (2005) ist die Verteilung der Massen des Schwerlastverkehrs (*SLF*) in der Schweiz angegeben und entspricht – abweichend zu den Vorschlägen im JCSS (2001) – den Werten in Tabelle 10. Für eine Risikoermittlung kann die Modellierung der Anpralllast in Bayes'schen Netzen erfolgen.

## Todesfallwahrscheinlichkeit infolge Anpralls

Die Todesfallwahrscheinlichkeit infolge eines Fahrzeuganpralls kann mit den zuvor dargestellten Modellen berechnet werden. Für die Todesfallwahrscheinlichkeit ist die Restgeschwindigkeit des Fahrzeuges beim Anprall zu berechnen. Die Wahrscheinlichkeit, in einem Unfall zu Tode zu kommen, hängt von der Geschwindigkeit des verunfallten Fahrzeuges ab. Evans (1994) verwendet ein Potenzgesetz, um die Todesfallwahrscheinlichkeit abzubilden. Die Parameter wurden unter Verwendung der dokumentierten Unfalldaten des National-Automotive-Sampling-Service (NASS<sup>4</sup>) der USA geschätzt. Da die Daten des NASS nicht auf SI-Einheiten basieren, wurden die Parameter des Potenzgesetzes neu bestimmt. Die bedingte Todesfallwahrscheinlichkeit berechnet sich nach der folgenden empirischen Gleichung:

$$P_{D}\left(d\mid imp,\lambda,\kappa,\Delta\nu\right) = \min\left(e^{\lambda\ln(\Delta\nu)+\kappa},1\right) \tag{4.34}$$

Abbildung 55: Bedingte Todesfallwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsreduktion durch den Anprall.

Die Wahrscheinlichkeit ist bedingt auf einen Anprall, der in Gleichung (4.34) mit *imp* bezeichnet ist und auf die Geschwindigkeitsreduktion  $\Delta v$  des Fahrzeuges durch den Anprall. Bei Stützenanprall entspricht die Geschwindigkeitsreduktion  $\Delta v$  der Restgeschwindigkeit des Fahrzeuges  $v_r$ . Die Parameter  $\lambda$  und  $\kappa$  sind Regressionsparameter. Sie können als normalverteilte Zufallsvariablen betrachtet werden. Die Parameterschätzung aus den Daten liefert die Mittelwerte und die Kovarianzmatrix der Parameter:

$$\mu_{\lambda} = 4.520$$

$$\mu_{\kappa} = -21.36$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 1.971 & -8.06 \\ -8.06 & 33.52 \end{bmatrix}$$
(4.35)

Abbildung 55 zeigt die Anpassung der Gleichung (4.34) an die Daten. Die Unsicherheiten in der Anpassung sind aufgrund der geringen Datenmenge relativ gross. Berücksichtigt werden können

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> http://www-nass.nhtsa.dot.gov/NASS/CDS/Annrpts/AnnRpts.html

#### 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

die Unsicherheiten über Integration über die unsicheren Parameter. Die prädiktive Verteilung ergibt sich zu:

$$P_{D}\left(d\mid imp, \Delta v\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda \ln(\Delta v) + \kappa} f_{\lambda,\kappa}\left(\lambda,\kappa\right) d\lambda d\kappa \tag{4.36}$$

Der Mittelwert und die Varianz der Todesfallwahrscheinlichkeit berechnet sich zu:

$$E[e^{\lambda \ln(\Delta \nu) + \kappa}] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda \ln(\Delta \nu) + \kappa} f_{\lambda,\kappa}(\lambda,\kappa) d\lambda d\kappa$$
(4.37)

$$Var[e^{\lambda \ln(\Delta v) + \kappa}] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( e^{\lambda \ln(\Delta v) + \kappa} - E[e^{\lambda \ln(\Delta v) + \kappa}] \right) f_{\lambda,\kappa}(\lambda,\kappa) \ d\lambda \ d\kappa$$
(4.38)

Um die Todesfallwahrscheinlichkeit zu berechnen, ist Gleichung (4.34) mit der Anprallwahrscheinlichkeit  $\rho$  zu multiplizieren. Die Todesfallwahrscheinlichkeit ergibt sich über die Unfallrate zu:

$$P_D(d \mid \Delta v) \approx \min\left(e^{-\rho(1-P_D(d \mid imp, \Delta v))}, 1\right) \tag{4.39}$$

Die Verteilungsfunktion der Restgeschwindigkeit ist von ortsspezifischen Parametern, wie der Lage des Anprallobjektes, der Sichtweite, der signalisierten Geschwindigkeit und den Schutzmassnahmen abhängig und kann ortsspezifisch modelliert werden.

$$P_{D}\left(d\right) = \int_{0}^{\infty} e^{-\rho\left(1 - P_{D}\left(d \mid imp, \Delta v\right)\right)} f_{\Delta v}\left(\Delta v\right) \ d\Delta v \tag{4.40}$$

## 4.2.3. Brand und Explosion

Die Modellierung von Fahrzeugbränden und Explosionen wird im Folgenden anhand eines Bayes'schen Netzes erläutert (siehe Abbildung 56). Zwei unterschiedliche Ursachen können zum Fahrzeugbrand führen. Spontane Entzündungen des Fahrzeuges fassen alle Ereignisse zusammen, die mit dem Fahrzeug selbst zusammenhängen, wie die Überhitzung des Motors, Kurzschlüsse, Reifenbrände u.ä. Einen Überblick über die verschiedenen Gründe für Fahrzeugbrände ist in Haack et al. (2000) anhand von analysierten Brandereignissen gegeben. Allgemein können vier Typen von Entzündungen unterschieden werden: thermische, mechanische, elektrische und Fremdzündung.

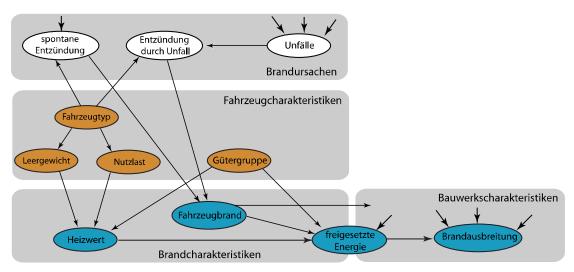


Abbildung 56: Beschreibung eines Fahrzeugbrandes unter Verwendung Bayes'scher Netze.

Die Art der Entzündung hängt auch vom Fahrzeugtyp und von der Strassencharakteristik ab. Im Netz wird das durch die Verbindung vom Knoten Fahrzeugtyp zum Knoten spontane Entzündung berücksichtigt. Die Eintretenswahrscheinlichkeit für Überhitzungen der Bremsen steigt mit dem Gewicht der Fahrzeuge und der Steigung der Strasse.

Andere Indikatoren, die die Strasse charakterisieren und einen Einfluss auf den Knoten *spontane* Entzündung haben, sind in Abbildung 56 durch einen freien Pfeil auf den Knoten gekennzeichnet.

Können keine Indikatoren identifiziert werden oder liegen keine Daten vor, um den Knoten spontane Entzündung detaillierter zu modellieren, kann eine Entzündungsrate von vier bis fünf Fahrzeugbränden pro Millionen Fahrzeugkilometer angenommen werden (Høj (2004)). Der Knoten besitzt in diesem Fall eine Verbindung zu zwei Knoten. Einer berücksichtigt die Verteilung des durchschnittlichen täglichen Verkehrs, der andere die Länge des betrachteten Teilstückes.

Fahrzeugbrände können auch als Folge von Unfällen auftreten. Als erste Näherung kann angenommen werden, dass nach fünf bis sechs Prozent aller Unfälle ein Fahrzeugbrand folgt (Egelhaaf und Berg (2002)). Beide Indikatoren, die die Brandursachen charakterisieren, haben einen Einfluss auf den Indikator *Fahrzeugbrand*.

Einen Einfluss auf den Heizwert haben die verschiedenen Fahrzeugcharakteristiken. Die Zustände im Knoten *Fahrzeugtyp* beinhalten verschiedene Fahrzeugkategorien. Den gössten Anteil der Fahrzeuge stellen die Personenwagen. Für Personenwagen ergibt sich die Brandlast allein aus dem Fahrzeug.

Die Schwerlastwagen lassen sich in fünf Kategorien einteilen (Tabelle 11). Diese stellen den Hauptanteil am gesamten Schwerverkehr (Glaeser et al. (2006)). Die Brandlast ergibt sich aus dem Zugfahrzeug (Leergewicht) und der Brandlast der transportierten Güter. In Tabelle 11 sind die Charakteristiken des Schwerlastverkehrs zusammengestellt. Es kann angenommen werden, dass das Gesamtgewicht des *SLV* normalverteilt ist. Die Variationskoeffizienten für die Leergewichte der einzelnen Fahrzeugtypen wurden so bestimmt, dass sich für alle Schwerlastwagen ein Variationskoeffizient von 0.3 ergibt (vgl. Anprall nach JCSS (2001)). Die Verteilung der Last der transportierten Güter für alle Fahrzeugtypen und der Leerlasten für den Schwerverkehr ist in Abbildung 57 dargestellt.

#### 4. Probabilistische Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen

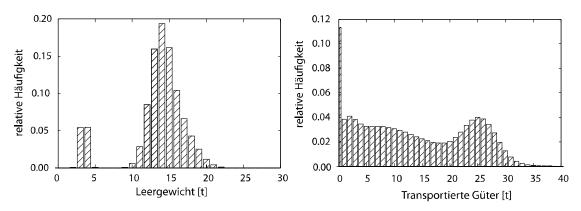


Abbildung 57: Verteilung der Transportlasten und des Leergewichtes des Schwerverkehrs.

In Abhängigkeit von der Gütergruppe, die von Schwerlastwagen transportiert werden, wird die Verteilung des Heizwertes bestimmt. In Tabelle 12 sind die transportierten Güter und deren Anteile an der Transportleistung für das Jahr 2003 dargestellt. Zusammen mit den Heizwerten der Nutzlast und den Heizwerten der leeren Fahrzeuge inklusive der Personenwagen, wird der Indikator *Heizwert* quantifiziert. Der Heizwert beeinflusst das Potential der freigesetzten Energie.

Tabelle 11: Charakteristiken des SLV auf deutschen Autobahnen (Quelle: Glaeser et al. (2006)).

	Fab.es	ah.m	Gesamtgewicht [t]		Leergewicht [t]		Anteil am SLV
	Fahrzeugtyp		$\mu$	COV	$\mu$	COV	[%]
E,E	Leicht		5.96	0.33	4	0.1	5
E,E	Schwer		9.17	0.56	4	0.1	6
E,E+E,E	Leicht		19.03	0.14	16.4	0.1	1
E,E+E,E	Schwer		20.84	0.21	16.4	0.1	4
E,Dp+E,E	Leicht		27.68	0.36	17.7	0.1	12
E,Dp+E,E	Schwer		41.45	0.57	17.7	0.1	5
E,E+Dp	Leicht		15.67	0.11	13.9	0.1	3
E,E+Dp	Schwer		21.14	0.34	13.9	0.1	5
E,E+Dr	Leicht		25.96	0.45	14.4	0.1	37
E,E+Dr	Schwer		40.53	0.64	14.4	0.1	22
E=Einachsi	g, Dp=Dop	pelachse, Dr=Dreifacha	chse	•			

Eine entscheidende Grösse bei der Beschreibung von Bränden ist die Freisetzungsrate der Temperatur (heat release rate HRR). Sie ist eine zeitabhängige Grösse und in Abhängigkeit vom Heizwert und von der Gütergruppe und Charakteristiken des Bauwerkes zu bestimmen. Auf freien Strecken entwickeln sich Brände anders als in Tunneln. Hinweise auf die Freisetzungsrate der Energie in Tunneln findet sich in Ingason und Lonnermark (2005) und in Carvel et al. (2005).

Der Knoten Fahrzeugbrand besitzt eine freie Verbindung zu den Bauwerkscharakteristiken. Diese soll andeuten, dass die Bauwerkscharakteristiken einen Einfluss auf den Brandverlauf und auf die Konsequenzen im Brandfall haben. Die Grösse des Brandes ist abhängig davon, inwiefern

Löschanlagen und effiziente Warnsysteme bestehen. Diese Spezifikationen fliessen in den Knoten freigesetzte Energie ein.

Die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einer Brandübertragung auf andere Fahrzeuge kommt ist ebenfalls bauwerksspezifisch (z.B. ventilationsgesteurte Brände in Tunneln). Hinweise für Tunnelbrände sind in Carvel et al. (2005) , Beard (2005) gegeben. Sie werden im Knoten *Brandausbreitung* berücksichtigt.

Die Todesfallwahrscheinlichkeiten in Tunneln kann in Abhängigkeit der Ausbreitung des Feuers und der zur Verfügung stehenden Rettungsmassnahmen beschrieben werden. Hinweise finden sich u.a. in Beard (2005) und im EUREKA-Projekt (1996).

Explosion kann als Sonderfall des Brandes gesehen werden. Die plötzliche Entzündung von auslaufenden brennbaren Flüssigkeiten kann mit einer explosionsartigen Druckveränderung einhergehen. Dies kann ohne gesonderte Behandlung im Bayes'schen Netz berücksichtigt werden. Explosionen, die durch vorsätzliches Handelns entstehen, werden im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

Tabelle 12: Transportierte Güter und deren Anteile an der Transportleistung 2003<sup>5</sup> und Heizwerte<sup>6</sup>.

Transportierte Güter	Anteil an der	Heizwert	[MJ/kg]
	Transportleistung		COV
	[%]	$\mu$	
Güter ohne Heizwert	27.44	0	-
Getreide	0.56	17	0.15
Kartoffeln, frische Früchte, sonstiges Gemüse	2.02	4	0.15
lebende Tiere; Zuckerrüben	0.51	17	0.3
Holz und Kork	3.63	20	0.13
Spinnstoffe und Textilabfälle	0.78	19	0.4
Nahrungs- und Futtermittel	18.34	14	0.3
Ölsaaten, Ölfrüchte und Fette	0.24	40	0.2
feste mineralische Brennstoffe	0.08	30	0.2
rohes Erdöl	0.01	44	0.1
Mineralölerzeugnisse	4.30	40	0.2
natürliche und chemische Düngemittel	0.46	9	0.15
Grundstoffe der Kohle- und Petrochemie, Teere	0.26	40	0.35
chemische Erzeugnisse	4.91	40	0.3
Zellstoff, Altpapier	0.89	13	0.15
Fahrzeuge und Maschinen, Motoren	5.92	10	0.15
Glas, Glaswaren, mineralische Erzeugnisse	1.21	29	0.1
Leder, Textilien, Bekleidung	14.92	20	0.25
sonstige Waren	13.51	30	0.7

<sup>6</sup> Mittelwerte der Heizwerte aus: Kammer der Technik (Deutschland DDR) Fachausschuss Bautechnischer Brand-Blitz- und Explosionsschutz (1979) Brandschutz, Explosionsschutz aus Forschung und Praxis. Berlin, Staatsverlag der DDR.Variationskoeffient unter Beachtung der Zusammensetzung der Gütergruppen geschätzt.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Quelle der Daten: Bundesamt für Statistik, BfS, Schweizerische Verkehrsstatistik

## 5. Modellierung der Widerstände

Zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit von Bauteilen mit den unter Verwendung der Methoden der strukturellen Zuverlässigkeit (vgl. Kapitel 3.2) ist das Versagenskriterium zu definieren.

Der Widerstand wird beschrieben über geeignete physikalische Modelle sowie die Eigenschaften des Materials. Informationen über die folgenden Eigenschaften ermöglichen die adäquate Beschreibung des Widerstandes (Melchers (2002)):

- Statistische Charakteristiken der Festigkeit und der E-Modul des Materials
- Statistische Eigenschaften der Dimensionen
- Geeignete physikalische Modelle
- Informationen über zeitabhängige Veränderung der Materialeigenschaften und Schädigungsprozesse
- Einfluss der Herstellungsverfahren auf die Materialeigenschaften
- Einfluss von Inspektionen und Unterhalt auf die Materialeigenschaften
- Räumliche Korrelation zwischen den Materialeigenschaften

Hinweise über die statistischen Eigenschaften der Festigkeiten und des E-Moduls ist im Probabilistic Model Code *PMC* (JCSS (2001)). Für die meisten Bauwerke in der Strasseninfrastruktur ist die Kenntnis der Betoneigenschaften von Interesse. Auf die Beschreibung der statistischen Eigenschaften für bestehende Betonbauwerke wird im Kapitel 5.1 eingegangen. Liegen keine anderen Informationen über die Festigkeit vor, so können die Modelle des *PMC* verwendet werden. Für detailliertere Analysen besteht die Möglichkeit Probekörper aus bestehenden Bauwerken zu entnehmen und die Festigkeit an Prüfkörpern zu überprüfen. Die Modelle des *PMC* können als *a-priori* Verteilung verwendet werden und mit den zusätzlichen Informationen aktualisiert werden.

Bei der Modellierung der Widerstände ist zu beachten, dass neben den Materialeigenschaften auch die Dimensionen der Bauteile streuen. Dieser Unsicherheit wird Rechnung getragen, indem die Dimensionen der Bauteile als Zufallsvariablen betrachtet werden. Die Unsicherheiten sind abhängig von der Bauart des Bauteiles, von der Form und von der Position des Querschnitts im Bauteil. Vorfabrizierte Bauteile sind geringeren Streuungen unterworfen als Bauteile, die vor Ort hergestellt wurden. Zu den Dimensionen des Bauteiles gehören auch Unsicherheiten in der Lage der Bewehrung und der Betonüberdeckung (JCSS (2001)) . Die Beschreibung der Bauteilabmessungen kann gemäss *PMC* erfolgen.

Geeignete physikalische Modelle müssen den Versagensmechnismus hinreichend genau beschreiben. Neben den bestehenden Modellen, die auch zur Bemessung verwendet werden, kann das Tragverhalten auch mittels Finiter-Elemente-Programme bestimmt werden. Physikalische Modelle sind vielfältig und die Genauigkeit der Ergebnisse unterscheidet sich je nach angewendetem Modell. Wird ein linear-elastisches Modell verwendet, wird die tatsächliche Versagenswahrscheinlichkeit unterschätzt. Es besteht ein Bias des Ergebnisses. Dieser Bias, die bei einfachen Modellen auftreten kann sowie die grösseren Unsicherheiten müssen berücksichtigt werden. Liegen Informationen über die Widerstände vor, können die Unsicherheiten und der Bias bestimmt

werden. Liegen keine Informationen vor, muss der Bias und die Unsicherheiten subjektiv abgeschätzt werden. Dazu kann auch der Vergleich mit genaueren Modellen dienen. Je Genauer das physikalische Modell ist, desto kleiner sind auch die Unsicherheiten und auch der Bias.

Zu den zeitabhängigen Materialeigenschaften zählen z.B. Kriechen, Schwinden und Relaxation aber auch Schädigungsprozesse wie z.B. Korrosion. Es besteht eine Vielzahl von Modellen, um diese Effekte in der strukturellen Zuverlässigkeitsanalyse zu berücksichtigen. Hinweise zur Modellierung für Stahl- und Spannbeton sind in z.B. in Gehlen (2000) und in Maes et al. (2001) gegeben und DuraCrete (1999).

Informationen über die letzten drei Einflussgrössen auf die Widerstände sind schwer zu erhalten. Sind Modelle bekannt und verfügbar, sollten diese berücksichtigt werden. Andernfalls können diese auch, durch Abschätzung in den anderen Modellunsicherheiten berücksichtigt werden.

## 5.1. Ältere Normengenerationen

Viele der bestehenden Bauwerke sind unter Verwendung älterer Normen gebaut worden. Infrastrukturen, die im Bereich der Nationalstrassen heute noch im Gebrauch sind, sind selten älter als 40 Jahre. Die Normen und die Bemessungskonzepte haben sich jedoch in diesen Jahren grundlegend verändert. In Tabelle 13 sind die verschiedenen gültigen Betonnormen seit 1956 zusammengestellt. Einen Überblick über ältere Normen gibt SIA (1994).

Тарене	13. Guillge Belonnormen sell 1
Jahr	Norm
1956	SIA 162:1956 (1956)
1968	SIA 162:1968 (1968)
1976	SIA 162:1976/34 (1976)
1976	SIA 162:1976/35 (1976)
1989	SIA 162:1989 (1993)
1993	SIA 162:1993 (1993)
2003	SIA 262:2003 (2003)

Tabelle 13: Gültige Betonnormen seit 1956.

In Abbildung 58 ist die relative Häufigkeit der Brücken, Überführungen und Unterführungen nach ihrem Genehmigungsjahr seit 1965 dargestellt (Quelle: Brückenstatistik ASTRA, Stand 2004, unveröffentlicht). Die Abbildung verdeutlicht, dass ein Grossteil der bestehenden Brücken, Überführungen und Unterführungen in der Zeit gebaut wurden, in denen die SIA 162:1968 gültig war (ca. 43 %). Ungefähr 26% wurde zurzeit der Gültigkeit der SIA 162:1976/34 erbaut. Weitere 13% wurden unter Verwendung der SIA 162:1989 bzw. SIA 162:1993 bemessen.

#### 5. Modellierung der Widerstände

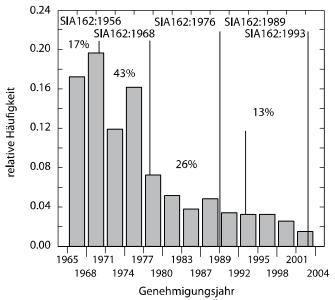


Abbildung 58: relative Häufigkeit der genehmigten Brücken, Über- und Unterführunge nach Genehmigungsjahr (Quelle: ASTRA 2007).

Auch die bestehenden Steinschlag und Lawinengalerien wurden weitestgehend unter der Verwendung der SIA 162:1968 und der SIA 162:1956 erbaut. Die verwendete Datenbank beinhaltet 314 Einträge für Galerien (Schellenberg und Vogel (2005)). Hierin sind zum Teil auch Tunnelportale mit berücksichtigt worden. Die Datenbank umfasst die Baujahre von 314 Galerien in der Schweiz. Die älteste Galerie wurde bereits 1895 erbaut. Betrachtet man die Zeitspanne von 1965 bis 2004, in der insgesamt 221 Galerien gebaut wurden, so wurden 14% der Galerien unter Verwendung der SIA 162:1956 erbaut, 30% mit der SIA 162:1968 weitere 36% unter verwendung der SIA 162:1976/34 und 19% mit der SIA 162:1989. Lediglich 1% der Galerien wurde unter Verwendung der neusten Normen geplant und gebaut. 93 Galerien wurden vor 1965 erbaut. 1935 wurde die SIA 112:1935 eingeführt, die die Ausführung und Berechnung von Stahl, Beton und Eisenbeton regelte. Vor dieser Zeit gab es lediglich Verordnungen und provisorische Baunormen. Aus dieser zeit stammen noch 11 Gallerien.

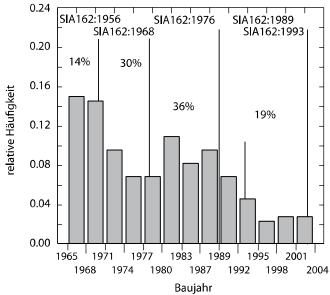


Abbildung 59: relative Häufigkeit des Baujahres von Steinschlag und Lawinengalerien in der Schweiz.

Für die Ermittlung und Beurteilung von Risiken bedeutet dies, dass für die Modellierung der Widerstände die Baustoffeigenschaften aus diesen Jahren bekannt sein müssen. Da für Kunstbauten im Allgemeinen die SIA 162 bzw. die SIA 262 für die Bemessung massgebend ist, wird im Folgenden auf diese Normen eingegangen. Das prinzipielle Vorgehen und die Anpassungen von älteren Normen auf ein probabilistisches Format können analog zu den hier gezeigten Ausführungen erfolgen.

Die Widerstände beziehen sich jedoch auf den Zeitpunkt der Erbauung. Die zeitabhängige Reduktion der Widerstände ist in der Modellierung durch geeignete Modelle zu berücksichtigen.

## 5.1.1. Bemessungskonzept der zulässigen Spannungen

In älteren Normen wurde das Konzept der zulässigen Spannungen verwendet. Dabei werden die Unsicherheiten in den Variablen nicht berücksichtigt. Bei diesem Bemessungskonzept werden die Bemessungsgrössen als bekannt und auf der sicheren Seite liegend angenommen. Die Sicherheit wird über einen Sicherheitskoeffizienten erreicht. Es ist ein deterministisches Bemessungskonzept und wird im Folgenden kurz erläutert.

Im Allgemeinen gilt der Nachweis der Sicherheit nach dem Konzept der zulässigen Spannungen als erbracht, wenn die folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\sigma_{\text{vorh}, i} \le \frac{\sigma_{\text{max}, i}}{S_i} = \sigma_{\text{zul}, i} \tag{5.1}$$

Hierin bezeichnet  $\sigma_{\text{vorh},i}$  die vorhandene Spannung,  $\sigma_{\max,i}$  die maximal zulässige Spannung und  $s_i$  den Sicherheitskoeffizienten für den Querschnitt i. Dieser ist ein Produkt aus einem Sicherheitsfaktor für die Last  $s_1$  und einem Sicherheitsfaktor für den Querschnitt  $s_{2,i}$ .

$$S_i = S_1 \cdot S_{2,i} \tag{5.2}$$

Die Normen geben meist direkt die zulässigen Spannungen  $\sigma_{zul,i}$  an. In diesen sind die Sicherheitsbeiwerte schon berücksichtigt. Der Sicherheitsfaktor  $s_i$  kann durch Versuche oder Erfahrungen bestimmt und festgelegt werden. In der Regel legen diese Sicherheitsfaktoren die Normenkommissionen fest (Melchers (2002)). Bei diesem Konzept wird angenommen, dass ein Versagen des Querschnitts i eintritt, wenn Gleichung (5.1) nicht erfüllt ist. Das tatsächliche Versagen wird aber durch die tatsächlichen Spannungen und die tatsächlich vorhandenen Materialeigenschaften im Querschnitt i bestimmt.

Die tatsächlichen Spannungen unterscheiden sich von den Berechneten aufgrund der getroffenen Annahmen und Vereinfachungen in der Bemessung. Die Tragsysteme werden für die Bemessung idealisiert und das Verhalten des Tragwerks wird ideal elastisch angenommen. Spannungsumlagerungen, Spannungsspitzen sowie Massstabseffekte und Randbedingungen in Gelenken werden vernachlässigt.

Die bestimmenden Materialeigenschaften werden aus Versuchen ermittelt. Die Versuche können das tatsächliche Verhalten im Bauwerk nicht korrekt abbilden. Meist werden aus Versuchen mit

#### 5. Modellierung der Widerstände

kleinen Probekörpern die Ergebnisse auf reale Tragstrukturen extrapoliert. All diese Effekte werden beim Konzept der zulässigen Spannungen nicht berücksichtigt.

Um eine Zuverlässigkeitsanalyse durchführen zu können, wird aus Gleichung (5.1) eine Grenzzustandsfunktion entwickelt, indem die Ungleichung durch eine Gleichung ersetzt wird.

$$\frac{\sigma_{\text{max,i}}}{S_{i}} - \sigma_{\text{vorh,i}} \ge 0 \Rightarrow g(\mathbf{x}) = \frac{\sigma_{\text{max,i}}}{S_{i}} - \sigma_{\text{vorh,i}} = 0 \tag{5.3}$$

Durch Einführung einer Bemessungsvariable d lässt sich Gleichung (5.3) umschreiben zu:

$$g(\mathbf{x}) = d_i \cdot \frac{\sigma_{\text{max},i}}{S_i} - \sum_j P_j = 0 \tag{5.4}$$

Die vorhandenen Spannungen resultieren dabei aus der Summe aller Einwirkungen  $P_j$ , die am Bemessungsquerschnitt  $d_i$  wirken. Allgemein lässt sich die Grenzzustandsgleichung schreiben als:

$$G = R - S \tag{5.5}$$

Der Widerstand ist repräsentiert durch R und die Summe aller Einwirkungen durch S.

## 5.1.2. Bemessung nach dem Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte

In den neueren Normengenerationen wurde das Konzept der zulässigen Spannungen vom Konzept der Teilsicherheitsteilbeiwerte abgelöst. Verschiedene Versionen dieses Konzeptes fanden in unterschiedlichen Normen Anwendung (siehe z.B. SIA 262:2003, AASHTO (2005) oder EN 1990 (2002)). Das Konzept hinter diesen Anwendungen ist prinzipiell aber gleich (Faber und Sørensen (2003)). Es basiert auf einer probabilistischen Formulierung der Grenzzustandsfunktion. Die Grundideen werden im Folgenden kurz erläutert.

Die Einwirkungen auf Tragwerke können durch Verteilungsfunktionen  $f_s(\cdot)$  repräsentiert werden. Im Allgemeinen verändern sich die Lasten auf ein Tragwerk mit der Zeit. Sie können durch einen nicht stationären stochastischen Prozess beschrieben werden, da Mittelwert der Einwirkung mit der Zeit steigt.

Der Widerstand des Querschnitts kann durch Verteilungsfunktionen  $f_R(\cdot)$  beschrieben werden. Gibt es keine Veränderungen über die Zeit wie Alterung oder Ermüdung, so bleibt der Mittelwert des Widerstandes über die Zeit konstant. In realen Tragwerken nimmt der Mittelwert des Widerstandes über die Zeit ab.

Der Zeitaspekt wird vereinfachend bei der Bemessung meist nicht berücksichtigt. Um dem Zeitaspekt Rechnung zu tragen, wird angenommen, dass das Tragwerk der maximalen Last, die im Bemessungsintervall [0,T] auftreten kann, widerstehen kann. Diese maximale Last kann daher durch eine Extremwertverteilung modelliert werden. Diese Transformation ermöglicht es, ein

zeitvariantes Problem zeitinvariant zu betrachten. Die Last für den Grenzzustand der Tragfähigkeit wird in diesem Fall für einen Referenzzeitraum *n* modelliert (vgl. auch Kap. 3.2).

Die Eigenlast ist nicht veränderlich mit der Zeit. Sie ist in einem Zeitintervall konstant und kann durch eine Normalverteilung modelliert werden.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Tragwerksteil versagt, kann nun ermittelt werden durch:

$$p_f = P(R \le S) = P(R - S \le 0) \tag{5.6}$$

In den zuverlässigkeitsbasierten Normen sind die Bemessungsgleichungen für verschiedene Grenzzustände vorformuliert. Das typische Format der Grenzzustandsgleichung mit nur einer veränderlichen Einwirkung ist:

$$g = d \cdot \frac{R_k}{\gamma_m} - \left(\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k\right) = 0 \tag{5.7}$$

mit

- d Bemessungswert
- $R_k$  charakteristischer Wert des Widerstands
- G<sub>k</sub> charakteristischer Wert der ständigen Einwirkungen
- $Q_k$  charakteristischer Wert der veränderlichen Einwirkungen
- $\gamma_{G}$  Sicherheitsbeiwert für die ständigen Einwirkungen
- $\gamma_o$  Sicherheitsbeiwert für die veränderlichen Einwirkungen
- $\gamma_m$  Sicherheitsbeiwert für den Widerstand

Mehrere veränderliche Lasten werden mittels Kombinationsbeiwerten  $\psi$  berücksichtigt. Diese Kombinationsbeiwerte tragen dem Aspekt Rechnung, dass es sehr unwahrscheinlich ist, dass das Maximum mehrerer veränderlicher Einwirkungen gleichzeitig erreicht wird.

In den Normen werden die Verteilungsfunktionen der Einwirkung durch ihren charakteristischen Wert repräsentiert. Für die Bemessung bedeutet dies, dass die Einwirkung mit einer geringen Wahrscheinlichkeit (z.B. 5%) über dem charakteristischen Wert liegt. Die Wahl des Quantils für den charakteristischen Wert dient der praktischen Bemessung. Sie besitzt jedoch keine tiefere Bedeutung.

Die partiellen Sicherheitsbeiwerte werden so kalibriert, dass sie ein bestimmtes Sicherheitsniveau erfüllen (Faber und Sørensen (2003)). Dieses Sicherheitsniveau kann in Abhängigkeit von den Konsequenzen bei Versagen und den Investitionen in sicherheitserhöhende Massnahmen bestimmt werden (vgl.: JCSS (2001)).

Um die Widerstände modellieren zu können, werden zunächst aus den bestehenden Normen die zugrunde liegenden charakteristischen Werte bestimmt.

## 5.1.3. Bemessung nach SIA262:2003

Die Bemessung in der SIA 262:2003 entspricht dem Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte. Der Bemessungswert der Baustoffeigenschaft nach SIA 262:2003 kann allgemein angegeben werden zu:

$$X_d = \frac{\eta \cdot X_k}{\gamma_m} \tag{5.8}$$

Hierin ist  $X_k$  der charakteristische Wert der Baustoffeigenschaft,  $\gamma_m$  der Partialfaktor, der die ungünstige Abweichung der Baustoffeigenschaft von ihrem charakteristischen Wert berücksichtigt.  $\eta$  berücksichtigt Baustoffcharakteristiken wie zum Beispiel Langzeitverhalten, Massstabseffekte oder die Bruchart. In der SIA 262:2003 geht der Faktor  $\eta$  erst bei hochfesten Betonen in die Berechnung ein. Bei normalfesten Betonen werden diese Effekte in der SIA 262:2003 nicht berücksichtigt.

Nach DIN 1045-1:2001 (2001), die dem nationalen Anwendungsdokument des Eurocodes entspricht, ist der Faktor  $\eta$  mit  $\alpha$  bezeichnet. Dieser Faktor ist jedoch unabhängig von der Betonfestigkeit zu berücksichtigen.

Der Sicherheitsfaktor  $\gamma_m$  berücksichtigt die Baustoffeigenschaft. Für Beton ist  $\gamma_m = 1.5$  anzusetzen, für Stahl ist  $\gamma_m = 1.15$ . Die unterschiedlichen Werte berücksichtigen die unterschiedlichen Streuungen im Material selbst, als auch die Streuung der Eigenschaft, die sich durch die Verarbeitung (z.B. Herstellung und Einbau) ergeben.

Die Einwirkungen werden ebenfalls über ihre charakteristischen Werte definiert. Für die ständigen Lasten wird der Mittelwert der Bemessung zugrunde gelegt. Die charakteristischen Lasten der veränderlichen Einwirkungen entsprechen dem 98%-Quantil ihrer Verteilungen.

#### **Beton nach SIA 262:2003**

Die SIA 262:2003 (2003) unterscheidet eine Vielzahl unterschiedlicher Betone. Die Klassifizierung erfolgt nach den charakteristischen Werten der Festigkeit. Die Abkürzung LC indiziert, dass es sich um einen Leichtbeton handelt. Betone mit der Bezeichnung B sind Normalbetone. Die erste Zahl nach der Bezeichnung gibt die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit (5%-Quantil) an. Die zweite Zahl gibt den charakteristischen Wert der Würfeldruckfestigkeit an. Zur Modellierung der Festigkeit des Betons kann eine Log-Normalverteilung angenommen werden.

In Tabelle 14 sind die Parameter der Log-Normalverteilung ( $\lambda$  und  $\xi$ ) zur Modellierung der Zylinderdruckfestigkeit von Betonen nach SIA 262:2003 zusammengestellt. Zusätzlich sind die Mittelwerte, die Standardabweichungen und der Variationskoeffizient gegeben. Es ist auffällig, dass bei Betonen mit höherer Festigkeit der Variationskoeffizient deutlich abnimmt.

Tabelle 14: Parameter der Log-Normalverteilung zur Modellierung der Zylinderdruckfestigkeit für unterschiedliche Betone nach SIA 262:2003.

Beto	Betonsorte		5	$\mu_{\scriptscriptstyle zyl}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle zyl}$	COV
				$N / mm^2$	$N / mm^2$	
LC12/13	C12/15	2.95	0.29	20	5.83	0.29
LC16/20	C16/20	3.15	0.23	24	5.60	0.23
LC20/25	C20/25	3.31	0.19	28	5.46	0.20
LC25/30	C25/30	3.48	0.16	33	5.34	0.16
LC30/37	C30/37	3.63	0.14	38	5.27	0.14
LC35/45	C35/45	3.75	0.12	43	5.21	0.12
LC40/50	C40/50	3.87	0.11	48	5.17	0.11
LC45/55	C45/55	3.97	0.1	53	5.13	0.10
LC50/60	C50/60	4.06	0.09	58	5.11	0.09

## Bewehrungsstahl nach SIA 262:2003

In der SIA 262:2003 werden drei Bewehrungsstähle unterschieden, der B500A, der B500B sowie der B450C. Die Zahl in der Bezeichnung gibt die charakteristische Festigkeit des Stahles an. Der Buchstabe am Ende der Bezeichnung gibt Aufschluss über die Duktilitätsklasse des Bewehrungsstahls.

Tabelle 15: Parameter der Log-Normalverteilung zur Modellierung der Zugfestigkeit für Bewehrungsstahl nach SIA 262:2003.

Stahlsorte	λ	ξ	μ	σ	COV
			$N / mm^2$	$N / mm^2$	
B500A	6.33	0.07	562.31	39.36	0.07
B500B	6.33	0.07	562.31	39.36	0.07
B450C	6.22	0.07	506.08	35.43	0.07

Die Zugfestigkeit der Bewehrung kann mit einer Log-Normalverteilung modelliert werden. Die Parameter der Verteilung sowie die Standardabweichung, der Mittelwert und der Variationskoeffizient sind in Tabelle 15 zusammengestellt. Die Streuungen des E-Moduls des Betonstahls sind relativ gering. Vereinfachend kann dieser Wert als deterministisch angenommen werden.

### Spannstahl nach SIA 262:2003

Die probabilistische Modellierung des Spannstahles kann direkt über die in der Norm gegebene Zugfestigkeit erfolgen. Es kann angenommen werden, dass die Zugfestigkeit mit einem Variationskoeffizienten von 0.025 normalverteilt ist (JCSS (2001)). Die Spannstahlfläche kann ebenfalls als normalverteilt mit einem Variationskoeffizient von 0.025 angenommen werden. Die Relaxation im Spannstahl kann über bestehende Modelle berechnet werden. Die Spannkraftverluste können zum Zeitpunkt t als normalverteilt mit einem Variationskoeffizient von 0.3 angenommen werden.

## 5.1.4. Bemessung nach SIA162:1989/1993

Die SIA 162:1989 mit der Teilrevision im Jahre 1993 ist die erste Beton-Norm in der Schweiz, in der das Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte Anwendung fand. Frühere Normengenerationen basierten auf dem Konzept der zulässigen Spannungen.

#### **Beton nach SIA 162:1989**

Die SIA 162:1989 unterscheidet zwischen Leichtbetonen (LB) und Normalbetonen (B). Der Bezeichnung der Betone folgen nach dieser Spezifikation zwei Werte. Der erste Wert entspricht dem Mittelwert der Würfeldruckfestigkeit ausgehend von einem geforderten Mindestwert. Der zweite Wert ist der Mindestwert der Würfeldruckfestigkeit und entspricht dem 2%-Quantil. Unter der Annahme, dass die Betonfestigkeit einer Log-Normalverteilung folgt, können mit diesen Angaben die Parameter der Verteilung bestimmt werden. In Tabelle 16 sind diese Parameter sowie der Mittelwert, die Standardabweichung und der Variationskoeffizient für die unterschiedlichen Betone angegeben. Die Festigkeiten in Tabelle 16 beziehen sich auf die Zylinderdruckfestigkeit des Betons.

	Betonsorte		λ	ξ	$\mu_{\scriptscriptstyle zyl}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle zyl}$	COV
					$N / mm^2$	$N / mm^2$	
LB	320/10		2.78	0.31	17.00	5.46	0.32
LB	325/15	B25/15	3.03	0.24	21.25	5.07	0.24
LB	30/20	B30/20	3.22	0.19	25.50	4.86	0.19
LB	35/25	B35/25	3.38	0.16	29.75	4.72	0.16
LB	340/30	B40/30	3.52	0.14	34.00	4.63	0.14
I B	345/35	B45/35	3.64	0.12	38.25	4.57	0.12

Tabelle 16: Parameter der Log-Normalverteilung für Betone nach SIA 162:1989.

#### Bewehrungsstahl nach SIA 162:1989

Die SIA 162:1989 unterscheidet drei verschiedene Bewehrungsstähle, den S235, den S500 und den S550. Der Wert gibt den charakteristischen Wert der Zugfestigkeit an. Der charakteristische Wert korrespondiert zum 5%-Quantil der Verteilung der Zugfestigkeit. Es kann angenommen werden, dass die Zugfestigkeit einer Log-Normalverteilung folgt. Die Parameter der Log-Normalverteilung für die drei Bewehrungsstähle sind in Tabelle 17 zusammengestellt.

Tabelle 17: Parameter der Log-Normalverteilung für Bewehrungsstähle nach SIA 162:1989.

Stahlsorte	λ	σ	μ	σ	COV	
			$N/mm^2$	$N / mm^2$		

Stahlsorte	λ	$\sigma$	μ	$\sigma$	COV
			$N / mm^2$	$N / mm^2$	
S235	5.57	0.07	264.29	18.50	0.07
S500	6.33	0.07	562.31	39.36	0.07
S550	6.42	0.07	618.54	43.30	0.07

#### Spannstahl nach SIA 162:1989

Die probabilistische Modellierung des Spannstahles und der Spannkraft kann analog zu den Ausführungen für die SIA 262:2003 erfolgen. Die SIA 162:1989 spezifizieren deutlich weniger Spannstähle als die neuere Norm. Die Zugfestigkeiten können der Norm entnommen werden.

## 5.1.5. Bemessung nach SIA162:1976/34

Die SIA 162:1976/34 und die SIA 162:1976/35 waren die ersten Beton-Normen in der Schweiz, in der das Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte Anwendung fand. Frühere Normengenerationen basierten auf dem Konzept der zulässigen Spannungen. In dieser Revision der Norm SIA 162:1968 wurden die Parameter der Materialkennwerte und die Materialien selbst nicht neu genormt. Diese können dem folgenden Kapitel entnommen werden.

## 5.1.6. Bemessung nach SIA162:1968

Das Bemessungskonzept der SIA 162:1968 basiert auf dem Konzept der zulässigen Spannungen. Die Spannungen aus den Einwirkungen werden mit den zulässigen Spannungen verglichen. Die zulässigen Spannungen ergeben sich dabei aus den maximalen Spannungen, die durch einen Sicherheitsbeiwert reduziert werden. Die Einwirkungen werden durch ihren Mittelwert repräsentiert. Da das Konzept der zulässigen Spannungen nicht auf probabilistischen Überlegungen basiert, werden in den folgenden Kapiteln neben den Parametern der Verteilungsfunktionen auch die äquivalenten Sicherheitsbeiwerte berechnet. Dies ermöglicht indirekt den Vergleich zwischen den Normkonzepten. In der Regel sind aussergewöhnliche Einwirkungen in der Bemessung älterer Bauwerke nicht berücksichtigt oder nicht adäquat bestimmt worden. Daher kann nicht direkt beurteilt werden, ob das Risiko akzeptiert werden kann. Eine probabilistische Berechnung ist zur Bestimmung des Risikos in diesen Fällen notwendig.

#### **Beton nach SIA 162:1968**

Nach Art. 205 der SIA 162:1968 werden generell drei verschiedene Betonsorten unterschieden: normaler Beton (BN), hochwertiger Beton (BH) und Spezialbeton (BS). Diese Betonsorten unterscheiden sich bei gegebener Zementdosierung hauptsächlich durch:

- Art und Umfang der durchzuführenden Prüfungen
- Nennwert der Würfeldruckfestigkeiten
- Frostbeständigkeit und Wasserdichtigkeit

Nach Norm dürfen die Betonsorten BH und BS nur bei besonderer Überwachung während der gesamten Dauer der Herstellung verwendet werden. In den Jahren nach 1968 wird daher der BN den grössten Anteil am Gesamtvolumen des verbauten Betons gehabt haben. Für diesen Beton werden zunächst die Parameter der Verteilung  $f_R(\bullet)$  des Widerstandes ermittelt.

Unter Annahme einer Log-Normalverteilung des Widerstandes (vgl. JCSS (2001)) entspricht die in der Norm SIA 162:1968 spezifizierte Nennfestigkeit des Betons dem 16% - Quantilwert der Verteilung. Des Weiteren wird spezifiziert, dass nur höchstens ein Prozent der Prüfwerte der Würfeldruckfestigkeit unter einem Mindestwert liegen darf. Aus diesen Anforderungen können die Parameter der Verteilung bestimmt werden (Gleichung (5.9)). Die Parameter der Verteilung sind in Tabelle 1 auf Seite 49 zusammengestellt.

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\xi}\right) \tag{5.9}$$

Tabelle 18: Parameter der Verteilung der Betonwürfeldruckfestigkeit nach SIA 162:1968 für verschiedene Betone.

	Parameter									
Beton	λ	ع	$\mu_{cube}$	$\mu_{\scriptscriptstyle cube}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle cube}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle cube}$	COV			
	7.	7	$kg/cm^2$	$N / mm^2$	$kg/cm^2$	$N / mm^2$				
BN	5.513	0.2160	253.8	24.90	55.46	5.44	0.22			
BH	5.870	0.1675	359.4	35.25	60.64	5.94	0.17			
BS	6.048	0.1220	426.5	41.84	52.24	5.12	0.12			

Dieser Beton BN kann beispielsweise mit einem heutigen Beton der Bezeichnung C12/15  $(LN(23/4.9^2))$  verglichen werden.

Die SIA162:1968 basiert auf dem Konzept der zulässigen Spannungen. Die Bemessungsgleichung kann analog zu Gleichung (5.1) angegeben werden zu:

$$vorh \sigma \le zul \sigma$$
 (5.10)

Wobei  $vorh\sigma$  die Spannungen bezeichnet, die aus der Bemessungslast resultieren und  $zul\sigma$  den Bemessungswert des Widerstandes repräsentiert. Die zulässigen Spannungen für einen BN sind in der SIA 162:1968 in Art. 306 gegeben. Sie betragen  $50 \, kg \, / \, cm^2$  im Schwerpunkt des Querschnitts und  $75 \, kg \, / \, cm^2$  am Querschnittsrand. Mit Hilfe der zulässigen Spannungen kann ein Sicherheitsbeiwert  $\gamma_c$  ermittelt werden. Mit den Parametern, die in Tabelle 18 gegeben sind, wird das 5%-Quantil der Betonfestigkeit berechnet. Dieses 5%-Quantil entspricht dem charakteristischen Wert des Widerstandes von Beton nach SIA 262:2003 (2003) und ist daher mit ck indiziert.

$$f_{ck,162} = 16.90 \ N / mm^2 \tag{5.11}$$

Die Umrechnung der zulässigen Spannungen im Schwerpunkt des Querschnitts ergibt sich zu:

$$\sigma_s = 50 \text{ kg} / \text{cm}^2 \approx 4.98 \text{ N} / \text{mm}^2 = f_{cd.162}$$
 (5.12)

Der Sicherheitsbeiwert für Druck im Schwerpunkt kann damit zu

$$f_{cd,162} = \frac{f_{ck,162}}{\gamma_{c,162}} \tag{5.13}$$

berechnet werden. Dieser Sicherheitsbeiwert  $\gamma_{c,162}$  enthält sowohl einen Faktor für die Last als auch für den Querschnitt. Die SIA 162:1968 unterscheidet daher verschiedene Lastfälle. Da für aussergewöhnliche Einwirkungen nur die Hauptbelastungen betrachtet werden, sind hier lediglich diese aufgeführt. Zusätzlich sind für die Randspannungen höhere Spannungen zulässig. Bei Bauteilen mit geringen Abmessungen sind die zulässigen Spannungen abzumindern. Als Bauteile mit geringen Abmessungen versteht die SIA 162 1968 Stützen mit Abmessungen kleiner als 25 cm, Wände, deren Dicke kleiner als 16 cm ist, sowie Balken, Plattenbalken, Kastenquerschnitte, Platten, deren Stärke kleiner als 12 cm ist. Die Reduktion der zulässigen Spannungen führt dazu, dass der Sicherheitsbeiwert höher liegt. In Tabelle 19 sind die zur SIA 269:2003 korrespondierenden Sicherheitsteilbeiwerte tabelliert. Der Index *red* bezeichnet die Fälle, in denen die zulässigen Spannungen infolge geringer Bauteilabmessungen reduziert werden müssen.

Des Weiteren ist zu beachten, dass nach den heutigen Normen die Zylinderdruckfestigkeit verwendet wird. In der SIA 162:1968 (1968) sind Würfeldruckfestigkeiten angegeben. Eine approximative Beziehung zwischen Würfeldruckfestigkeit und Zylinderdruckfestigkeit kann nach Sigrist (2003) angegeben werden zu:

$$f_{ck} \approx 0.85 \cdot f_{ck,cube} = 0.85 \cdot 16.90 \ N / mm^2 = 14.365 \ N / mm^2$$
 (5.14)

Die Parameter der Verteilung der Zylinderdruckfestigkeit sind in Tabelle 19 gegeben.

Tabelle 19: Parameter der Verteilung der Zylinderdruckfestigkeit eines Betons nach SIA 162:1968 und die zugehörigen Sicherheitsbeiwerte.

		Schwe	rpunkt	Ra	nd		
	$\mu_{\scriptscriptstyle zyl}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle zyl}$	$f_{ck}$	$\gamma_c$	$\gamma_{c,red}$	$\gamma_c$	$\gamma_{c,red}$
	$N / mm^2$	$N / mm^2$	$N / mm^2$	/ c	7 c,red	<i>1</i> c	<b>I</b> c,red
BN	21.03	4.63	14.50	3.48	4.34	2.32	2.90
BH	29.96	5.05	22.40	3.59	4.48	2.24	2.99
BS	35.56	4.35	28.90	3.69	4.62	2.31	3.07

#### Bewehrungsstahl nach SIA 162:1968

Die Anforderungen an Stahleinlagen der SIA 162:1968 sind in Art. 2.11 definiert. Der Mindestwert der Streckgrenze ( $\varepsilon$  = 2 ‰) beträgt 4300 kg /  $cm^2$  für die Gruppe III a,b. Unter dieser Bezeichnung sind Armierungsstähle mit Rippen oder Profilierung zusammengefasst. Die Zusatzbezeichnung a steht dabei für naturharten Stahl und b bezeichnet Stähle, die kaltverformt wurden. Der Nennwert für diese Gruppe ist mit 4600 kg /  $cm^2$  angegeben. Der Nennwert einer Produktion darf von höchstens 5% der produzierten Stähle unterschritten werden. Der Mindestwert darf in Einzelfällen bei grosser Anzahl von Prüfungen unterschritten werden. Es wurde angenommen, dass diese Einzelfälle ca. 0.5% aller Fälle betragen.

Unter der Annahme, dass die Streckgrenze log-normalverteilt ist, können die Parameter der Verteilung der verwendeten Stähle berechnet werden (Gleichung (5.9)). Die Parameter, die Mittel-

#### 5. Modellierung der Widerstände

werte und die Standardabweichungen sind in Tabelle 20 zusammengestellt. Es ist anzumerken, dass der Variationskoeffizient für Stahl, berechnet nach den Anforderungen der SIA 162:1968 (1968), den heutigen Stählen entspricht (vgl. JCSS (2001)).

Tabelle 20: Parameter der Log-Normalverteilung der Streckgrenze des Armierungsstahls nach SIA 162:1968.

	Parameter						
Stahl- gruppe	λ	ξ	μ	$\mu = f_{ym}$	$\sigma$	$\sigma$	COV
gruppe			$kg/cm^2$	$N / mm^2$	$kg/cm^2$	$N / mm^2$	-
I	7.91	0.08	2741.2	268.9	216.7	21.3	0.08
III a) b)	8.55	0.07	5195.7	509.7	376.9	37.0	0.07
IV	8.73	0.08	6207.7	608.9	514.1	50.42	0.08

Der charakteristische Wert der Fliessgrenze der Bewehrung kann unter der Annahme eines 5%-Quantilwertes berechnet werden (siehe Tabelle 21).

Die SIA 162 von 1968 definiert in Art 3.07 die zulässigen Spannungen in der Bewehrung. Diese dürfen unter Hauptbelastungen (nach Art 3.02 sind dies Eigengewicht, ständige Lasten, Nutzund Verkehrslasten und Schneelasten) diese Spannungen  $\sigma_e$  nicht überschreiten.

Tabelle 21: Charakteristischer Widerstand, zulässige Spannungen und Sicherheitsfaktoren für Bewehrungsstahl nach SIA 162:1968 in Abhängigkeit vom verwendeten Beton.

Stahlgruppe	und Beton-	Parameter			
SO	rte	$f_{yk}$	$\sigma_{_{e}}$	$\sigma_{_{e}}$	$\gamma_{\scriptscriptstyle S}$
		$N / mm^2$	$kg/cm^2$	$N / mm^2$	-
I	BN	235.4	1400	137.3	1.71
	BH/BS	235.4	1400	137.3	1.71
III a) b)	BN	451.2	2200	215.8	2.09
	BH/BS	451.2	2400	235.4	1.92
IV	BN	529.7	2400	235.4	2.25
	BH/BS	329.7	2600	255.1	2.08

Unter Zusatzbelastungen versteht die Norm Windlasten, Brems- und Anfahrkräfte. Bei statisch unbestimmten Systemen sind unter Zusatzbelastungen auch Temperaturlastfälle, Belastungen aus dem Schwinden des Betons sowie Zwängungen aus Auflagersenkungen zusammengefasst. Mit Kenntnis der zulässigen Spannungen können die zugehörigen Sicherheitsfaktoren bestimmt werden (siehe Tabelle 21).

## 5.1.7. Bemessung nach SIA 162:1956

Die (SIA 162:1956 (1956)) basiert ebenfalls auf dem Konzept der zulässigen Spannungen. Im Bezug auf die Modellierung der Widerstände sind die Unterschiede zwischen der SIA 162:1968 und der SIA 162:1968 nicht sehr gross.

#### **Beton nach SIA 162:1956**

Die Anforderungen an den Beton sind in der SIA 162:1956 im Art.7 spezifiziert. Es werden hier ebenfalls drei Betonsorten unterschieden, der normale Beton (BN), der Hochwertige Beton (BH) sowie der Spezialbeton (BS). Die Klassifikation richtet sich bei gegebener Zementmenge nach der Würfeldruckfestigkeit nach 28 Tagen. Für Stahlbetone wird eine Mindestzementmenge von 300  $kg/m^3$  vorgeschrieben. Für Spezialbetone sind keine Spezifikationen in der Norm gegeben. In Fällen, in denen dieser Beton verwendet wurde, sind die Würfeldruckfestigkeiten bestimmt, abgenommen und dokumentiert worden.

Unter Annahme einer Log-Normalverteilung der Druckfestigkeit des Betons sind die Parameter der Verteilung in Tabelle 22 zusammengestellt. Die Parameter der Verteilung,  $\lambda$  und  $\xi$ , entsprechen der Modellierung in  $kg/cm^2$ .

Zom	ent-	Parameter						
me	nge	λ	ξ	$\mu_{\scriptscriptstyle cube}$	$\mu_{\scriptscriptstyle cube}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle cube}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle cube}$	COV
kg /	$m^3$	,,,	7	$kg/cm^2$	$N / mm^2$	$kg/cm^2$	$N / mm^2$	COT
300	BN	5.394	0.14	220	21.58	30.97	3.04	0.14
	BH	5.704	0.10	300	29.43	32.69	3.21	0.10
350	BN	5.630	0.14	280	27.47	39.41	3.87	0.14
	BH	5 940	0.11	380	37 27	41 41	4 06	0.11

Tabelle 22: Parameter der Verteilung der Betonwürfeldruckfestigkeit nach SIA 162:1956 für verschiedene Betone.

Für die Modellierung der Widerstände sollten die Zylinderdruckfestigkeiten verwendet werden. Die Mittelwerte und die Standardabweichung der nach SIA 162:1956 genormten Betone sind in Tabelle 23 zusammengestellt. Die Parameter der Log-Normalverteilung können nach Tabelle 1 berechnet werden

Zementmenge kg/m³			Parameter			
		$\mu_{\scriptscriptstyle zyl}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle zyl}$	$f_{ck}$		
kg / m		$N / mm^2$	$N / mm^2$	$N / mm^2$		
300	BN	18.34	2.58	14.43		
	BH	25.01	2.73	20.80		
350	BN	23.35	3.29	18.36		
	BH	31.68	3.45	26.34		

Tabelle 23: Parameter der Verteilung der Zylinderdruckfestigkeit eines Betons nach SIA 162:1956.

### Bewehrungsstahl nach SIA 162:1956

Die Stähle, die in der SIA 162:1956 genormt sind, unterscheiden sich leicht von den Stählen der SIA 162:1968. Die Stahlgruppe I ist in der SIA 162:1956 als normaler, naturharter Baustahl bezeichnet. Die Stahlgruppe IIa) bezeichnet kaltgereckten Baustahl und die Stahlgruppe IIb) hochwertigen naturharten Baustahl. In Tabelle 24 sind die Parameter der Log-Normalverteilung für die nach SIA 162:1956 genormten Stähle zusammengestellt. Die Parameter  $\lambda$  und  $\xi$  beziehen sich auf die Einheit  $kg/cm^2$ . Die Berechnung der Parameter in  $N/mm^2$  kann über den Mittelwert und die Standardabweichung unter Verwendung von Tabelle 1 erfolgen.

	Parameter						
Stahl-	λ	5	μ	$\mu = f_{ym}$	$\sigma$	$\sigma$	COV
gruppe			kg/cm <sup>2</sup>	$N / mm^2$	$kg/cm^2$	$N/mm^2$	-
I	7.95	0.07	2830	278	198	19.44	0.07
II a) h)	8 32	0.07	4128	405	289	28 35	0.07

Tabelle 24: Parameter der Log-Normalverteilung der Streckgrenze des Armierungsstahls nach SIA 162:1956.

Die SIA 162:1956 spezifiziert, dass Stahleinlagen der Gruppe II nur in Verbindung mit hochwertigem Beton (*BH*) verwendet werden darf.

Die Stahlgruppe IIa) und IIb) sind in der SIA 162:1968 nicht mehr genormt. Es kann davon ausgegangen werden, dass dieser Stahl später nicht mehr eingesetzt wurde.

# 5.2. Vergleich der Versagenswahrscheinlichkeiten unterschiedlicher Normengenerationen

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Normengenerationen miteinander verglichen und die Versagenswahrscheinlichkeiten für prinzipielle Bemessungslastfälle berechnet. Die Vergleichbarkeit wird durch eine normierte Berechnung gewährleistet. Die Berechnungen sind somit unabhängig von Tragwerksteilen und den Dimensionen.

# 5.2.1. Versagenswahrscheinlichkeiten für Betondruckzonenversagen

Die Tragfähigkeit von Beton auf Druck stellt einen prinzipiellen Bemessungsfall dar und soll im Folgenden untersucht werden. Dazu werden die Last und der Widerstand normiert. Der Mittelwert der Einwirkungen, bestehend aus Eigengewicht  $P_G$  und einer veränderlichen Last  $P_Q$ , ist ebenfalls normiert und beträgt 1.

Generell werden drei Lastfälle unterschieden. Im Lastfall 1 dominiert die ständige Last. Die veränderliche Last trägt 10% zum Mittelwert der Gesamtlast bei. Im Lastfall 2 tragen beide Lasten zu gleichen Teilen zum Mittelwert der Belastung bei. Im Lastfall 3 dominiert die veränderliche Einwirkung. Die charakteristischen Lasten, charakteristischen Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für Beton sind in Tabelle 25 bis Tabelle 29 zusammengestellt.

Die Bemessungswerte *d* in Tabelle 25 bis Tabelle 29 werden über die Gleichung (5.15) ermittelt. Die entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerte für die SIA 162:1956 und die SIA 162:1968 ergeben sich aus den in den Normen gegebenen zulässigen Spannungen.

$$G = d \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} - P_G \cdot \gamma_G - P_Q \cdot \gamma_Q \ge 0 \tag{5.15}$$

In den Normen, in denen das Konzept der zulässigen Spannungen angewendet wurde, entspricht der Teilsicherheitsbeiwert des Widerstandes dem Bemessungsparameter d und ist nicht explizit in den entsprechenden Tabellen angegeben. In Gleichung (5.15) bezeichnet  $\gamma$  die Teilsicherheitsbeiwerte.

Tabelle 25: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die SIA 262:2003.

	Lastfälle				
	1	2	3		
$P_G$	0.1	0.5	0.9		
$P_{\mathcal{Q}}$	1.60	0.89	0.18		
$f_{ck}$	1.00	1.00	1.00		
$\gamma_G$	1.35	1.35	1.35		
$\gamma_{\scriptscriptstyle \mathcal{Q}}$	1.50	1.50	1.50		
$\gamma_{C}$	1.50	1.50	1.50		
d	3.80	3.01	2.23		

Tabelle 26: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die SIA 162:1989.

	Lastfälle				
	1	2	3		
$P_G$	0.1	0.5	0.9		
$P_{\mathcal{Q}}$	1.60	0.89	0.18		
$f_{ck}$	1.00	1.00	1.00		
$\gamma_G$	1.30	1.30	1.30		
$\gamma_{\scriptscriptstyle \mathcal{Q}}$	1.50	1.50	1.50		
$\gamma_{c}$	1.20	1.20	1.20		
d	3.04	2.38	1.73		

Tabelle 27: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die SIA 162:1976/34.

	Lastfälle					
	1 2 3					
$P_{G}$	0.1	0.5	0.9			
$P_{\mathcal{Q}}$	1.60	0.89	0.18			
$f_{ck}$	1.00	1.00	1.00			
$\gamma_G$	1.40	1.40	1.40			
$\gamma_{\scriptscriptstyle Q}$	1.40	1.40	1.40			
$\gamma_{C}$	1.30	1.30	1.30			
d	3.10	2.53	1.97			

Tabelle 28: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die SIA 162:1968.

	Lastfälle					
	1 2 3					
$P_G$	0.1	0.5	0.9			
$P_{\mathcal{Q}}$	0.9	0.5	0.1			
$f_{ck}$	1.00	1.00	1.00			
$\gamma_{C,\;BN}$	3.48	3.48	3.48			
$\gamma_{C,~BH}$	3.59	3.59	3.59			
$\gamma_{C, BS}$	3.69	3.69	3.69			

Tabelle 29: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die SIA 162:1956.

		Lastfälle			
		1	2	3	
$P_G$		0.1	0.5	0.9	
$P_{\mathcal{Q}}$		0.9	0.5	0.1	
$f_{ck}$		1.00 1.00 1.00			
$300kg/m^3$	$\gamma_{C, BN}$	3.46	3.46	3.46	
300 kg / m	$\gamma_{C, BH}$	5.54	5.54	5.54	
$350kg/m^3$	$\gamma_{C, BN}$	4.40	4.40	4.40	
330 kg / m	$\gamma_{C, BH}$	7.02	7.02	7.02	

Der Index G steht für die ständigen Einwirkungen, der Index Q für die veränderlichen Lasten und der Index G für den Beton.

Nach SIA 162:1968 und SIA 162:1958 wird für den Bemessungswert der Betonfestigkeit die Würfeldruckfestigkeit angesetzt. Die SIA 162:1989 und die SIA 262:2003 verwenden die Zylinderdruckfestigkeit. Der Zusammenhang zwischen Zylinderdruckfestigkeit und Würfeldruckfestigkeit ist nach Sigrist (2003) in Gleichung (5.14) gegeben. In der Berechnung der Zuverlässigkeiten ist dies berücksichtigt, um die Ergebnisse vergleichen zu können.

Die charakteristischen Lasten der veränderlichen Einwirkungen unterscheiden sich in den beiden Normen. In der SIA 161:1968 und SIA 162:1958 wurde der Mittelwert der Summe der Einwirkungen als charakteristischer Wert verwendet. Die SIA 162:1989 und die SIA 262:2003 verwenden für die ständigen Einwirkungen den Mittelwert und für die veränderlichen Einwirkungen das 98%-Quantil. Daher unterscheiden sich die Werte der veränderlichen Einwirkung für die Bemessung in Tabelle 25 bis Tabelle 29.

Variable	Verteilung	Mittel	wert der fälle	CoV	
		1	2	3	
$X_{f_c}$	LND	1			0.1
$X_{\scriptscriptstyle M}$	LND		1		0.05
$P_G$	ND	0.9	0.5	0.1	0.1
$P_{Q}$	GUD	0.1	0.5	0.9	0.3

Tabelle 30: Probabilistische Modellierung.

In der Zeit, in der die SIA 162:1976/34 gültig war, entsprachen die Einwirkungen noch dem Konzept der SIA 162:1968. Eine Anpassung des Normenkonzeptes ohne Anpassung der Einwirkungen kann zu normgerechten Bemessungen führen, die kein ausreichendes Sicherheitsniveau haben. Im Normenvergleich wurde im Rahmen dieser Arbeit davon ausgegangen, dass die veränderlichen Einwirkungen jedoch konform zum Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte gewählt wurden.

Die zur Bemessung korrespondierende Versagenswahrscheinlichkeit kann mit der folgenden Grenzzustandsgleichung berechnet werden:

$$G = d \cdot X_f \cdot f_c - X_M \cdot (P_G + P_O) \tag{5.16}$$

Mit  $X_{f_e}$  ist die mit der Betondruckfestigkeit verbundene Modellunsicherheit im Tragwerk bezeichnet.  $X_m$  bezeichnet die Modellunsicherheit aus dem Lastmodell. Die probabilistische Modellierung zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit ist in Tabelle 30 gegeben.

Tabelle 31: Zuverlässigkeitsindex für Betondruckzonenversagen in Abhängigkeit vom verwendeten Beton und den drei Lastfällen bei einer Bemessung nach SIA 262;2003.

	Lastfälle				
	1	2	3		
C 12/15	4.391	4.487	3.988		
C 16/20	4.548	4.752	4.382		
C20/25	4.616	4.879	4.623		
C 25 / 30	4.686	5.029	4.993		
C 30/37	4.707	5.089	5.196		
C 35/45	4.717	5.135	5.403		
C 40/50	4.717	5.152	5.506		
C 45/55	4.713	5.163	5.605		
C 50/60	4.705	5.169	5.699		

Die Betondruckfestigkeit ist, normiert mit den Variationskoeffizienten, die in den Kapiteln 5.1.3 bis 5.1.7 gegeben sind, in die Zuverlässigkeitsberechnungen eingegangen. Die Ergebnisse der Berechnung der Zuverlässigkeit sind in Tabelle 31 bis Tabelle 35 zusammengestellt. Für die Berechnungen eingegangen der Zuverlässigkeit sind in Tabelle 31 bis Tabelle 35 zusammengestellt.

#### 5. Modellierung der Widerstände

nung der Zuverlässigkeiten wurde die FORM-Methode verwendet (vgl. Kapitel 3.2.1). Die Bemessung nach dem Konzept der Teilsicherheitsheiwerte liefert homogenere Versagenswahrscheinlichkeiten für die drei Lastfälle. In den Normen, in denen das Konzept der zulässigen Spannungen verwendet wurde, ist die Versagenswahrscheinlichkeit höher, wenn die veränderliche Einwirkung dominiert (Lastfall 1). Es kann beobachtet werden, dass bei der Anwendung des Konzepts der zulässigen Spannungen die Versagenswahrscheinlichkeiten sehr inhomogen sind.

Tabelle 32: Zuverlässigkeitsindex für Betondruckzonenversagen in Abhängigkeit vom verwendeten Beton und den drei Lastfällen bei einer Bemessung nach SIA 162:1989.

	Lastfälle						
	1	1 2 3					
B 25/15	3.96	4.02	3.39				
B 30/10	4.03	4.17	3.63				
B 35/25	4.05	4.24	3.80				
B 40/30	4.06	4.28	3.91				
B 45/35	4.05	4.30	4.02				

Tabelle 33: Zuverlässigkeitsindex für Betondruckzonenversagen in Abhängigkeit vom verwendeten Beton und den drei Lastfällen bei einer Bemessung nach SIA 162:1976/34.

	Lastfälle				
	1 2 3				
BN	3.63	3.77	2.27		
BH	3.66	3.88	3.53		
BS	3.63	3.93	3.84		

Tabelle 34: Zuverlässigkeitsindex für Betondruckzonenversagen in Abhängigkeit vom verwendeten Beton und den drei Lastfällen bei einer Bemessung nach SIA 162:1969.

	Lastfälle				
	1 2 3				
BN	3.96	4.77	5.61		
BH	4.06	5.03	6.34		
BS	4.14	5.28	7.29		

Tabelle 35: Zuverlässigkeitsindex für Betondruckzonenversagen in Abhängigkeit vom verwendeten Beton und den drei Lastfällen bei einer Bemessung nach SIA 162:1956.

Zementmenge		Lastfälle			
		1 2 3			
$300  kg  /  m^3$	BN	3.97	5.00	6.62	
300 kg / m	ВН	5.38	6.82	10.03	
$350kg/m^3$	BN	4.66	5.83	7.85	
330 kg / III	ВН	6.14	7.67	11.12	

Die FORM-Analyse hat gezeigt, dass im Lastfall 1 die veränderliche Einwirkung den grössten Einfluss auf die Versagenswahrscheinlichkeit hat. Den zweitgrössten Einfluss besitzt die Betondruckfestigkeit. Im Lastfall 2 haben die veränderliche Last und die Betondruckfestigkeit den gleichen Anteil an der Versagenswahrscheinlichkeit. Die anderen Zufallsvariablen haben zusammen einen geringen Einfluss. Im Lastfall 3, indem die Eigenlast 90% der Belastung ausmacht, leistet die Betondruckfestigkeit den grössten Beitrag zur Versagenswahrscheinlichkeit.

In Tabelle 36 sind die tentativen jährlichen Zielversagenswahrscheinlichkeiten für den Grenzzustand der Tragfähigkeit nach JCSS (2001) gegeben. Vergleicht man die Versagenswahrscheinlichkeiten aus Tabelle 31 bis Tabelle 35 mit den Zielzuverlässigkeiten, die im JCSS (2001) vorgeschlagen werden, so werden die Anforderungen nicht von allen Normen eingehalten.

relative Kosten für sicherheitserhöhende		geringe Konsequenzen bei Versagen		mittlere Konsequenzen bei Versagen		nsequenzen rsagen
Massnahmen	β	$P_f$	β	$P_f$	β	$P_f$
hoch	3.1	≈ 10 <sup>-3</sup>	3.3	$\approx 5 \cdot 10^{-4}$	3.7	≈ 10 <sup>-4</sup>
normal	3.7	≈ 10 <sup>-4</sup>	4.2	≈ 10 <sup>-5</sup>	4.4	$\approx 5 \cdot 10^{-5}$
goring	4.2	10-5	1.1	1.0-5	4.7	10-6

Tabelle 36: Tentative jährliche Zielversagenswahrscheinlichkeiten für den Grenzzustand der Tragfähigkeit nach JCSS (2001).

Bei einem Wechsel der Normenphilosophie vom Konzept der zulässigen Spannungen hin zum Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte wird im Lastfall 1 die minimale tentative Versagenswahrscheinlichkeit deutlich unterschritten. In Abbildung 60 ist der Zuverlässigkeitsindex für die Lastfälle 1 und 3 der Betondruckfestigkeit für einen Beton der Festigkeitsklasse *BN*, bzw. B25/16 und C16/20 in Abhängigkeit der Normengeneration, dargestellt. Die Schwankungen in der Zuverlässigkeit im Lastfall 1 sind über die Jahre sehr gross. Für den Lastfall 3 sind die Schwankungen sehr klein und sie erfüllen im Mittel die Anforderungen des JCSS.

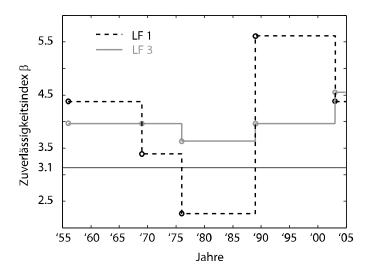


Abbildung 60: Vergleich des Zuverlässigkeitsindex für die Lastfälle 1 und 3 und für einen Beton der Festigkeitsklasse BN, bzw. B25/15 und C16/20 in Abhängigkeit von der Normengeneration.

# 5.2.2. Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit der Bewehrung in der Zugzone des Betons

Neben Druckzonenversagen des Betons stellt das Versagen der Bewehrung in der Zugzone den zweiten massgebenden Bemessungsfall dar. Um die Versagenswahrscheinlichkeit zu berechnen und eine Indikation über die Versagenswahrscheinlichkeiten von Bauwerken zu erhalten, die mit unterschiedlichen Normen bemessen wurden, wird analog zu den Berechnungen im Kapitel 5.2.1 die Last und der Widerstand normiert. Der Mittelwert der Einwirkungen, bestehend aus Eigengewicht  $P_G$  und einer veränderlichen Last  $P_Q$ , ist ebenfalls normiert und beträgt 1.

In Tabelle 37 bis Tabelle 41 sind die charakteristischen Lasten, die charakteristischen Festigkeiten, sowie die Sicherheitsbeiwerte für die unterschiedlichen Normen zusammengestellt. Der Bemessungswert d ergibt sich über die folgende Grenzzustandsgleichung:

$$G = d \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - P_G \cdot \gamma_G - P_Q \cdot \gamma_Q \ge 0 \tag{5.17}$$

Tabelle 37: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die Bewehrung nach SIA 262:2003.

		Lastfälle			
	1 2 3				
$P_G$	0.1	0.5	0.9		
$P_{\mathcal{Q}}$	1.60	0.89	0.18		
$\gamma_G$	1.35	1.35	1.35		
$\gamma_{\scriptscriptstyle Q}$	1.50	1.50	1.50		
$\gamma_{\scriptscriptstyle S}$	1.15	1.15	1.15		
d	2.92	2.31	1.71		

In Gleichung (5.17) bezeichnet  $f_{yk}$  den charakteristischen Wert der Streckgrenze des Bewehrungsstahls, und  $\gamma$  bezeichnet die Teilsicherheitsbeiwerte. Der Index G steht für die ständigen Einwirkungen, Q für die veränderlichen Einwirkungen und  $\gamma_s$  ist der Teilsicherheitsbeiwert für den Stahl.

Für die Bemessung nach SIA 162:1968 und der SIA 162:1956 entsprechen die  $\gamma$ -Werte dem Bemessungswert d. Die äquivalenten  $\gamma$ -Werte sind über die zulässigen Spannungen ermittelt worden. In Tabelle 40 und Tabelle 41 sind unterschiedliche  $\gamma$ -Werte für die unterschiedlichen Stahlgruppen und Betonklassen gegeben.

Tabelle 38: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die Bewehrung nach SIA 162:1989.

		Lastfälle			
	1 2 3				
$P_G$	0.1	0.5	0.9		
$P_{\mathcal{Q}}$	1.60	0.89	0.18		
$\gamma_G$	1.30	1.30	1.30		
$\gamma_{\scriptscriptstyle \mathcal{Q}}$	1.50	1.50	1.50		
$\gamma_s$	1.20	1.20	1.20		
d	3.04	2.38	1.73		

Tabelle 39: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die Bewehrung nach SIA 162:1976/34.

		Lastfälle			
	1 2 3				
$P_G$	0.1	0.5	0.9		
$P_{\mathcal{Q}}$	1.60	0.89	0.18		
$\gamma_G$	1.40 1.40 1.40				
$\gamma_{\scriptscriptstyle \mathcal{Q}}$	1.40	1.40	1.40		
$\gamma_{\scriptscriptstyle S}$	1.30	1.30	1.30		
d	3.10	2.53	1.97		

Tabelle 40: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die Bewehrung nach SIA 162:1968.

		Lastfälle		
		1	2	3
$P_G$		0.1	0.5	0.9
$P_{Q}$		0.9	0.5	0.1
Stahlgruppe I, BN	$\gamma_{S, I,BN}$	1.50	1.50	1.50
Stahlgruppe I, BH	$\gamma_{S, I, BH}$	1.75	1.75	1.75
Stahlgruppe III, BN	$\gamma_{S,III,BN}$	2.00	2.00	2.00
Stahlgruppe III, BH	$\gamma_{S,III,BH}$	1.92	1.92	1.92
Stahlgruppe IV, BN	$\gamma_{S, IV,BN}$	2.25	2.25	2.25
Stahlgruppe IV, BH	$\gamma_{S, IV, BH}$	2.08	2.08	2.08

Tabelle 41: Charakteristische Lasten, charakteristische Festigkeiten und Sicherheitsbeiwerte für die Bewehrung nach SIA 162:1956.

			Lastfälle		
		1 2 3			
$P_G$		0.1 0.5 0.9			
$P_{\mathcal{Q}}$		0.9 0.5 0.1			
Stahlgruppe I	$\gamma_{S, I}$	1.50	1.50	1.50	
Stahlgruppe II	$\gamma_{S, II}$	1.75 1.75 1.75			

Die Zuverlässigkeit kann über die in Gleichung (5.18) gegebene Grenzzustandsgleichung ermittelt werden:

$$G = d \cdot f_{v} - X_{M} \cdot (P_{G} + P_{O}) \tag{5.18}$$

Mit  $X_{f_c}$  ist die mit der Betondruckfestigkeit verbundene Modellunsicherheit bezeichnet.  $X_m$  bezeichnet die Modellunsicherheit aus dem Lastmodell. Für das Widerstandsmodell wurde keine Modellunsicherheit berücksichtigt. Die probabilistische Modellierung kann Tabelle 42 entnommen werden. Für die Streckgrenze des Stahls sind die probabilistischen Charakteristiken in Kapitel 5.1.3 bis 5.1.7 gegeben. Für die Zuverlässigkeitsberechnungen sind die Mittelwerte normiert.

Die Zuverlässigkeitsindizes  $\beta$  für alle oben tabellierte Fälle sind in Tabelle 43 bis Tabelle 47 gegeben. Die Berechnung wurde mit FORM durchgeführt (siehe Kapitel 3.2).

Tabelle 42: Probabilistische Modellierung.

Variable	Verteilung	Mittelwert der Last- fälle			CoV
		1	2	3	
$X_{\scriptscriptstyle M}$	LND	1			0.05
ndB= invo- ke(dom,'Remo veCurrentNo- de');	ND	0.9	0.5	0.1	0.1
$P_{\mathcal{Q}}$	GUD	0.1	0.5	0.9	0.3

Tabelle 43: Zuverlässigkeitsindex für Versagen der Bewehrung in der Zugzone nach SIA 262:2003.

Stahl	Lastfälle				
	1 2 3				
B500A					
B500B	4.07	4.51	5.49		
B450C					

Tabelle 44: Zuverlässigkeitsindex für Versagen der Bewehrung in der Zugzone nach SIA 162:1989.

Stahl	Lastfälle		
	1	2	3
S235			
S500	4.19	4.63	5.58
S550			

Tabelle 45: Zuverlässigkeitsindex für Versagen der Bewehrung in der Zugzone nach SIA 162:1976/34.

Stahlgruppe und Beton- klasse		Lastfälle		
		1	2	3
I	BN	4.28	4.89	6.50
	BH	4.82	4.89	6.50
III	BN	4.26	4.87	6.70
	BH	4.26	4.87	6.70
IV	BN	4.28	4.88	6.50
	BH	4.28	4.88	6.50

Tabelle 46: Zuverlässigkeitsindex für Versagen der Bewehrung in der Zugzone nach SIA 162:1968.

Stahlgruppe und Beton- klasse		Lastfälle		
		1	2	3
I	BN	2.40	3.30	5.35
	BH	2.40	3.30	5.35
III	BN	2.99	4.10	7.16
	BH	2.73	3.75	6.49
IV	BN	3.27	4.42	7.60
	BH	3.02	4.11	6.97

Tabelle 47: Zuverlässigkeitsindex für Versagen der Bewehrung in der Zugzone nach SIA 162:1956.

Stahlgruppe	Lastfälle		
	1	2	3
I	1.95	2.72	4.36
II	2.44	3.37	5.69

Wie ein Vergleich mit Tabelle 36 zeigt, gewährleisten die Tragwerke, die unter Verwendung der Normen SIA 162:1989 und SIA 262:2003 bemessen wurden, ein ausreichendes Sicherheitsniveau. Im Lastfall 1 liegt die Versagenswahrscheinlichkeit bei dominierender veränderlicher Einwirkung bei 2.4 10<sup>-5</sup>. Dominiert die ständige Belastung, so ist die Versagenswahrscheinlichkeit mit 2.0 10<sup>-7</sup> deutlich geringer.

Die Zuverlässigkeitsuntersuchungen für die Bemessungen nach dem Konzept der zulässigen Spannungen zeigen grosse Abhängigkeiten von der Art der Belastung. Beim Lastfall 1 kann nicht mehr von einem ausreichenden Sicherheitsniveau ausgegangen werden. Für die Stahlgruppe I nach SIA 162:1968 liegt die Versagenswahrscheinlichkeit bei nur 8.3 10<sup>-3</sup> und ist damit rund 9-mal grösser als die geringste tentativ vorgeschlagene Versagenswahrschein-

#### 5. Modellierung der Widerstände

lichkeit des *JCSS* (vgl. Tabelle 36). Bei der Bemessung nach SIA 162:1956 ist die Versagenswahrscheinlichkeit für diesen Lastfall sogar 27-mal höher. In Abbildung 61 ist der Zuverlässigkeitsindex für ein Versagen in der Zugzone für den Lastfall 1 und den Lastfall 3 über die verschiedenen Normengenerationen dargestellt. Mit der Einführung des Konzeptes der Teilsicherheitsbeiwerte wurde die Zuverlässigkeit eines Versagens in der Zugzone deutlich erhöht. Für den Lastfall 3 dominierende ständige Lasten kann von einer ausreichenden Sicherheit aller Normen ausgegangen werden.

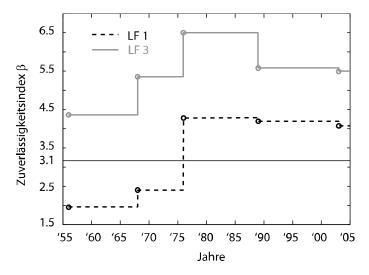


Abbildung 61: Vergleich des Zuverlässigkeitsindex für die Lastfälle 1 und 3 und für Versagen in der Zugzone für die Stahgruppe I bzw. für eine Stahlfestigkeit S235 und B500A in Abhängigkeit von der Normengeneration.

## 6. Modellierung der Konsequenzen

Die Risikoermittlung erfordert die exakte Ermittlung aller relevanten Konsequenzen. Die Konsequenzen, die durch Ereignisse entstehen, sind vielfältig und es ist nicht offensichtlich, welche Konsequenzen in der Risikoermittlung zu berücksichtigen sind und wer die Konsequenzen zu tragen hat. In den folgenden Kapiteln werden diese Aspekte diskutiert. Speziell wird auf die Situation der Strassenverwaltungen als Entscheidungsträger mit gesellschaftlicher Aufgabe eingegangen, und die zurzeit angewendete Praxis diskutiert.

## 6.1. Kategorisierung der Konsequenzen

Im Allgemeinen können Konsequenzen nach ihrem Typ differenziert und kategorisiert werden. Eine Kategorisierung der Konsequenzen in der Risikoanalyse und der Entscheidungsfindung erlaubt es, die einzelnen Typen von Konsequenzen, die in der Risikoanalyse berücksichtigt werden müssen, zu addieren. Dies ist nur möglich, wenn (wie in Kapitel 2 festgelegt) alle Konsequenzen monetarisiert sind.

Eine Einteilung ergibt sich durch die Differenzierung zwischen internen und externen Konsequenzen. Werden Konsequenzen als Kosten verstanden, so können externe Kosten definiert werden als Kosten, die dritten Parteien entstanden sind, für die sie keine Bezahlung oder Kompensation erhalten haben. Externer Nutzen ist Nutzen, der dritten Parteien entstanden ist, für den sie nicht bezahlen müssen.

Diese Konsequenzen können weiter unterteilt werden in direkte und indirekte Konsequenzen. Direkte Konsequenzen sind Schäden oder Nutzen, welche durch einzelne Ereignisse verursacht wurden.

Konsequenzen, die ausschliesslich durch Änderungen von Systemkomponenten verursacht werden, die über die direkten Konsequenzen hinausgehen, und/oder aus diesen resultierenden Konsequenzen hervorgehen, werden als indirekte Konsequenzen bezeichnet. Solche Konsequenzen können auch ökonomische Schäden der Volkswirtschaft sein, die aus dem Versagen einiger Bestandteile des Systems resultieren. Diese manchmal auch mit Folgekonsequenzen bezeichneten Konsequenzen können wesentlich grösser sein als die direkten Konsequenzen. Daher ist die Berücksichtigung dieser Konsequenzen besonders wichtig.

Indirekte Konsequenzen müssen nicht immer auf das Ereignis selbst bezogen sein. Sie können auch von der Höhe der direkten Konsequenzen abhängen. Der Verlust an Ansehen oder Reputation ist ein Beispiel, in der die Höhe der Konsequenzen z.B. die Anzahl an Todesfällen nach einem Ereignis, indirekte Konsequenzen verursacht.

Bei sehr hohen Konsequenzen können die indirekten Konsequenzen auch eine Budgetüberschreitung darstellen. Wird das Budget eines Unternehmens überschritten, so müssen Kredite aufgenommen werden, oder die Unternehmung ist gezwungen, ihre Aktivität einzustellen. Es kann demnach wichtig sein zu wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit das Risiko grösser ist als ein bestimmtes Budget. Solche Fragen können nur beantwortet werden, wenn auch die Unsi-

#### 6. Modellierung der Konsequenzen

cherheiten in der Risikoanalyse adäquat berücksichtigt werden. Diese Art von indirekten Konsequenzen wird auch mit *ripple effect* (Slovic (1987)) oder *side effect* (Gethmann (2003)) bezeichnet. Wie solche Konsequenzen adäquat berücksichtigt werden können ist in Ditlevsen (2003) und in Faber und Maes (2003) gezeigt.

Ein Teil der indirekten Konsequenzen sind die gesellschaftlich induzierten Konsequenzen (vgl. Abbildung 4). Sie entstehen durch das Verhalten der Bevölkerung nach Ereignissen, die als spektakulär wahrgenommen wurden. Dabei ist nicht immer die Höhe der Konsequenzen entscheidend. Auch Ereignisse mit vergleichsweise geringen Konsequenzen können, wenn sie sehr selten sind, als spektakulär wahrgenommen werden. Infolge der Wahrnehmung können in der Bevölkerung Forderungen nach Massnahmen entstehen, die rational nicht zu rechtfertigen sind, jedoch trotzdem durchgeführt werden. So werden nach Ereignissen oft Massnahmen eingeleitet, ohne zu überprüfen, ob diese adäquat und rational sind. Dieser Aktionismus verursacht zusätzliche Konsequenzen.

Gesellschaftlich indirekte Konsequenzen können auch durch eine Änderung des Konsumverhaltens der Bevölkerung entstehen. Beispiele hierfür sind mannigfaltig und in allen Bereichen der Gesellschaft zu beobachten. Prinzipiell können gesellschaftlich induzierte Konsequenzen vermieden werden.

Die Kategorisierung in direkte und indirekte Konsequenzen ist abhängig von der Fragestellung und der Systemdefinition. Es kann jedoch Fälle geben, in der diese Einteilung nicht eindeutig ist. Dies stellt jedoch keine Einschränkung dar.

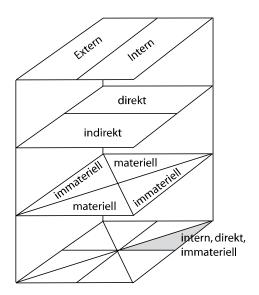


Abbildung 62: Kategorisierung der Konsequenzen.

Konsequenzen repräsentieren Güter und können daher materiell und immateriell sein. Materielle Konsequenzen entsprechen handelbaren Gütern (vgl. Kap. 3.6.1).

Der Wert von frei handelbaren Gütern und Dienstleistungen wird direkt am Markt bestimmt. So können Sachschäden als auch finanzielle Schäden direkt in monetären Einheiten angegeben werden. Es sollten nicht kaufkraftbereinigte Marktpreise verwendet werden. Als eine erste grobe Schätzung der Konsequenzen können die Kosten, die in der VSS (2003) angegeben sind, verwendet werden.

Für die Risikobewertung und die Entscheidungsfindung sind alle Konsequenzen in die gleiche Einheit zu überführen. Es wird empfohlen, alle Konsequenzen zu monetarisieren. Die Methoden zur Bestimmung des Wertes von nicht handelbaren Gütern sind in Kapitel 3.7 vorgestellt worden. Aus Gründen der Konsistenz zur Konsumtheorie sollte die Philosophie der beobachtbaren Präferenzen (revealed preferences) verwendet werden. Das generelle Konzept dieser Methode ist, die Präferenzen einer Gemeinschaft zur bestimmen, indem ihr Verhalten untersucht wird. Aus diesen Präferenzen lässt sich indirekt der Wert von nicht handelbaren Gütern ableiten. Eine Übersicht über die Kategorisierung der Konsequenzen ist in Abbildung 62 gegeben.

Wie in Kapitel 2.3 beschrieben, ist in jeder Systemdefinition der Zeithorizont zu bestimmen und zu dokumentieren. Die Konsequenzen sind dementsprechend zu verzinsen. Die Frage nach der Verzinsung hat einen Einfluss auf die Risikoermittlung. Bei der Massnahmenplanung, insbesondere in der Planung von langfristigen Infrastrukturprojekten, bei denen auch die Kosten für Unterhalt, Instandsetzung und Rückbau berücksichtigt werden müssen, hat die Verzinsung eine besondere Bedeutung.

Es wird vorgeschlagen einen Zinsatz zu wählen, der der natürlichen Zinsrate entspricht. Dieser Zinssatz entspricht dem langfristigen Zinssatz auf denen sich die Zinsen einpendeln werden. Der natürliche Zinssatz wird vom Bevölkerungswachstum, von der Bevölkerungsentwicklung und der Zeitpräferenz für Konsum gegenüber dem Sparen der Gesellschaft beeinflusst (Cuaresma et al. (2005)). Betrachtet man die Veränderung des Bruttoinlandsprodukts (*BIP*) in der Schweiz von 1980 bis 2009, so können zwei Hauptphasen indentifiziert werden (Abbildung 63). In der ersten Phase von 1980 bis 1990 beträgt die mittlere Prozentuale jährliche Veränderung um die 5.1%. Während dieser Phase erreichten auch die Realzinsen im Euroraum historische Höchststände (Cuaresma et al. (2005)). In der zweiten Phase liegt die durchschnittliche prozentuale Veränderung des *BIP* bei lediglich 1.7 %.

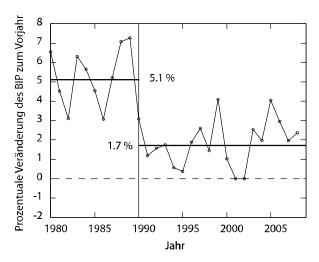


Abbildung 63: Prozentuale Veränderung des BIP zum Vorjahr von 1980-2009 (Quelle: Eurostat, prognostizierte Werte für 2007-2009).

Die prozentuale Veränderung des BIP, wie sie in der Abbildung 63 entspricht nicht dem natürlichen Zinssatz in einer Gesellschaft. Er kann jedoch als Indikator gesehen werden und ist daher hier dargestellt.

### 6. Modellierung der Konsequenzen

Da der natürliche Zinssatz nicht direkt beobachtet werden kann, sind verschiedenene Ansätze zur Bestimmung sind in den letzten Jahren entwickelt worden (siehe z.B. Laubach und Williams (2003) und Neiss und Nelson (2003)). Ein Überblick über die Verfahren und die Werte für verschiedene Länder wird in Cuaresma et al. (2005) gegeben.

In Abbildung 64 ist das *BIP* für die Jahre 1980 bis 2009 mit der gestrichelten Linie dargestellt. Wie schon in Abbildung 63 gezeigt stiegt das BIP in den Jahren von 1980 bis 1990 stärker. Ab 1990 ist eine Verringerung der Zunahme zu verzeichnen. Unter Verwendung der mittleren Zinssätze, die Abbildung 63 dargestellt sind, ist das *BIP* der letzten 30 Jahren nahezu konstant. Das stetig verzinste Bruttoinlandsprodukt ist mit der durchgezogenen Linie in Abbildung 64 dargestellt.

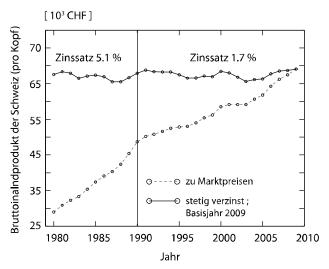


Abbildung 64: Bruttoinlandsprodukt von 1980-2009 (Quelle: Eurostat, prognostizierte Werte für 2007-2009).

Zurzeit ist liegt der natürliche Zinssatz demnach bei ca. 2%. Dieser Zinssatz wird zurzeit auch vom ASTRA verwendet. Langfristig wird erwartet, dass der natürliche Zinssatz weiter sinkt und sich auf einem Niveau von 1.5% einpendelt (Cuaresma et al. (2005)).

Um die Konsequenzen umfasend zu berücksichtigen, ist jedes System auch räumlich abzugrenzen. Grossereignisse können Auswirkungen auf andere Gesellschaften haben und Kompensationsoder Reparationszahlungen nach sich ziehen. Diese müssen – auch wenn sie ausserhalb der Landesgrenzen entstehen – berücksichtigt werden. Auch etwaige Rechtsansprüche von Dritten dürfen nicht vernachlässigt werden. Meist sind die Unsicherheiten, die mit solchen Ereignissen einhergehen, sehr gross und dürfen im Entscheidungsfindungsprozess nicht vernachlässigt werden.

# 6.2. Kosten im System Strasse

Viele Studien befassen sich mit der Ermittlung der Kosten für die Benutzung der Verkehrsinfrastruktur (z.B. Nash (2003), ARE (2002), CEC (1998)). Diese Kosten im System Strasse sind auch potentielle Konsequenzen. Im Folgenden ist eine Liste zusammengestellt, welche Kosten durch die Infrastruktur entstehen können:

- Verlust von Eigentum
- Reparaturkosten und Kosten für den Wiederaufbau
- Aufräumkosten
- Kosten infolge Krediten
- Unfallkosten
  - o medizinische Versorgung
  - o materieller Schaden
  - o administrative Kosten
  - O Kompensationskosten für Schmerz und Leiden
  - 0 Verlust von Einkommen der Betroffenen
  - Verlust von Leben
- Rettungskosten
  - o Materialkosten
  - o Betriehskosten
- Staukosten
  - o Zeitkosten
  - o Betriebskosten
- Umweltkosten
  - o Einflüsse auf die Gesundheit
  - o Einflüsse auf die Umwelt
- Wirtschaftliche Effekte infolge von Sperrungen
  - o Effekte auf den Tourismus
  - o Effekte auf verkehrsabhängige Ökonomien

Alle diese Kostenarten können, in Abhängigkeit von der Fragestellung, in eine der Kategorien nach Abbildung 62 eingeteilt werden. Je nach Ereignis treten einige oder alle dieser Konsequenzen auf. Welche jedoch in der Risikoanalyse für welchen Zweck berücksichtigt werden sollten, wird im folgenden Kapitel diskutiert

# 6.3. Konsequenzen in der Risikoermittlung

Der Staat, als Teil der Gesellschaft ist auch für die Schaffung und Bereitstellung von Infrastruktur verantwortlich. Er übernimmt auch Aufgaben, wie die Instandhaltung von Infrastruktur und die Sicherstellung eines ausreichenden Sicherheitsniveaus für die Bevölkerung.

Um diese Anforderungen zu erfüllen, betreibt der Staat Verkehrspolitik. Dazu gehören die Ermittlung der Kosten und die gerechte Umlegung auf die Gesellschaft. Die Umlagerung betrifft

### 6. Modellierung der Konsequenzen

die Gesellschaft gleichmässig (allgemeine Besteuerung) aber auch verursachergerecht (Benutzungsgebühren und Besteuerung von Kraftstoffen). Der Staat stellt der verantwortlichen Behörden finanzielle Mittel zur Verfügung, um diese Aufgaben kommissarisch zu erfüllen. Die Strassenverwaltungen haben zur Aufgabe die zugeteilten Ressourcen effizient einzusetzen, um das Strassensystem zu erhalten und zu betreiben.

Ein beliebiges Ereignis (z.B. ein Steinschlagereignis oder eine Teilsperrung aufgrund von Instandhaltungsarbeiten) hat eine Vielzahl unterschiedlicher Konsequenzen zur Folge. Es besteht kein Zweifel daran, dass diese Ereignisse tatsächlich interne und externe Konsequenzen verursachen. Die Frage ist jedoch, wem sie entstehen und wie sie in die Entscheidungsfindung jedes einzelnen einfliessen. Sollten diese externen Kosten (z.B. Staukosten) auch in den Risikoanlysen der Strassenverwaltungen Eingang finden? Da meist sehr viele Verkehrsteilnehmer betroffen sind, sind diese externen Konsequenzen im Strassenverkehr signifikant (vgl. Schubert und Faber (2007)).

Zurzeit gibt es verschiedene Ansätze, welche Konsequenzen berücksichtigt werden sollten. In der VSS SN 641820 (2006) umfassen die zu berücksichtigenden Kosten die sozialen Unfallkosten, die internen und die externen Kosten.

Die Studie Nachhaltigkeits - Indikatoren für STRAsseninfrastrukturprojekte (NISTRA) des ASTRA wurde initiiert, um den Anforderungen der Nachhaltigkeit (Brundtland (1987)) gerecht zu werden. (ECOPLAN (2003) und ECOPLAN (2006)). In der NISTRA Studie wurden Kosten identifiziert, die in einer Nachhaltigen Kosten-Nutzen Analyse berücksichtigt werden sollten. Auch hier sind sowohl externe als auch interne Kosten enthalten.

Die Europäische Union hat ein Weissbuch (CEC (1998)) zur Ermittlung von Preisen für die Infrastruktur herausgegeben. In diesem wird festgehalten, dass die Infrastrukturkosten nach dem Verursacherprinzip angelastet werden sollen. Dabei sind die Kosten, die dem Benutzer zugerechnet werden sollten, sowohl ökonomische Kosten als auch ökologische und andere externe Kosten.

Aufgrund der folgenden Überlegungen wird vorgeschlagen, in den Risikoanalysen der Strassenverwaltungen nur die internen Kosten zu berücksichtigen. Die Akzeptabilität einer Aktivität muss dann mit gesellschaftlichen Akzeptanzkriterien überprüft werden.

Die individuelle Entscheidungsfindung zur Verkehrsmittelwahl und zur Standortwahl muss unter Berücksichtigung aller Kosten getroffen werden. Diese Kosten beinhalten auch alle Kosten des Verkehrsmittels und werden vom Individuum getragen.

Der private Verkehrsteilnehmer trifft die Wahl des Verkehrsmittels nach seinen Präferenzen und bezieht die totalen Kosten des Verkehrsmittels mit ein. Die Sachschäden und Personenschäden durch etwaige Unfälle, die durch den Verkehrsteilnehmer entstehen können, sind infolge eines Risikotransfers ebenfalls durch den Verkehrsteilnehmer gedeckt. Die Versicherung übernimmt für ihn, je nach Deckungsgrad, diese Kosten. In den totalen Kosten berücksichtigt das Individuum auch, dass z.B. die Mieten ausserhalb der Stadt geringer sind als direkt in der Stadt. Ein Individuum entscheidet sich für eine Stadtrandlage, wenn es dies präferiert. Diese Präferenz

schliesst alle Vorteile der Stadtrandlage ein: günstigere Mieten, weniger Lärm bessere Luft, etc. Die Kosten, die ihm durch den Stau allmorgendlich entstehen, sind berücksichtigt. Die ihm entstehenden Staukosten eines Ereignisses sollten daher auch nicht in der Entscheidungsfindung der Strassenverwaltungen berücksichtigt werden.

Zudem ist der Verkehrsteilnehmer nicht nur "Geschädigter" in einem Stau. Er ist vor allem auch Verursacher. Dies bedeutet, dass ihm Kosten entstehen, die durch andere Verkehrsteilnehmer verursacht werden. Er selbst verursacht jedoch seinerseits auch wiederum Kosten bei anderen Verkehrsteilnehmern (Nash und Sansom (1999)).

Basierend auf diesen Überlegungen sollten nur die internen Kosten in der Risikoanalyse der Strassenverwaltungen eingehen. Dies entspricht einer betriebswirtschaftlichen Betrachtungsweise und ermöglicht den effizienten Einsatz der durch den Bund zur Verfügung gestellten Ressourcen. Die betriebswirtschaftliche Risikoermittlung zielt auf die Maximierung des Nutzens bzw. des Gewinns eines Unternehmens. In ihr werden nur die Konsequenzen berücksichtigt, die direkt vom Entscheidungsträger getragen werden müssen. Zeitkosten, Wegkosten und andere Kosten, die von Dritten getragen werden, werden hier nicht berücksichtigt. In Fällen, in denen die Personensicherheit Bestandteil der Analyse ist, werden für Todesfälle nur die Kompensationskosten berücksichtigt. Diese sind in Europa geringer als der Wert eines statistischen Lebens (Kübler (2006)).

Der Trend – nicht nur in Europa – Teile des Strassennetzes oder Teile der Infrastruktur zu privatisieren sowie auch Road Pricing Projekte unterstützen diese Ansicht. Ein privates Unternehmen, welches im Auftrag des Staates einen Teil des Strassennetzes verwaltet, berücksichtigt in seinen Risikoanalysen und Massnahmenplanungen nur die internen Kosten. Auch ein Verkehrsteilnehmer, der durch einen Unfall einen Stau verursacht, hat die externen Kosten nicht zu kompensieren. Durch die Versicherungen sind lediglich die internen Kosten des Verkehrsteilnehmers gedeckt.

Ein Kritikpunkt an der Privatisierung und damit an einer betriebswirtschaftlichen Betrachtungsweise wird z.B. von Heymann (2003) genannt. Da privaten Unternehmen eine andere Eingangsgrösse in die Risiko-Zielfunktion wählen, könnte es zu einer Ausbeutung der Infrastruktur und der Gesellschaft kommen. Daher muss, sowohl bei privaten Unternehmen als auch bei staatlichen Organisationen sichergestellt sein, dass sie sich nicht an der Gesellschaft bereichern und auf Kosten Dritter Gewinne machen. Dies kann durch verbindliche gesellschaftliche Akzeptanzkriterien sichergestellt werden. Die Akzeptanzkriterien schränken die möglichen Handlungsalternativen ein und können sicherstellen, dass eine solche Ausbeutung verhindert wird. Akzeptanzkriterien, wenn auch nicht immer risikobasiert, finden sich in vielen gesellschaftlichen Bereichen. Die Baunormen, aber auch viele gesetzliche Regelungen sind Beispiele hierfür. Sie sind für alle Entscheidungsträger verbindlich, unabhängig davon, ob sie gesellschaftlich oder privat agieren.

Die gesellschaftlichen Akzeptanzkriterien werden unter Berücksichtigung der gesellschaftlichen Kosten durchgeführt. So kann ein gesellschaftlich akzeptables Sicherheitsniveau festgelegt werden. Für Risiken infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen steht die Personensicherheit im Vordergrund.

# 6. Modellierung der Konsequenzen

Im Kapitel 8 wird vorgestellt, wie ein Vorschlag für ein Akzeptanzkriterium für die Personensicherheit gemacht und die Anwendung an einfachen Beispielen gezeigt.

# 7. Verletzbarkeit und Robustheit von Systemen

Ausgehend von den allgemeinen Betrachtungen in Kapitel 2 wird in diesem Kapitel eine Methodik vorgestellt, die es erlaubt, die Verletzbarkeit und die Robustheit von Systemen zu bestimmen. Die folgenden Absätze folgen eng den Ausführungen von Baker et al. (2006).

In der risikobasierten Entscheidungsfindung sollte die Entscheidung getroffen werden, die den Nutzen des Entscheidungsträgers maximiert. Stehen mehrere Optionen zur Verfügung, die dem Entscheidungsträger den gleichen Nutzen bringen, so kann die Robustheit ein Entscheidungskriterium darstellen. Die Robustheit von Systemen ist eine Eigenschaft, die als wünschenswert erachtet wird und in den Normen auch gefordert wird (z.B. SIA 260:2003 (2003) Art. 2.3.1). Auslösend für die Forderung nach robusten Systemen waren Einstürze von Tragwerken, bei denen die Konsequenzen als unverhältnismässig hoch im Bezug auf das auslösende Ereignis wahrgenommen wurden (z.B. der teilweise Einsturz des Appartmentgebäudes Ronan Point am 16. Mai 1968 in Newham, London).

Eine Masseinheit, die die Robustheit quantifiziert, muss die Möglichkeit haben, alle Charakteristiken der Robustheit abzubilden. Diese beinhalten z.B. Redundanz, Duktilität, Zuverlässigkeit, Schadenstoleranz, aber auch die Fähigkeit von Tragwerken, Lasten umzulagern. Die Definitionen von Robustheit variieren in der Literatur sehr stark (für einen Überblick siehe Baker et al. (2006)). In den Tragwerksnormen wird die Robustheit in dem Sinn verstanden, dass die Konsequenzen infolge eines Tragwerksversagens nicht überproportional zum Effekt sein sollte, der das Versagen ausgelöst hat. Diese Aussage hilft dem planenden Ingenieur jedoch nicht zu ermitteln, ob ein geplantes Tragwerk robust ist. Eine Methodik zur Quantifizierung der Robustheit sollte die folgenden Eigenschaften haben, um für die Entscheidungsfindung hilfreich zu sein:

- Die Anwendbarkeit auf generelle Systeme gewährleisten.
- Die Rangordnung verschiedener Optionen ermöglichen.

Die probabilistische Risikoermittlung ermöglicht es, die Charakteristiken von Robustheit widerzuspiegeln (Ellingwood (2005)). Im Folgenden wird das Konzept der Risikoermittlung erweitert und ein Mass zur Quantifizierung der Robustheit und der Verletzbarkeit vorgeschlagen.

# 7.1. Methodik zur Quantifizierung der Verletzbarkeit und der Robustheit

Für die Darstellung des Konzeptes zur Quantifizierung der Robustheit wird der Ereignisbaum in Abbildung 65 dienen. Der Ereignisbaum wird hier gewählt, da dieser zur Darstellung von sequenziellen Abläufen in kleinen Systemen geeignet ist. Das Konzept ist jedoch allgemein anwendbar und die Quantifizierung der Risiken nicht auf Ereignisbäume beschränkt.

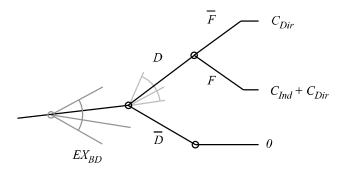


Abbildung 65: Ereignisbaum zur Quantifizierung der Robustheit.

Im Ausgangszustand ist das gesamte System ungeschädigt. Dann tritt ein Ereignis im System ein, dass das System verändert. Unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeit der Eintretenswahrscheinlichkeit wird die Exposition  $EX_{BD}$  berechnet (vgl. 2.3.3.). Die grau gezeichneten Äste des Ereignisbaumes deuten an, dass auf ein System eine Vielzahl verschiedener Expositionen einwirken kann. Der Index BD bedeutet, dass das System vorher ungestört war. Nach einem Ereignis kann das System unbeschädigt sein, d.h. es verbleibt im Ausgangszustand. Dieser ist in Abbildung 65 mit  $\overline{D}$  bezeichnet. Es wird angenommen, dass dieser Zustand nicht zu Konsequenzen führt.

Wird das System gestört, so können eine Vielzahl verschiedener Schäden *D* auftreten. Allgemein kann ein Schadenszustand durch aussergewöhnliche Einwirkungen, aber auch durch Alterungsprozesse und normale Überlastung entstehen. Schaden bezeichnet eine Einschränkung der Leistungsfähigkeit des Systems. Jeder Schadenszustand kann zum Versagen des Systems *F* führen. Versagen bezeichnet den Zustand des Systems, in dem die betrachtete Funktionalität nicht mehr gewährleistet ist.

Die Konsequenzen, die ein Versagen zur Folge hat, können in direkte und indirekte Konsequenzen unterteilt werden. Die direkten Konsequenzen  $C_{Dir}$  sind die Konsequenzen, die direkt durch das Ereignis entstanden sind. Sie können als die Konsequenzen verstanden werden, die zum definierten Schadenszustand D korrespondieren. Die indirekten Konsequenzen sind die Konsequenzen, die zum Versagen des Systems korrespondieren. Ein Versagenszustand beinhaltet daher beides, indirekte und direkte Konsequenzen.

Erträgt das System den Schaden  $\overline{F}$ , d.h. es tritt kein Versagen ein, treten nur direkte Konsequenzen  $C_{Dir}$  auf.

Zur Berechnung der Erwartungswerte der direkten und der indirekten Konsequenzen müssen die Eintretenswahrscheinlichkeiten für die unterschiedlichen Ereignisse berechnet werden. Die Eintretenswahrscheinlichkeiten für aussergewöhnliche Einwirkungen können nach Kapitel 4 ermittelt werden. Neben der Versagenswahrscheinlichkeit einzelner Komponenten ist auch das Systemverhalten zu analysieren.

Der Erwartungswert der Konsequenzen, welcher dem Risiko entspricht, kann getrennt für jedes mögliche Ereignisszenario berechnet werden. Dies kann erreicht werden durch die Multiplikation der Eintretenswahrscheinlichkeit jedes Szenarios mit den zugehörigen Konsequenzen und die anschliessende Integration über alle Zufallsvariablen im Ereignisbaum.

Das direkte, das indirekte und das totale Risiko jedes Astes des Ereignisbaumes berechnet sich zu:

$$R_{Dir} = \int_{x} \int_{y} C_{Dir} f_{D|EX_{BD}}(y \mid x) f_{EX_{BD}}(x) dy dx$$
 (7.1)

$$R_{Indir} = \int_{x} \int_{y} C_{Indir} P(F \mid D = y) f_{D \mid EX_{BD}}(y \mid x) f_{EX_{BD}}(x) dy dx$$
 (7.2)

$$R_{Total} = R_{Dir} + R_{Indir} = \int_{x} \int_{y} \left( C_{Indir} \ P(F \mid D = y) + C_{Dir} \right) f_{D \mid EX_{BD}} \left( y \mid x \right) f_{EX_{BD}} \left( x \right) dy \ dx \tag{7.3}$$

Mit  $f_Z(z)$  ist die Dichteverteilung der Zufallsvariable Z bezeichnet. In Gleichung (7.1) bis (7.3) wird die Annahme getroffen, dass die Versagenswahrscheinlichkeit eines Systems für einen bestimmten Schadenszustand bedingt unabhängig von der Exposition, die den Schades ausgelöst hat, ist. Diese Markov-Annahme wurde aus Gründen der Darstellung der Gleichungen hier getroffen. Sie ist jedoch keine Voraussetzung für die Anwendung des Konzeptes. Bei sorgfältiger Definition der Schadenszustände kann die bedingte Unabhängigkeit teilweise erreicht werden. Dies führt zu einer deutlichen Vereinfachung der Berechnungen.

Das direkte Risiko kann als Mass der Verletzbarkeit des Systems interpretiert werden. Die Robustheit des Systems ist, bei gegebener Verletzbarkeit, proportional zu den indirekten Risiken im System.

In Anlehnung an die verschiedenen Definitionen der Robustheit wird ein System als Robust betrachtet, wenn die indirekten Risiken nicht signifikant zum Gesamtrisiko beitragen. Unter Verwendung dieser Beschreibung wird der Index der Robustheit  $I_{Rob}$  zur Quantifizierung des Risikos vorgeschlagen:

$$I_{Rob} = \frac{R_{Dir}}{R_{Indir} + R_{Dir}} = \frac{R_{Dir}}{R_{Total}}$$
(7.4)

Der Index misst den Anteil des direkten Risikos am gesamten Risiko des Systems. In Abhängigkeit von der Risikoquelle nimmt der Index Werte zwischen Null und Eins an. Ein System kann als vollständig robust eingestuft werden, wenn der Index den Wert Eins annimmt. Ist der Index nahezu Null, so wird das Risiko durch die indirekten Risiken dominiert. In diesem Fall kann das System als nicht robust bezeichnet werden.

Aus der Abbildung 65 und aus den Gleichungen (7.1) bis (7.3) können einige Charakteristiken des Index abgeleitet werden. Erstens, der Index misst das relative Risiko infolge der indirekten Konsequenzen. Das direkte Risiko sollte daher vor der Berechnung des Index der Robustheit bereits akzeptierbar sein. Dadurch wird vermieden, dass ein System durch extrem grosse direkte Konsequenzen als robust bewertet wird.

Zweitens, der Index basiert nicht nur auf der Versagenswahrscheinlichkeit des Systems, sondern auch auf den relativen Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Schadenszustände. Ist ein System auf den Ausfall einer Komponente bemessen, und ist die Wahrscheinlichkeit, dass infolge

einer Exposition zwei Komponenten ausfallen hoch, so kann das System trotz der Redundanz als nicht robust bewertet werden.

Drittens, der Index berücksichtigt sowohl die Versagenswahrscheinlichkeit von geschädigten Systemen als auch die korrespondierenden Konsequenzen. Damit kann die Robustheit von Systemen auch erhöht werden, ohne die Versagenswahrscheinlichkeiten zu verändern. So können durch den Einsatz effizienter Warn- und Rettungsanlagen die indirekten Konsequenzen nach einem Ereignis reduziert werden.

Viertens, der Index kann auf die verschiedensten Gebiete angewendet werden. Multiple Expositionen und Abhängigkeiten im System können im Index berücksichtigt werden. Das generische Konzept des Index, die Division des Erwartungswertes der direkten Konsequenzen durch den Erwartungswert der totalen Konsequenzen, behält Gültigkeit.

Die praktische Anwendbarkeit des Konzeptes wurde in Schubert und Faber (2007) und in von Radowitz (2007) gezeigt.

Das Konzept der Robustheit kann auch angewendet werden, um die Entscheidungsfindung zu unterstützen. In Abbildung 66 ist ein einfacher Fall dargestellt.

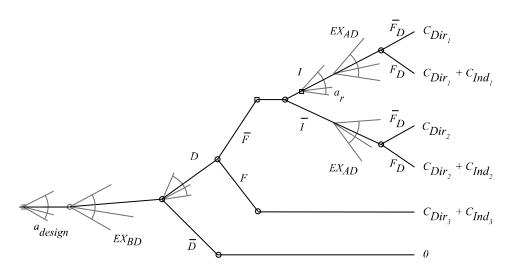


Abbildung 66: Ereignisbaum inklusive Systemwahl und Expositionen nach Schädigung.

Dafür wurden Entscheidungen in den Baum eingeführt. Vor der ersten Exposition steht die Entscheidung des Designs eines Tragwerkes  $a_{design}$ . Der Knoten  $a_{design}$  bezeichnet die Wahl der Konfiguration des Systems. Dies kann z.B. die Bemessung eines Tragwerkes, Unterhaltsintervalle und Notfallplanungen beinhalten. Zusätzlich sind Entscheidungen eingeführt, die abhängig von beobachteten Schäden sind.

Der Entscheidungsknoten  $a_r$  bezeichnet mögliche Entscheidungsoptionen nach einer Schädigung als Reaktion auf ein Ereignis, wie z.B. Reparatur, Evakuationen oder Sperrungen. Solche Optionen stehen nur zur Verfügung, wenn es einen Hinweis auf eine Schädigung gibt, d.h. wenn sie erkannt wurde (I). Eine zweite Exposition nach einer Schädigung ist in Abbildung 66 mit  $EX_{AD}$  bezeichnet.

Dadurch, dass im Ereignisbaum auch eine Exposition nach einer Schädigung berücksichtigt ist, kann auch eine Erhöhung der Verletzbarkeit durch zukünftige Ereignisse berücksichtigt werden. Gleichfalls wird die Möglichkeit eröffnet, explizit Massnahmen nach Schädigungen in die Analyse mit einzubeziehen. In Abhängigkeit vom Schädigungsgrad und von den getroffenen Massnahmen wird eine Versagenswahrscheinlichkeit nach einer Vorschädigung berücksichtigt.

Wird die Schädigung entdeckt, so wird davon ausgegangen, dass Massnahmen entweder zur Erhöhung der Zuverlässigkeit oder zur Verminderung der Konsequenzen, durchgeführt werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schaden entdeckt wird, hängt auch von der Exposition ab. Bei aussergewöhnlichen Einwirkungen ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schaden entdeckt wird, relativ gross. Bei anderen Expositionen (die auch eine Vorschädigung bedeuten können ( $EX_{BD}$ )), wie z.B. Korrosion, ist das nicht zwangsläufig der Fall. Werden alle möglichen Optionen im Entscheidungsbaum berücksichtigt, so kann er dazu dienen, die Entscheidung zu wählen, die das Risiko minimiert und die Robustheit maximiert. Werden z.B. unterschiedliche Tragsysteme betrachtet, und sind diese mit unterschiedlichen Kosten verbunden, dann fliessen diese Kosten mit in die Analyse ein. Der Ast der zu  $\overline{D}$  korrespondiert, ist in diesen Fällen nicht mehr gleich Null. Unter Verwendung dieser Formulierung kann eine *pre posteriori* Entscheidungsanalyse durchgeführt werden, um die Systeme zu identifizieren, die das Risiko minimieren.

Für ein gegebenes Set an Optionen kann das Risiko für jeden Ast analog zu Gleichung (7.1) bis (7.3) berechnet werden. Das indirekte Risiko  $R_{Ind_3}$  berechnet sich zu:

$$R_{Ind_{2}} = \int_{x} \int_{y} \int_{z} C_{Ind_{2}} P(F \mid D = y, \overline{I}, EX_{AD} = z) f_{EX_{AD}\mid D, I} (z \mid y, \overline{I}) P(\overline{I} \mid D = y)$$

$$P(\overline{F} \mid D = y) f_{D\mid EX_{BD}} (y \mid z) f_{EX_{BD}} (z) dz dy dx$$
(7.5)

Das gesamte indirekte Risiko berechnet sich über die Summation aller Anteile des indirekten Risikos  $R_{Ind,i}$ . Das direkte Risiko berechnet sich analog. Der Index der Robustheit kann durch Verallgemeinerung der Gleichung (7.4) angegeben werden zu:

$$I_{Rob} = \frac{\sum_{k} R_{Dir,k}}{\sum_{k} R_{Dir,k} + \sum_{i} R_{Ind,i}}$$
(7.6)

In einigen Fällen ist auch die bedingte Robustheit von Interesse. Dabei steht im Vordergrund, wie sich ein Tragwerk verhält, wenn schon ein bestimmter Schadenszustand besteht.

### 7. Verletzbarkeit und Robustheit von Systemen

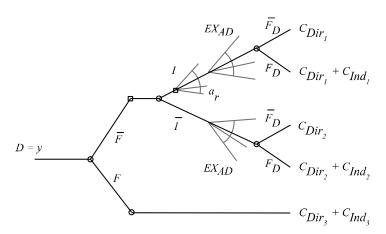


Abbildung 67: Ereignisbaum mit Bedingung auf den Schadenszustand D=y.

Ist die bedingte Robustheit von Interesse ist zunächst der Schadenszustand festzugelegen. Bedingt auf diesen Schadenszustand werden dann die Robustheitsberechnungen durchgeführt. Dieser Fall ist in Abbildung 67 illustriert. Alle Risiken werden bedingt auf den Schadenszustand berechnet. Das indirekte Risiko nach Gleichung (7.5) berechnet sich dann zu:

$$(R_{Ind_2} \mid D = y) = \int_{z} C_{Ind_2} P(F \mid D = y, \overline{I}, EX_{AD} = z) f_{EX_{AD}\mid D, I}(z \mid y, \overline{I})$$

$$P(\overline{I} \mid D = y) P(F \mid D = y) dz$$
(7.7)

Der bedingte Index der Robustheit wird dann berechnet zu:

$$(I_{Rob} \mid D = y) = \frac{\sum_{k} (R_{Dir,k} \mid D = y)}{\sum_{k} (R_{Dir,k} \mid D = y) + \sum_{i} (R_{Ind,i} \mid D = y)}$$
(7.8)

Wird die bedingte Robustheit für alle Schadenszustände getrennt berechnet, kann beurteilt werden, welcher Schadenszustand zu einer besonders geringen Robustheit führt. Gilt die Markov-Annahme, dann können zunächst alle bedingten Risiken ermittelt werden und diese anschliessend kombiniert werden. Die Wahrscheinlichkeiten für jeden Schadenszustand berechnen sich zu:

$$P(D = y) = \int_{x} f_{D|EX_{BD}}(y \mid x) f_{EX_{BD}}(x) dx$$
 (7.9)

Kombiniert mit Gleichung (7.8) kann damit der unbedingte Index der Robustheit berechnet werden:

$$I_{Rob} = \frac{\int_{y} \sum_{k} (R_{Dir,k} \mid D = y) P(D = y) dy}{\int_{y} \sum_{k} (R_{Dir,k} \mid D = y) P(D = y) dy + \int_{y} \sum_{i} (R_{Ind,i} \mid D = y) P(D = y) dy}$$
(7.10)

# 8. Akzeptanzkriterien

# 8.1. Generelle Akzeptanzkriterien

Die Konsumtheorie geht davon aus, dass ein Entscheidungsträger immer die zur Verfügung stehende Option wählt, die seinen Nutzen maximiert (vgl. Kapitel 3.6). Auch wenn die aktive Wahl der Handlungsoptionen nicht immer offensichtlich ist, so bestehen doch immer mindestens zwei Wahloptionen, entweder wird die aktuelle Situation verändert oder nicht. Dadurch, dass alle Entscheidungssituationen Unsicherheiten unterliegen, legt diese Wahl fest, welches Risiko akzeptiert wird. Unter der Annahme, dass alle relevanten Gefahren erkannt und berücksichtigt werden, ist das mit der Entscheidung verbundene Restrisiko gleich dem (bewusst) akzeptierten Risiko. Auch wenn der Ausdruck Restrisiko häufig verwendet wird, so gibt es im Grunde genommen keinen Unterschied zwischen Risiko und Restrisiko. Denn auch, wenn der Entscheidungsträger keine aktiven Massnahmen zur Reduktion ergreift, so entspricht das vorhandene Risiko einem Restrisiko. Die einzige Option für einen Entscheidungsträger ist diejenige, die seinen Nutzen maximiert (siehe auch Fritzsche (1986)) – das verbleibende Risiko entspricht dem sogenannten Restrisiko.

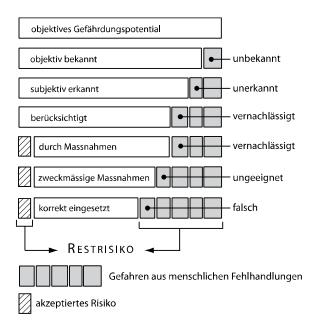


Abbildung 68: Restrisiken setzen sich zusammen aus akzeptierbaren Risiken und Risiken infolge menschlicher Fehlhandlungen sowie nicht berücksichtigten Gefahren (anlehnend an Schneider und Schlatter (1994)).

Abbildung 62 stellt die verschiedenen Anteile des gesamten Risikos dar. Sie verdeutlicht die unterschiedlichen Quellen, die zum Risiko beitragen. Wie dort dargestellt, resultiert ein grosser Anteil am Risiko aus menschlichen Fehlhandlungen sowohl auf der Ebene der Exposition (Gefahrenerkennung), der Verletzbarkeit (Massnahmeneinsatz), aber auch der Robustheit (Massnahmeneinsatz und Prävention). Rationale Entscheidungskriterien, sowie die Weiterentwicklung der Risikokultur können helfen, diesen Anteil zu reduzieren (Schneider und Schlatter (1994)). Wie bei allen Modellen, die entwickelt werden, gibt es Unsicherheiten sowohl in der Modellentwicklung

### 8. Akzeptanzkriterien

als auch im Einsatz. Diese Unsicherheiten sollten in der Analyse und Berechnung des Risikos berücksichtigt werden.

Wie aus der Abbildung 62 ersichtlich, leistet der Anteil "Gefahren aus menschlichen Fehlhandlungen" qualitativ einen signifikanten Beitrag zum Risiko. Das betrifft jeden Schritt in der Modellierung und in der Ausführung, wenn Entscheidungen getroffen worden sind. Daher ist es absolut notwendig, in der Modellierung die Modellannahmen auszuweisen und zu beachten, ob die getroffenen Annahmen gültig sind. Modelle sind lediglich abstrahierte und idealisierte Abbilder der von ihnen beschriebenen Teile der Wirklichkeit und beinhalten Unsicherheiten. Werden diese Aspekte beachtet, kann die Modellbildung dazu dienen, Entscheidungen zu unterstützen und dem Entscheidungsträger die Wahl aufzeigen, die seine Kosten minimiert. Diese Art der Entscheidungsunterstützung soll als rational bezeichnet werden, da sie auf einem funktionalen Modell basiert und unter Beachtung und Kenntniss der Modellannahmen reproduzierbar ist.

Ein solches rationales Entscheidungskriterium kann über die Formulierung einer Zielfunktion entwickelt werden. Die Zielfunktion soll dem Entscheidungsträger die Handlungsalternative aufzeigen, die seinen Nutzen maximiert.

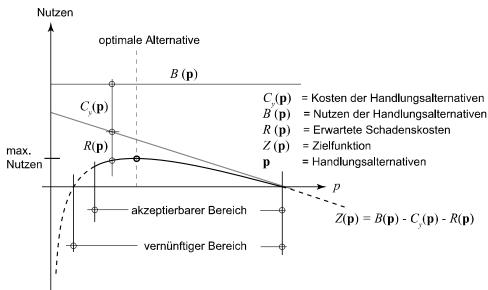


Abbildung 69: Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Handlungsalternativen und dem erwarteten Gesamtnutzen.

Die Zielfunktion  $Z(\mathbf{p})$  setzt sich zusammen aus dem Nutzen der Handlungsalternative  $B(\mathbf{p}, s, t)$ , den Kosten für die Handlungsalternative  $C_y(\mathbf{p})$  und den erwarteten Schadenskosten  $R(\mathbf{p}, s, t)$  (Rosenblueth und Mendoza (1971)):

$$Z(\mathbf{p}, s, t) = B(\mathbf{p}, s, t) - C_{v}(\mathbf{p}) - R(\mathbf{p}, s, t)$$

$$(8.1)$$

In Gleichung (8.1) bezeichnet  $\mathbf{p}$  ein Set aus Handlungsalternativen. Dies kann z.B. einen oder mehrere Bemessungsparameter eines Tragwerkes darstellen. Die Vektorschreibweise für  $\mathbf{p}$  zeigt, dass die Zielfunktion auch mehrere Handlungsalternativen berücksichtigen kann. Die Zielfunktion ist neben den möglichen Handlungsalternativen  $\mathbf{p}$  auch abhängig vom betrachteten Zeitintervall (0,t) und vom betrachteten und modellierten System s.

Das betrachtete System umfasst die Fragestellung, die beantwortet werden soll, alle Ereignisse, die berücksichtigt werden müssen, die Konsequenzen und die Strategie, die gewählt wird, nachdem ein Schaden eingetreten ist. Mit Strategie ist in diesem Zusammenhang das allgemeine Vorgehen inklusive der Risikokommunikation und der Schadensbewältigung gemeint. Insbesondere ist festzulegen, ob das geschädigte Objekt nach einem Schaden erneuert wird. Die Wahl dieser Strategie kann den Risikoterm  $R(\mathbf{p},s,t)$  und den Nutzenterm  $B(\mathbf{p},s,t)$  in Gleichung (8.1) beeinflussen. So kann z.B. eine Strategie verfolgt werden, die den sofortigen Ersatz eines Objektes nach ihrem Versagen vorsieht (Erneuerungsstrategie (siehe z.B. Cox (1962))). Für Objekte der Strasseninfrastruktur beschreibt dieser Fall am besten die Realität. Objekte (oder Komponenten) im Strassensystem wie z.B. Brücken werden sofort ersetzt oder instandgesetzt, wenn sie ausfallen oder den Anforderungen an die Funktionalität nicht mehr genügen. Der Risikoterm  $R(\mathbf{p},s,t)$  in der Zielfunktion kann für diesen Fall nach angegeben werden zu:

$$Z(\mathbf{p}, s, t) = B(\mathbf{p}, s, t) - C_{y}(\mathbf{p}) - R(\mathbf{p}, s, t)$$

$$= b(\mathbf{p}, s, t) \cdot t - C_{y}(\mathbf{p}) - (C_{y}(\mathbf{p}) + I_{c}(\mathbf{p}, s)) \cdot H(t, \mathbf{p})$$
(8.2)

Der Nutzen des Objektes entspricht in diesem Fall dem jährlichen Nutzen  $b(\mathbf{p},s)$  multipliziert mit der Anzahl Jahren t im betrachteten Zeitintervall.

Geht man von einer systematischen Erneuerung aus, so sind die Kosten für den materiellen Verlust des Objektes  $C_y(\mathbf{p})$  und die Kosten für alle anderen auftretenden Kosten inklusive von Kompensationszahlungen an Dritte, Aufräumarbeiten u.ä.,  $I_c(\mathbf{p},s)$  zu berücksichtigen. Auch diese Kosten können abhängig sein von verschiedenen Handlungsalternativen  $\mathbf{p}$  und der Stellung des betrachteten Objektes im System s. Mit  $H(t,\mathbf{p})$  ist der Erwartungswert der Anzahl an versagensereignissen im Zeitintervall (0,t) bezeichnet.

Besteht keine Redundanz im System, d.h. kann die Aufgabe, die das Objekt im System erfüllt, nicht durch andere Objekte kompensiert werden, so ist der Schaden bei einem Ausfall meist deutlich grösser. Die Systemabhängigkeit sollte bei der Ermittlung und Modellierung der Konsequenzen berücksichtigt werden.

Für die Wahl einer systematischen Erneuerung der Objekte nach einem Versagen soll angenommen werden, dass die Zeit für deren Ersatz vernachlässigbar klein ist. Soll diese Vereinfachung nicht getroffen werden, so muss in der Zielfunktion berücksichtigt werden, dass es nach einem Ausfall keinen Nutzen des Objektes gibt, und das Objekt während des (zufälligen) Zeitraumes, der für den Ersatz benötigt wird, nicht versagen kann.

Wird der Zeitraum für den Ersatz vernachlässigt, so berechnet sich das Risiko aus dem Erwartungswert der Anzahl an Versagensereignissen  $H(t,\mathbf{p})$  in einem festgelegten Zeitintervall (0,t) multipliziert mit den Schäden, die im Falle eines Versagens auftreten.

In der Literatur werden verschiedene Strategien zum Ersatz von Objekten diskutiert (vgl. z.B. Cox (1962)). So werden Strategien beschrieben, bei denen ein Objekt nach dem Versagen aufgegeben wird. Andere Strategien, wie z.B. dass ein Objekt höchstens einmal ersetzt werden soll. All diese Strategien reflektieren nicht die Realität im Ingenieurwesen. In der Realität dienen Objekte zur Erfüllung einer bestimmten Funktion. Der Bedarf an dieser Funktion wird auch nach dem Versagen eines Objektes bestehen bleiben und die Funktionalität muss wiederhergestellt werden.

### 8. Akzeptanzkriterien

Ob dies durch das gleiche Objekt geschieht, oder ob ein anderes Objekt eingesetzt wird hängt von verschiedenen Randbedingungen ab.

Die Infrastruktur in einer Gesellschaft erfüllt eine spezifische Funktion und die Erneuerungsstrategie nach einem Versagen repräsentiert die tatsächlichen Bedingungen in einer Gesellschaft. Im Folgenden soll nur auf diese Fälle fokussiert werden.

Dafür soll zunächst die Zufallsvariable  $N_t$  eingeführt werden, die die Anzahl an Versagensereignissen in einem Zeitintervall (0,t) beschreibt. Der Erwartungswert der Anzahl an Versagensereignissen H(t) berechnet sich nach Gleichung (8.3). Die Anzahl an Versagensereignissen ist in der Regel abhängig von den Bemessungsparametern  $\mathbf{p}$ . Jedoch wird aus Gründen der Lesbarkeit für die folgenden Ausführungen dieser nicht mitgeführt.

$$H(t) = E[N_t] = \sum_{r=0}^{\infty} r \cdot P(N_t = r)$$
(8.3)

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass im Zeitintervall (0,t) die Anzahl an Versagensereignissen gleich r ist, erfordert die Einführung einer weiteren Zufallsvariable  $T_r$ , die die Zeit bis zum r-ten Versagen beschreibt:

$$T_r = X_1 + ... + X_r$$
 (8.4)

In Gleichung (8.4) beschreibt  $X_1$  die Zeit bis zum ersten Versagen des Objektes und  $X_r$  die Lebensdauer des r-ten Objektes. Sind die einzelnen Lebensdauern  $X_i$  unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen, so spricht man von einem normalen Erneuerungsprozess.

Ein weiteres Modell des Erneuerungsmodells ist der modifizierte Erneuerungsprozess. Hierbei wird angenommen, dass die Lebensdauer des ersten Objektes  $X_1$  unterschiedlich zu den allen anderen Lebensdauern gleichverteilten Lebensdauern  $X_2 + ... + X_r$  ist (siehe z.B. Cox (1962) oder Rackwitz (2000)). Solche Modelle sind hilfreich, wenn bestehende Objekte untersucht werden, d.h. dass zum Zeitpunkt der Betrachtung (t = 0) das Objekt nicht neu ist. Rackwitz (2000) verwendet den modifizierten Erneuerungsprozess, um zu berücksichtigen, dass die Bemessungskriterien des Objektes nach einem Versagen verändert werden, und sich damit auch die Verteilung der Lebensdauer ändert. Beide Betrachtungsweisen sind in speziellen Situtationen und Fragestellungen sinnvoll und können miteinander kombiniert werden.

Die Zufallsvariable  $T_r$  in Gleichung (8.4) beschreibt die Zeit bis zu einer mit r festgelegten Anzahl an Versagensereignissen. Ist die Verteilung  $f_{X_i}(x_i)$  der einzelnen Zufallsvariablen  $X_i$  bekannt, so kann die Zeit bis zum r-ten Versagen über das Faltungsintegral von  $f_{X_i}(x_1),...,f_{X_r}(x_r)$  berechnet werden. Das Problem der Lösung des Faltungsintegrals kann umgangen werden, indem eine Laplace Transformation durchgeführt wird. Dies hat den Vorteil, dass anstelle einer Summe unabhängiger Zufallsvariablen das Produkt unabhängiger Zufallsvariablen berechnet werden kann. Lösungen der Laplace Transformation für verschiedene Dichtefunktionen sind in Rackwitz (2000) gegeben.

Das Faltungsintegral kann auch mittels numerischer Methoden berechnet werden. Werden diese verwendet, so können beliebige Verteilungen und deren Abhängigkeiten zur Beschreibung von

 $X_i$  verwendet werden und eine Transformation ist nicht notwendig. Der Einsatz von numerischen Methoden ist daher für spezielle Problemstellungen vorzuziehen.

Da gilt, dass die Anzahl der Erneuerungen in einem Intervall (0,t) kleiner als r ist, wenn die Zeit bis zum r-ten Versagen grösser als t ist, kann die Wahrscheinlichkeit, dass im Zeitintervall (0,t) die Anzahl an Versagensereignissen gleich r ist, über die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der Zeit bis zum r-ten Versagen berechnet werden (Cox (1962)):

$$P(N_t < r) = P(T_r > t) = 1 - F_{T_r}(t)$$
(8.5)

und damit:

$$P(N_{t} = r) = F_{T_{r}}(t) - F_{T_{r+1}}(t) = \int_{0}^{t} f_{T_{r}}(u) du - \int_{0}^{t} f_{T_{r+1}}(u) du$$
(8.6)

In einigen Fällen sind die Lebensdauern der Objekte nicht unabhängig voneinander, da z.B. die Modellannahmen zur Bemessung der Objekte und auch die Standorte der Objekte dieselben sind. Sind die Abhängigkeiten bekannt, so kann die Verteilung von  $N_t$  bzw.  $T_r$  unter Verwendung numerischer Methoden ermittelt werden.

Wie gross sollte aber das Zeitintervall t für Infrastrukturbauten gewählt werden? Geht man von einem sofortigen Ersatz nach einem Versagen aus und nimmt man an, dass dies auch für alle folgenden Generationen gilt, so würde  $t \to \infty$  gehen. Eine getroffene Entscheidung sollte jedoch prinzipiell von der Generation getragen werden, von der sie getroffen wird. Eine Referenzzeit von 100 Jahren kann als eine angemessene Referenzperiode angenommen werden.

Für die Fälle, in denen die Lebensdauern der einzelnen Objekte unabhängig voneinander sind, kann die Zeit bis zum ersten Versagen  $X_1$  durch eine Exponentialverteilung beschrieben werden (siehe Gleichung (8.4). Die Zeit bis zum r-ten Versagen kann dementsprehend durch die Gammaverteilung beschrieben werden (vgl. Tabelle 1 auf Seite 49 Gammaverteilung mit  $q = 1/\lambda$  und k = r):

$$H_{d}\left(t,\mathbf{p}\right) = \sum_{r=1}^{\infty} \int_{0}^{t} \frac{x^{r-1}}{q\left(\mathbf{p}\right)^{r} \cdot \Gamma\left(r\right)} \cdot e^{-\frac{x}{q\left(\mathbf{p}\right)}} dx = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{o}\left(r, \frac{t}{q\left(\mathbf{p}\right)}\right)}{\Gamma\left(r\right)} = \frac{t}{q\left(\mathbf{p}\right)}$$

$$(8.7)$$

Mit r ist die Anzahl an Versagensergeignissen bezeichnet, t ist die obere Grenze des betrachteten Zeitintervalls (0,t) und mit  $\Gamma(\cdot)$  ist die Gammafunktion bezeichnet:

$$\Gamma(r) = \int_{0}^{\infty} e^{-u} \cdot u^{r-1} du \tag{8.8}$$

und  $\Gamma_a(\cdot,\cdot)$  entspricht der unvollständigen Gammafunktion der oberen Grenze:

### 8. Akzeptanzkriterien

$$\Gamma_o\left(r, \frac{t}{q(\mathbf{p})}\right) = \int_0^{t/q(\mathbf{p})} e^{-u} \cdot u^{r-1} du \tag{8.9}$$

 $q(\mathbf{p})$  entspricht der Inversen der Ereignisrate  $v(\mathbf{p})$  und kann angegeben werden zu:

$$q(\mathbf{p}) = \mu_1(\mathbf{p}) \tag{8.10}$$

 $\mu_1(\mathbf{p})$  bezeichnet den Mittelwert der Lebensdauer eines Objektes. Er kann aus der zeitinvarianten jährlichen Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f(\mathbf{p})$  berechnet werden, wenn die Anahne der Unabhängigkeit der Versagensereignisse gilt:

$$\mu_{1}(\mathbf{p}) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot P_{f}(\mathbf{p}) \cdot \left(1 - P_{f}(\mathbf{p})\right)^{i-1} = \frac{1}{P_{f}(\mathbf{p})}$$

$$(8.11)$$

Der Erwartungswert der Anzahl an Versagensereignissen, bzw. an Erneuerungen im Intervall (0,t) ergibt sich unter Verwendung der Gleichungen (8.7)-(8.11) zu:

$$H(\mathbf{p},t) = t \cdot P_f(\mathbf{p}) \tag{8.12}$$

Der Mittelwert  $\mu$  ist, wie auch H(t), N(t) und die jährliche Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$ , abhängig von den gewählten Handlungsalternativen  $\mathbf{p}$ .

Gleichung (8.12) zeigt, dass für ein unendliches Zeitintervall  $(0,\infty)$  der Erwartungswert der Anzahl an Erneuerungen gegen unendlich geht:  $\lim_{t\to\infty} H(\mathbf{p},t) = \infty$ . Würde eine Strategie gewählt werden, die alle zukünftigen Erneuerungen berücksichtigt, und würde diese dann auf den Zeitpunkt t=0 bezogen, so wäre der Schadensterm in der Zielfunktion unendlich gross. In gleicher Weise konvergiert der Nutzenterm in der Zielfunktion gegen unendlich. Die Kosten für die Erneuerungen (und auch der Nutzen) treten jedoch nicht direkt zum Zeitpunkt t=0 auf. Werden die zukünftigen Kosten, die durch die Handlungsalternative  $\mathbf{p}$  beeinflusst werden, auf den Zeitpunkt t=0 bezogen, so ist die Diskontierung dieser zukünftigen Kosten zu berücksichtigen. Diese Diskontierung der Schäden verursacht, dass der Beitrag der Schadenskosten, die weit in der Zukunft, liegen, sehr klein wird. Die Diskontierungsfunktion g(t) ergibt sich für konstante und kontinuierliche Zinsätzen  $\gamma^*$  zu:

$$g(t) = e^{-\gamma^* t} \tag{8.13}$$

Der Erwartungswert der Anzahl an Erneuerungen unter Berücksichtigung der Diskontierung und unter der Annahme, dass die Ereignisraten  $\nu(\mathbf{p})$  unabhängig sind, kann unter Verwendung der Gammaverteilung analog zu Gleichung (8.7) unter Verwendung derselben Notation berechnet werden:

$$H_{d}(t,\mathbf{p}) = \sum_{r=1}^{\infty} \int_{0}^{t} \frac{x^{r-1}}{q(\mathbf{p})^{r} \cdot \Gamma(r)} \cdot e^{-x\left(\frac{1}{q(\mathbf{p})} + \gamma^{*}\right)} dx$$

$$= \sum_{r=1}^{\infty} \left(1 + \gamma^{*} \cdot q(\mathbf{p})\right)^{-r} \cdot \frac{\Gamma_{o}\left(r, \frac{\left(\gamma^{*} \cdot q(\mathbf{p}) + 1\right) \cdot t}{q(\mathbf{p})}\right)}{\Gamma(r)}$$

$$= \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \gamma^{*} \cdot q(\mathbf{p})\right)^{-r}}{\Gamma(r)} \int_{0}^{\frac{\left(\gamma^{*} \cdot q(\mathbf{p}) + 1\right) \cdot t}{q(\mathbf{p})}} \int_{0}^{t} e^{-u} \cdot u^{r-1} du = \frac{1 - e^{-\gamma^{*}t}}{\gamma^{*} \cdot q(\mathbf{p})}$$

$$(8.14)$$

Ist die jährliche Versagenswahrscheinlichkeit bekannt, so kann unter Verwendung von Gleichung (8.11) bis (8.14) der Mittelwert der Versagensereignisse im Zeitintervall (0,t) angegeben werden zu:

$$H_d(t,\mathbf{p}) = P_f(\mathbf{p}) \cdot \frac{1 - e^{-\gamma^* t}}{\gamma^*} \tag{8.15}$$

Wird die Verzinsung vernachlässigt so  $\lim_{\stackrel{\circ}{r}\to 0} (H_d(t,p))$  konvergiert die Gleichung (8.15) gegen die Gleichung (8.12). Durch die Verzinsung werden die Kosten, die in der Zukunft anfallen abgezinst, und der Beitrag dieser Kosten zum Gesamtrisiko wird dadurch verringert. Betrachtet man ein Zeitintervall  $(0,\infty)$ , so gilt für  $t\to\infty$ :

$$H_{d}\left(t \to \infty, \mathbf{p}\right) = \sum_{r=1}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \frac{x^{r-1}}{q\left(\mathbf{p}\right)^{r} \cdot \Gamma\left(r\right)} e^{-x\left(\frac{1}{q\left(\mathbf{p}\right)} + \gamma^{*}\right)} dx = \left(q\left(\mathbf{p}\right)\gamma^{*}\right)^{-1}$$

$$(8.16)$$

Berücksichtigt man die Zinseffekte in der Zielfunktion, so wird auch bei der Berücksichtigung aller Konsequenzen aller nachfolgenden Generationen der Risikoterm nicht unendlich gross. Der Risikoterm ist proportional zu  $(\gamma^*)^{-1}$ .

Der Nutzen aus einem Objekt fällt ebenfalls über die Zeit an. Daher wird auch dieser abgezinst. Bei der Berechnung des Nutzens bezogen auf den Entscheidungszeitpunkt t = 0,  $B(\mathbf{p}, s, t)$ , gilt analog zu den Betrachtungen zum Risiko:

$$B(\mathbf{p}, s, t) = b(\mathbf{p}, s) \cdot \frac{1 - e^{-\gamma^* t}}{\gamma^*}$$
(8.17)

Hierin bezeichnet  $b(\mathbf{p},s)$  den jährlichen Nutzen, der aus dem Objekt resultiert, bzw. aus der Handlungsoption  $\mathbf{p}$  resultiert. Wird die Entscheidung für einen Zeitintervall  $(0,\infty)$  getroffen, so konvergiert der Nutzen zum Zeitpunkt t=0 gegen:

$$B(\mathbf{p}, s, t) = b(s) \cdot (\gamma^*)^{-1}$$
(8.18)

Die Beziehung zwischen dem jährlichen kontinuierlichen konstanten Zinssatz  $\gamma^*$  und dem jährlichen konstanten Zinssatz  $\gamma$  ist in Gleichung (8.19) gegeben. Diese Beziehung kann direkt in den Gleichungen (8.13) - (8.18) verwendet werden.

$$\gamma^* = \ln\left(1 + \gamma\right) \tag{8.19}$$

In Abbildung 69 ist der Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Handlungsalternativen und den damit verbundenen erwarteten Gesamtnutzen für eine kontinuierliche Veränderung der Handlungsalternativen schematisch dargestellt. Der Nutzen für die verschiedenen Handlungsalternativen ist konstant, und die Kosten steigen linear mit den Handlungsalternativen. Die Schadenskosten verändern sich nichtlinear mit den Handlungsalternativen. Durch die Zielfunktion werden die Alternativen identifiziert, die vernünftig sind. Das entspricht dem Bereich, in dem die Zielfunktion positiv ist, d.h. der Nutzen aus einer Aktivität positiv ist. Aktivitäten, die keinen Nutzen bringen, sind für den Entscheidungsträger nicht vernünftig und daher auch nicht akzeptabel.

Für einen Entscheidungsträger ist diejenige Entscheidung optimal, mit der der Nutzen maximiert wird:

$$\mathbf{p}_{\max} = \max_{\mathbf{p}} \left( Z(\mathbf{p}) \right) \tag{8.20}$$

Für ihn ergibt sich nur eine akzeptable Entscheidung und das ist diejenige, die zum maximalen Nutzen nach Gleichung (8.20) korrespondiert.

In einigen Fällen ist der Nutzen aus einer Handlungsalternative unbekannt oder nicht bestimmbar und häufig ist er unabhängig von der Wahl der Option. Da konstante Anteile in der Zielfunktion das Optimum nicht verschieben, können diese vernachlässigt werden.

In Abbildung 69 ist der vernünftige Bereich, d.h. der Bereich, in dem der Nutzen positiv ist, eingeschränkt. Diese Einschränkung ergibt sich aus gesellschaftlichen Akzeptanzkriterien. Sie beeinflussen den Entscheidungsprozess nur, wenn das Maximum der Zielfunktion des Entscheidungsträgers nicht im akzeptierbaren Bereich liegt. In diesen Fällen entscheidet er sich für die Handlungsalternative, die seinen Nutzen im akzeptierbaren Bereich maximiert. Diese Einschränkung verhindert, dass der Entscheidungsträger Nutzen aus dem Schaden der Gesellschaft zieht und garantiert ein ausreichendes Sicherheitsniveau.

# 8.2. Gesellschaftliche Akzeptanzkriterien

Es bestehen verschiedene Konzepte, um die gesellschaftliche Akzeptanz von Aktivitäten in der Gesellschaft zu prüfen. Die bekanntesten sind das *Farmer-Diagramm* (Farmer (1967)), welches in der Störfallverordung der Schweiz umgesetzt wurde, und das *Fatal-Accident-Rate-*Kriterium (siehe z.B. Kübler (2006) oder Paté-Cornell (1994)).

Farmer-Diagramme sind nicht konsistent zur Entscheidungstheorie und enthalten meist implizite Aversionsfaktoren (siehe z.B. Kroon und Høj (2001)). Diese zwei Nachteile des Farmer-Diagramms führen zu dem Schluss, dass diese Art von Diagrammen nicht geeignet ist, um die Akzeptanz zu beurteilen.

Beide Ansätze, sowohl das Farmer-Diagramm als auch das Fatal-Accident-Rate-Kriterium bieten keine Möglichkeit, die Massnahme direkt in die Entscheidungsfindung einzubeziehen. Die Philosophie dieser Ansätze basiert auf einer Art festgelegtem Schutzziel, d.h. der Festlegung eines zulässigen Risikos für eine spezifische Risikosituation. Die Philosophie des LQI ebenso wie die Philosophie, die von der PLANAT verfolgt wird (PLANAT (2004)), basiert auf der Effizienz der eingesetzten Mittel. Die Anwendung dieser Philosophie wird im Folgenden dargestellt. Einen Überblick über diese und andere Ansätze sowie eine Diskussion über die Vor- und Nachteile findet sich z.B. in Melchers (2001), Aven und Vinnem (2005), Pape (1997), Kübler (2006) und Faber (2006). Da die Nachteile überwiegen, wird auf diese Verfahren im Rahmen dieses Projektes nicht weiter eingegangen. Im Folgenden wird die Akzeptanz von Massnahmen unter Verwendung von Effizienzkriterien dargestellt. Die Grundlage bieldet der LQI (vgl. auch Kapitel 3.8).

### Kontinuierliche Handlungsoptionen

Ein konsistentes gesellschaftliches Akzeptanzkriterium lässt sich aus dem LQI ableiten. Der LQI führt auf ein Akzeptanzkriterium der folgenden Form:

$$\frac{dg}{g} + \frac{1}{q} \frac{d\ell}{\ell} \ge 0 \tag{8.21}$$

Es bietet die Möglichkeit, die Zahlungsbereitschaft der Gesellschaft aus den beobachteten Präferenzen der Gesellschaft zu modellieren. Die Änderung von g in Gleichung (8.21), dg, entspricht im Allgemeinen den Kosten für risikoreduzierende Massnahmen  $C_y$ . Die Gleichung (8.21) ist allgemeingültig formuliert, so dass dg negativ ist in Fällen, in denen Kosten verursacht werden, und positiv, wenn ein Nutzen entsteht. Wie bereits in Kapitel 3.8 beschrieben, ist es für eine Anwendung im gesellschaftlichen Kontext nützlich, die relative Änderung der Lebenserwartung  $d\ell/\ell$  durch eine Änderung der Mortalität  $d\mu$  wie folgt zu ersetzen:

$$\frac{d\ell}{\ell} \approx C_x d\mu$$

und diese mittels

$$d\mu = k \cdot d\nu$$

mit der Änderung in der Versagensrate dv zu verknüpfen. Hierbei ist  $C_x$  eine demographische und ökonomische Parameter enthaltende Konstante für das Mortalitätsreduktionsschema x und k bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, bei einem Versagen umzukommen.

Das Mortalitätsregime Δ nach Gleichung (3.161) wird für die Anwendung auf technische Systeme, die der gesamten Gesellschaft dienen, empfohlen. Eine Änderung der Mortalität ist danach konstant für jede Altersstufe.

Aus Gleichung (3.146) bis (3.148) folgt:

$$dC_{y} = \frac{g}{q} C_{x} N_{PE} k dv \tag{8.22}$$

In dieser Gleichung sind  $dC_y$  die für die Risikoreduktion einzusetzenden jährlichen Kosten. Um diese zu ermitteln, ist sowohl die Zeitperiode festzulegen, die betrachtet werden soll, als auch die Verzinsung der Kosten. Mit  $N_{PE}$  in Gleichung (8.22) ist berücksichtigt, dass im Mittel  $N_{PE}$  Personen bei einem Versagen der baulichen Anlage potentiell gefährdet sind. Sowohl k als auch  $N_{PE}$  können abhängig von p sein. Aus Gründen der Lesbarkeit wird hier auf die explizite Mitführung dieser Abhängigkeit verzichtet. Durch Umformung von Gleichung (8.22) erhält man ein gesellschaftliches Akzeptanzkriterium, welches die Handlungsoptionen einschränkt:

$$dC_{y} \ge -\frac{g}{g}C_{x}N_{PE}k\,dv(p) \tag{8.23}$$

Die Änderung der Versagensrate dv(p) einer Anlage ist abhängig von der Handlungsalternative p. Sind die jährlichen Kosten der Alternative kleiner als  $dC_y$ , so ist diese Alternative akzeptierbar. Die Handlungsalternativen werden durch Gleichung (8.23) eingeschränkt (vgl. Abbildung 69).

Die Todesfallrate  $\lambda(p)$  kann in Abhängigkeit von der Versagensrate  $\nu(p)$  angegeben werden zu:

$$\lambda(p) = N_{PE} k \cdot \nu(p) \tag{8.24}$$

Wird diese in das Akzeptanzkriterium in Gleichung (8.23) eingesetzt, erhält man:

$$\frac{d\lambda(p)}{dC_{v}(p)} + \frac{q}{C_{x}g} \ge 0 \tag{8.25}$$

Mit dieser Umformung erhält man ein Grenzkostenkriterium, wie es auch von der PLANAT (PLANAT (2004)) verwendet wird, basierend auf dem *LQI*:

$$G_{LQI} = \frac{C_x \ g}{q} \tag{8.26}$$

Gleichung (8.25) ergibt sich zu:

$$\frac{d\lambda(p)}{dC_{v}(p)} + \frac{1}{G_{tot}} \ge 0 \tag{8.27}$$

In Abbildung 70 ist dieses Kriterium schematisch dargestellt. Dieses Kriterium schränkt die Handlungsalternativen des Entscheidungsträgers ein und stellt somit eine Nebenbedingung für die Maximierung der Zielfunktion nach Gleichung (8.20) dar. Die Handlungsalternativen des Entscheidungsträgers werden nach Abbildung 69 auf den akzeptierbaren Bereich eingeschränkt. Mit aktuellen Parametern nach Tabelle 5 erhält man für die Schweiz einen Wert für die Grenzkosten von  $G_{LQI} = 3.9 Mio. CHF$ . Die demographische Konstante  $C_x = C_{\Delta,d=2\%,a}$  beträgt 18.9 (vgl. Abbildung 45). Der Index  $\Delta$  gibt an, dass eine gleichmässige Änderung der altersabhängigen Sterblichkeit in allen Altersstufen angenommen wurde, d = 2% gibt an, dass eine Verzinsung von 2% berücksichtigt wurde. Der Index a bedeutet, dass eine Altersmittelung durchgeführt wurde (vgl. auch Kapitel 3.8).

Da das Akzeptanzkriterium sich nur auf die Personensicherheit bezieht, ist der Wert, der sich aus dem Grenzkostenkriterium ergibt, kein Optimum. Das Optimum kann nur bestimmt werden, wenn der gesamte Nutzen maximiert wird. Da die Entscheidungen für die Gesellschaft getroffen werden, und gesellschaftliche Ressourcen verwendet werden, sollten Eingangswerte für die Berechnung nicht kaufkraftbereinigt sein.

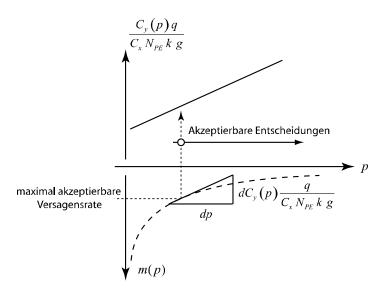


Abbildung 70: Ermittlung des Akzeptanzkriteriums.

Zwischen dem Grenzkostenkriterium, das die PLANAT verwendet und dem Grenzkostenkriterium, das über den LQI ermittelt wird, gibt es nur philosophische Unterschiede. Der LQI unterscheidet nicht nach der Freiwilligkeit, da er ein gesellschaftliches Akzeptanzkriterium darstellt. Es kann generell angezweifelt werden, ob eine solche Unterscheidung der Freiwilligkeit zulässig und sinnvoll sind. In einigen Publikationen wird vorgeschlagen, die Akzeptanz in Abhängigkeit der Freiwilligkeit zu bewerten; diese wird Akzeptanz auch durch beobachtete Aktivitäten in der Bevölkerung belegt (Starr (1969)). Die Beobachtungen, dass Risiken eher eingegangen werden, wenn sie freiwillig sind, sind zutreffend - es ist aber fraglich, ob die Interpretation und die Schlussfolgerungen daraus zutreffend sind. Die Mechanismen, die dieses Verhalten auslösen, sind eher auf Unwissenheit, Nicht-Informiertheit und Selbstüberschätzung zurückzuführen als auf reale Risikoakzeptanz. Das bedeutet, dass sich das risikofreudige Verhalten von Individuen nicht mit der Freiwilligkeit erklären lässt und die gezogenen Schlüsse, dass die Akzeptanz von Risiken eine Funktion der Freiwilligkeit ist, sollte überdacht werden. Zudem sollte eine Dienstleistung oder ein Gut, dass einem Dritten angeboten wird, ausreichend sicher sein, unabhängig vom Grad der Freiwilligkeit. Auch wenn Bergsteigen oder Bungeejumping rein freiwillig sind, müssen die Seile, die dort zum Einsatz kommen, nicht weniger sicher sein als andere. Dies ist einer der Gründe, weshalb in diesem Projekt vorgeschlagen wird, auf Akzeptanzkriterien zu verzichten, die das Konzept der Freiwilligkeit verfolgen.

Jede durchgeführte Massnahme, die die Personensicherheit betrifft, führt zu einer Veränderung des *LQI*. Dies kann anhand der Indifferenzkurven des *LQI* gezeigt werden. Hierzu sollen die Indifferenzkurven des *LQI*, die in Abbildung 42 auf Seite 125 dargestellt sind, dienen. Im beobachteten Punkt verhält sich die Indifferenzkurve nahezu linear. Für den infinitesimalen Bereich um

### 8. Akzeptanzkriterien

diesen beobachteten Punkt für das Jahr 2004 ist die Indifferenzkurve in Abbildung 71 dargestellt. Die beobachtete Situation entspricht dem Ausgangszustand. Zunächst soll eine hypothetische Option  $p_0$  durchgeführt werden, die keinen volkswirtschaftlichen Schaden verursacht, aber auch keinen volkswirtschaftlichen Nutzen bringt. Durch diese Handlungsoption sind Personen gefährdet, und die Lebenserwartung der Gesellschaft nimmt durch diese Gefährdung ab. Die Auswirkungen auf den LQI sind der Abbildung 71 zu entnehmen; g bleibt konstant, die Lebenserwartung l reduziert sich. Nun können weitere Massnahmen durchgeführt werden, um die Lebenserwartung bzw. die Personensicherheit zu erhöhen. Dies ist nur möglich, wenn Investitionen getätigt werden und damit g abnimmt. Durch mögliche Massnahmen ( $p_1 - p_5$  in Abbildung 71) kann maximal die gesamte Gefährdung vermieden werden, was gleichbedeutend mit einer völligen Vermeidung der Gefährdung von Personen ist. Unabhängig davon, wie effizient die Massnahmen sind – eine gesellschaftliche Akzeptanz kann nicht mehr erreicht werden, da bestenfalls die gleiche Lebenserwartung erreicht werden kann wie vor der Wahl der Option  $p_0$  und der erreichte Punkt unterhalb der Indifferenzkurve liegt. Der Gesamtnutzen ist somit negativ, da Ressourcen der Gesellschaft durch die Kombination der Massnahmen  $p_1 - p_5$  reduziert wurde. Die Indifferenzkurve zeigt somit, dass keine Massnahme akzeptierbar sein kann, die lediglich die Lebenserwartung senkt, dabei aber keinen volkswirtschaftlichen Nutzen bringt.

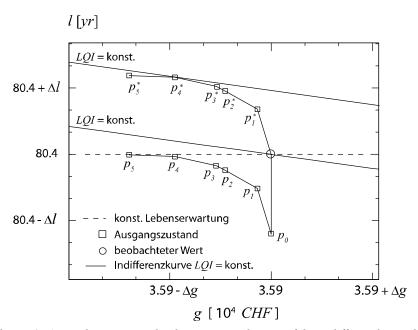


Abbildung 71: Auswirkungen verschiedener Massnahmen auf die Indifferenzkurve des LQI.

In Fällen, in denen die Massnahme  $p_0$  einen volkswirtschaftlichen Nutzen bringt, kann es sinnvoll sein, die Massnahme zu akzeptieren, auch wenn diese zu einer Verringerung der Lebenserwartung führt. Beispielhaft ist dies für die Massnahme  $p'_0$  in Abbildung 72 dargestellt. Diese Handlungsalternative hat einen positiven Effekt auf die Volkwirtschaft, birgt aber auch Gefahren für Personen. Ein klassisches Beispiel für einen solchen Fall ist der Neubau einer Strassenverbindung. Die Massnahme  $p'_0$  erfüllt a priori jedoch noch nicht das Akzeptanzkriterium, sie muss mit weiteren Massnahmen kombiniert werden, um den Nutzen der Gesellschaft zumindest konstant zu halten. Dies kann z.B. mit  $p'_1$  erreicht werden. Diese Massnahme führt zu einer Reduktion der Gefahr, so dass im Endzustand ein Nutzen für die Gesellschaft erreicht wird (vgl. Abbildung 72).

Vom gesellschaftlichen Standpunkt sind keine weiteren Massnahmen erforderlich, wenn die Massnahme die Reduktion der Lebenserwartung mit einer ausreichenden Steigerung des volkswirtschaftlichen Nutzens kompensiert wird. Ein Beispiel hierfür ist die Massnahme p<sub>0</sub>. Sie kann auch wenn sie Gefährdungen für Personen beinhaltet - vom gesellschaftlichen Standpunkt akzeptiert werden, da der Punkt p<sub>0</sub> auf derselben Indifferenzkurve des LQI liegt wie der Ausgangszustand. Damit bringt er der Gesellschaft denselben Nutzen wie die Ausgangssituation.

Es kann jedoch für einen Entscheidungsträger sinnvoll sein, risikoreduzierende Massnahmen in einer bereits bestehenden Situation durchzuführen. Beispiele hierfür wären die Einrichtung zusätzlicher Absturzsicherungen für Lastwagen an Brücken oder die Erhöhung eines Sicherheitsniveaus in einer Norm. Befindet man sich im Ausgangszustand (siehe Abbildung 71) und steht eine effiziente Massnahme  $p_1^*$  zur Verfügung, so wird durch das Durchführen dieser Massnahme der gesellschaftliche Nutzen vergrössert – diese Massnahme ist damit gesellschaftlich akzeptabel. Vom gesellschaftlichen Standpunkt aus lohnt es sich, alle Massnahmen durchzuführen, die zu einer Vergrösserung des gesellschaftlichen Nutzens führen. In diesen Fällen ist das Akzeptanzkriterium nach Gleichung (8.27) erfüllt.

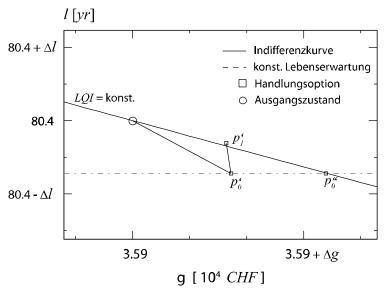


Abbildung 72: Auswirkungen von Massnahmen auf den LQI.

Für die Massnahmen in Abbildung 71 ist dies für  $p_1^* - p_4^*$  zutreffend. Die Massnahme  $p_5^*$  erfüllt gerade nicht mehr das Akzeptanzkriterium und sollte daher nicht durchgeführt werden. Die Indifferenzkurve, die durch  $p_4^*$  verläuft, maximiert den Nutzen der Gesellschaft, d.h. das Paket  $p_1^* - p_4^*$  ist sinnvoll und sollte durchgeführt werden.

Die oben gezeigten Abbildungen und Ausführungen gelten sowohl für diskrete Handlungsoptionen und kontinuierliche Handlungsoptionen als auch für Kombinationen von beiden.

Um die Massnahmen zusammen mit der Indifferenzkurve darzustellen, muss die Veränderung der Lebenserwartung dl und die Veränderung der gesellschaftlichen Ressourcen dg bekannt sein. Sie lassen sich unter Verwendung der Gleichungen (8.21)-(8.26) unter Brücksichtigung der Einwohneranzahl  $N_{pop}$  über die folgenden Gleichungen berechnen:

$$dl = l \cdot C_x \cdot \frac{dv(p) \cdot k \cdot N_{pE}}{N_{pop}}$$
(8.28)

$$dg = \frac{C_y(p)}{N_{pop}} \tag{8.29}$$

Der Grenzkostenwert, der unter Verwendung des LQI ermittelt wird, hat im Gegensatz zum Grenzkostenwert nach PLANAT eine methodische und philosophische Basis. Daher wird vorgeschlagen, den LQI zur Ermittlung der Akzeptanz zu verwenden. Der LQI hat zudem den Vorteil, dass er leicht aktualisiert werden kann, da die benötigten Eingangsdaten von den statistischen Bundesämtern laufend aktualisiert werden. Die Ausführungen in diesem Kapitel sind unabhängig von der Methode, die zur Bestimmung des Grenzkostenwertes verwendet wird. Der Wert  $g C_r / q$  kann dementsprechend durch andere Grenzkostenwerte ersetzt werden.

In vielen Fällen sind diskrete Handlungsoptionen miteinander zu vergleichen und Entscheidungen zu treffen. Dabei ist es möglich, dass einzelne Handlungsalternativen selbst optimiert werden können und kontinuierliche Optimierungsparameter haben. In solchen Fällen sind diese, unter Berücksichtigung der Akzeptanzkriterien, nach Gleichung (8.20) zu optimieren. Ein Beispiel für einen solchen Fall sind Schutzbauten für Naturgefahren. So kann als mögliche Handlungsoption die Wahl eines Schutznetzes oder der Bau einer Schutzgalerie angesehen werden. Sowohl der Widerstand des Netzes als auch die Dicke der Betondecke der Galerie kann nun zuerst optimiert werden. Der Vergleich von beiden stellt jedoch wieder einen diskreten Fall dar. Stehen verschiedene diskrete Optionen mit denselben Eigenschaften im Sinne ihrer Effizienz zur Verfügung, so kann rational nur die günstigste gewählt werden. Akzeptanzkriterien basierend auf Grenzkostenansätzen sind in jedem Fall von den Massnahmen abhängig.

# Konstanten im Akzeptanzkriterium

Es ist theoretisch denkbar, dass sowohl die Kostenfunktion als auch die Versagensrate einen linearen Verlauf mit unterschiedlicher Steigung haben. Dies hat zur Folge, dass das Grenzkriterium der Form

$$dC_{y}(p) = -\frac{g}{q}C_{x}N_{PE}k\,dv(p) \tag{8.30}$$

nur erfüllt werden kann, wenn die Steigung der beiden linearen Funktionen gleich ist. Demnach können prinzipiell zwei Fälle unterschieden werden. Erstens, die Steigung der Versagensrate ist grösser als die Steigung der Kostenfunktion und zweitens, die Steigung der Versagensrate ist kleiner oder gleich der Steigung der Kostenfunktion (vgl. Abbildung 73). Im ersten Fall ist keine der untersuchten Handlungsoptionen akzeptabel. Dies bedeutet jedoch nicht, dass keine der Handlungsalternativen durchgeführt werden sollte. Es lohnt sich unter diesen Bedingungen, mehr Mittel zu investieren. Ein Grenzwert kann nicht erreicht werden. Ein solcher Fall kann bei Optionen auftreten, die nur in beschränkter Anzahl eingesetzt werden können. Ein Beispiel hierfür sind Anschnallgurte. Ist jedes Fahrzeug mit Gurten ausgerüstet, kann nicht mehr in die Lebensrettung investiert werden. Ein weiteres Beispiel sind Fahrrad- und Motorradhelme. Auch wenn die Effizienz dieser Massnahmen sehr gross ist, kann nur ein begrenzter Teil der Ressourcen in diese Massnahmen investiert werden – es kann nur (und es sollte!) solange investiert werden, bis jedes Mitglied der Gesellschaft einen Helm besitzt. Im zweiten Fall sind alle Handlungsoptionen akzeptabel. Welche Option dann gewählt werden sollte, kann nach Abschnitt 8.1 bestimmt werden.

Konstanten im Akzeptanzkriterium treten u.a. bei allen diskreten Handlungsoptionen auf, die akzeptierbar sind. Dort ist es jedoch nicht möglich, mehr zu investieren als die Massnahme durchzuführen.

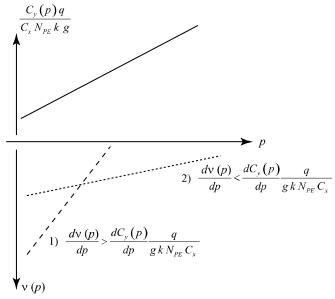


Abbildung 73: Lineare Versagensrate und lineare Kostenfunktion.

### Diskrete Handlungsalternativen

Im diskreten Fall kann die Akzeptierbarkeit einer Massnahme mittels Gleichung (8.31) ermittelt werden.

$$C_{y}(p_{i}) \geq -\frac{g}{q} C_{x} \Delta \lambda(p_{i}) = -\frac{g}{q} C_{x} \left( \lambda(p_{0}) - \lambda(p_{1}) \right)$$

$$= -\frac{g}{q} C_{x} \left( N_{PE}(p_{0}) k(p_{0}) \nu(p_{0}) - N_{PE}(p_{1}) k(p_{1}) \nu(p_{1}) \right)$$

$$(8.31)$$

 $C_y(p_i)$  bezeichnet die jährlichen Kosten für die Handlungsoption  $p_i$  und  $\Delta\lambda(p_i)$  die Anderung der Todesfallrate. Diese Änderung der Todesfallrate bezieht sich auf den Zustand des Systems, bevor die Option realisiert wurde, mit der zugehörigen Anzahl an gefährdeten Personen  $N_{PE}(p_0)$ , der Sterbewahrscheinlichkeit  $k(p_0)$  und der Versagens- bzw. Ereignisrate  $\nu(p_0)$ . Akzeptierbar ist die Option, wenn die folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$C_{y}(p_{i}) + \frac{g}{q} C_{x} \left( N_{PE}(p_{0}) k(p_{0}) \nu(p_{0}) - N_{PE}(p_{1}) k(p_{1}) \nu(p_{1}) \right) \ge 0$$
(8.32)

Es wird hier die Todesfallrate anstelle der Todesfallwahrscheinlichkeit eingeführt, um eine Allgemeingültigkeit zu gewährleisten. Die Anzahl an Ereignissen und Todesfällen kann mehr als maximal 1 Todesfall pro Zeiteinheit betragen. Daher ist es hier sinnvoll, die Todesfallrate zu verwenden.

Aus Gleichung (8.32) ist ersichtlich, dass für eine Ausgangsituation nicht per se eine akzeptable Reduktion der Versagensrate angegeben werden kann. Die akzeptable Versagensrate ist abhängig von den Kosten der zur Verfügung stehenden Massnahmen und ihrer Effizienz im Hinblick auf die Lebensrettung. Akzeptable Risiken können daher nur in Abhängigkeit mit den zur Verfügung stehenden Massnahmen bestimmt werden.

Abbildung 74 illustriert diese Zusammenhänge anhand von fünf verschiedenen Handlungsoptionen, die zur Verfügung stehen, um eine Ereignisrate  $v(p_0)$ – und damit das Risiko – zu reduzieren. Jede dieser Handlungsoptionen ist mit Kosten  $C_y(p_i)$  verbunden und führt zu einer Reduktion der Ereignisrate  $\Delta v$ . Die akzeptierbaren Handlungsoptionen können unter Anwendung der Gleichung (8.32) gefunden werden. In Abbildung 74 sind mögliche Ergebnisse schematisch gezeigt. In diesem Fall wäre die zweite Handlungsalternative  $p_2$  akzeptierbar, Handlungsalternative  $p_4$  hingegen ist nicht akzeptierbar, da die erreichte Reduktion  $\Delta v(p_4)$  kleiner ist als die notwendige Reduktion  $v(p_0)-v^*(p_4)$ .

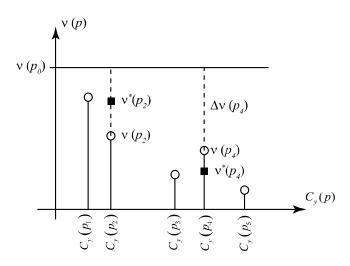


Abbildung 74: Zusammenhang zwischen unterschiedlichen diskreten Handlungsalternativen, der Versagensrate und der akzeptablen Versagensrate.

Bei der Handlungsalternative  $p_2$  wurde ausreichend in die Sicherheit investiert. Es ist gesellschaftlich sinnvoll und erforderlich, diesen Betrag zu investieren.

Dies kann auch mittels der Indifferenzkurven erklärt werden. In Abbildung 75 ist schematisch eine Indifferenzkurve für den LQI dargestellt. Hier ist, im Gegensatz zu Abbildung 71 und Abbildung 72, kein infinitesimaler Teil der Indifferenzkurve gezeigt und der Verlauf der Kurve ist daher nicht linear. Der Pfeil auf dieser Indifferenzkurve gibt die Richtung an, in die der Nutzen der Gesellschaft bzw. der Wert des LQI steigt (siehe auch Kap. 3.6). Der aktuelle Zustand der Gesellschaft soll durch den Punkt A repräsentiert werden. Dieser wird durch die aktuelle Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Geburt, einem Teil des Einkommens und des LQI definiert. Wird eine Investition in lebensrettende Massnahmen geplant, so ist diese mit Kosten verbunden  $C_y(p_1)$ . Die Massnahme beeinflusst die Lebenserwartung der Gesellschaft. Die Lebenserwartung steigert sich von  $I_0$  auf  $I(p_1)$ . Wie aus Abbildung 75 entnommen werden kann, ist der Nutzen aus dieser Massnahme grösser als der Ausgangsnutzen. Durch den Tausch erhält man einen Zuwachs an Nutzen (Punkt B). Eine Option ist akzeptabel, wenn die Steigerung der Lebenserwartung durch die Investition oberhalb der Indifferenzkurve liegt.

Sind diskrete Handlungsalternativen akzeptierbar, so entspricht dies dem Fall eines konstanten Terms im Akzeptanzkriterium. Es würde sich lohnen, solange zu investieren, bis die Indifferenzkurve des *LQI* erreicht ist. Dies kann meist nicht durch eine einzelne Handlungsalternative er-

reicht werden, und auch wenn diese diskrete Handlungsalternative sehr effizient ist, kann sie meist nur einmal eingesetzt werden. Da das gleiche Prinzip der Grenzkosten nach Gleichung (8.21) auch für diskrete Handlungsoptionen gilt, führt dies dazu, dass alle zur Verfügung stehenden Massnahmen und insbesondere deren Kombination überprüft werden müssen, um die Kombination zu finden, bei denen das Grenzkostenkriterium gerade noch erfüllt ist. Das allgemeine Vorgehen wird im nächsten Kapitel erläutert.

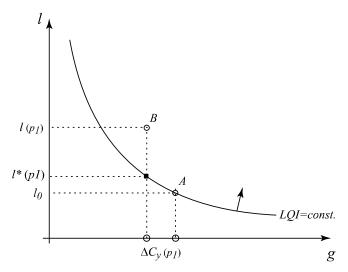


Abbildung 75: Ermittlung eines ausreichenden Sicherheitsniveaus.

Anstelle der Grenzkosten wird auch häufig der Begriff der Rettungskosten verwendet. Nach Schneider und Schlatter (1994) sind Rettungskosten ein Betrag in Geldeinheiten, der beim Einsatz einer Sicherheitsmassnahme zur Rettung eines Menschenlebens bzw. zur Verminderung eines Sachschadens ausgegeben wird. Rettungskosten können interpretiert werden als Kosten für Massnahmen in einem diskreten Fall. Zur Beurteilung, ob die Handlungsalternative mit diesen Rettungskosten akzeptabel ist, kann mit dieser Interpretation direkt das LQI-Kriterium angewendet werden. Dabei sollte im Allgemeinen zwischen Rettungskosten und Grenzkosten unterschieden werden. Die Rettungskosten sind Durchschnittskosten, d.h. die Gesamtsumme, die in Personensicherheit investiert wurde, wird durch den Mittelwert der geretteten Leben geteilt. Die Grenzkosten sind hingegen die Kosten, die ausgegeben werden, um ein weiteres Leben zu retten. Für eine diskrete Massnahme sind diese Kosten identisch, da sich der Entscheidungsträger bei diskreten Handlungsalternativen nur zwischen den zwei Optionen des Durchführens oder nicht Durchführens entscheiden kann. In diesem Sinne ist die Kostenfunktion für diese eine Alternative linear und die Grenzkosten entsprechen den Durchschnittskosten.

Diskrete Handlungsoptionen können auch direkt mithilfe des *LQI-Diagramms* bezüglich ihrer Akzeptierbarkeit beurteilt werden (vgl. auch Nathwani et al. (1997)). Das *LQI-Diagramm* ist in modifizierter Form in Abbildung 76 dargestellt.

In der Regel bewegt man sich im Ingenieurwesen auf der linken Seite des Graphen, d.h. man investiert  $(-C_y(p))$ , um die Lebenszeit zu verlängern. Liegt eine Massnahme im schraffierten Bereich, so ist der Nutzen für die Gesellschaft negativ. Dies korrespondiert zu den Fällen, die unterhalb der Indifferenzkurve in Abbildung 75 liegen.

### 8. Akzeptanzkriterien

Beispielhaft sind drei unterschiedliche Optionen eingetragen. Option A und Option B sind akzeptierbar; Option C ist nicht akzeptierbar. Option A erhöht die Lebenserwartung am geringsten, ist aber akzeptierbar. Die Optionen C und B erhöhen die Lebenserwartung um denselben Betrag. Die Option C bindet jedoch zu viele Ressourcen der Gesellschaft. Welche der beiden akzeptierbaren Optionen ist aber zu wählen? Die Entscheidungstheorie bietet Werkzeuge, um dies zu entscheiden. Da beide Optionen gesellschaftlich akzeptabel sind, kann die Option gewählt werden, die den Nutzen des Entscheidungsträgers maximiert.

Die Darstellug im *LQI-Diagramm* vermittelt einen ersten Überblick über die akzeptierbaren Alternativen. Die direkte Darstellung mittels der Indifferenzkurven ist jedoch vorzuziehen, da sich bei dieser Darstellung auch Informationen über die Effizienz der einzelnen Massnahmen ablesen lassen.

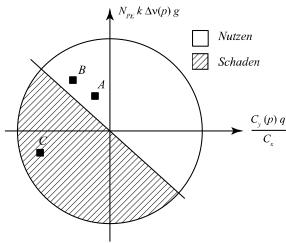


Abbildung 76: LQI-Diagramm

Der Nutzen des Entscheidungsträgers kann dann gemäss Gleichung (8.20) – wie in Kapitel 8.1 erläutert wurde – für die einzelnen Alternativen  $p_i$  ermittelt werden:

$$Z(p_i) = B(p_i) - C(p_i) - R(p_i)$$
(8.33)

Im Gegensatz zum Grenzkostenkriterium werden in der Zielfunktion in Gleichung (8.33) die Schadenskosten wie z.B. Kompensationsleistungen als Durchschnittskosten berücksichtigt.

## Kombinationen von Handlungsalternativen

Auch Kombinationen von Handlungsalternativen können auf ihre Optimalität und ihre Akzeptanz geprüft werden. Etwas aufwändiger ist in diesen Fällen die Bestimmung der Versagensraten. Es muss berücksichtigt werden, dass es Abhängigkeiten zwischen den Massnahmen geben kann. So wird sich z.B. die Versagensrate einer Steinschlaggalerie verändern, wenn zusätzlich ein Steinschlagnetz eingesetzt wird. Wie im Abschnitt *Diskrete Handlungsalternativen* beschrieben, sollte gesellschaftlich so lange investiert werden, bis das Grenzkostenkriterium erreicht ist. Bei diskreten Handlungsoptionen kann dies durch die Kombination von Handlungsalternativen erreicht werden. In Abbildung 77 ist der Einfluss auf das Personenrisiko verschiedener Handlungsalternativen  $p_i$  dargestellt. Das allgemeine Vorgehen kann wie folgt beschrieben werden. In einem ersten Schritt sind alle zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen zu identifizieren, die die Perso-

nensicherheit erhöhen. Für jede dieser Optionen wird das Verhältnis  $(\Delta R_{p_i} \mid p_i) / |(\Delta C_{y,p_i} \mid p_i)|$  berechnet und die Handlungsoptionen identifiziert, die das grösste Verhältnis besitzen und es wird überprüft, ob das Akzeptanzkriterium nach Gleichung (8.32) erfüllt ist. Ist es erfüllt, so wird für die restlichen Handlungsoptionen die Risikoreduktion unter der Bedingung berechnet, dass die erste Handlungsoption ausgeführt wurde.

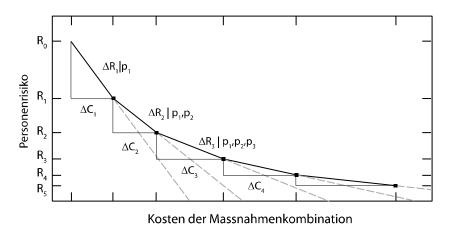


Abbildung 77: Kombination von Handlungsalternativen.

Das ist notwendig, da sich die Massnahmen gegenseitig beeinflussen können. Für jede der verbleibenden Optionen wird erneut das Verhältnis  $(\Delta R_{p_i} | p_1, p_i)/|(\Delta C_{y,p_i} | p_1, p_i)|$  bestimmt und die Option identifiziert, die wiederum das grösste Verhältnis zwischen Risikoreduktion und Kosten liefert. Diese Iteration wird so lange mit allen zur Verfügung stehenden und kombinierbaren Massnahmen durchgeführt, bis das Grenkostenkriterium nicht mehr erfüllt ist. Die letzte Option ist diejenige, die gerade noch das Grenzkostenkriterium erfüllt. Gibt es mehrere unterschiedliche Kombinationen, die als akzeptierbar eingestuft werden können, so wird das Massnahmenpaket gewählt, das den Nutzen des Entscheidungsträgers maximiert. Analog zu den diskreten Handlungsalternativen kann der Entscheidungsträger entscheiden, mehr in die Sicherheit zu investieren als es das Kriterium vorgibt, wenn es seinen eigenen Nutzen maximiert.

Allgemein kann das Akzeptanzkriterium für Kombinationen von Massnahmen nach Gleichung (8.34) ermittelt werden.

$$\Delta C_{y}(p_{i} \mid \boldsymbol{\theta}_{i}) \geq -\frac{g}{q} C_{x} N_{PE}(p_{i} \mid \boldsymbol{\theta}_{i}) k(p_{i} \mid \boldsymbol{\theta}_{i}) \Delta \nu(p_{i} \mid \boldsymbol{\theta}_{i})$$

$$\boldsymbol{\theta}_{i} = (p_{1}, p_{2}, ..., p_{i})$$
(8.34)

Um zu beurteilen, welche der Kombinationen optimal ist, kann Gleichung (8.33) angewendet werden:

$$Z(p) = \sum_{i=1}^{n} B(p_i) - \sum_{i=1}^{n} C(p_i) - \sum_{i=1}^{n} R(p_i)$$
(8.35)

Die erwarteten Schadenskosten R werden unter Berücksichtigung der Versagensrate mit allen Abhängigkeiten berechnet. Die Schadenskosten, wie z.B. die Kompensationskosten, entsprechen nicht den Grenzkosten, sondern den Durchschnittskosten, d.h. die Kosten für Kompensationszahlungen sind direkt proportional zur Anzahl an verhinderten Todesfällen.

### Beispiele zur Anwendung des Grenzkostenkriteriums

In diesem Abschnitt sollen leicht nachvollziehbare und prinzipielle Beispiele das Vorgehen erläutern und illustrieren. Es werden drei Entscheidungssituationen vorgestellt, die als repräsentativ für die in der Praxis auftretenden Fälle angesehen werden. Die Beispiele decken die folgenden Entscheidungssituationen ab:

- Entscheidungsfindung bei kontinuierlichen Handlungsoptionen.
- Entscheidungsfindung bei diskreten Optionen.
- Entscheidungsfindung bei Kombinationen von (diskreten) Handlungsoptionen.

## Beispiel I - Optimale Bemessung einer Tragwerkskomponente

Um die Anwendung der Methodik für kontinuierliche Handlungsoptionen zu zeigen, sollen im ersten Beispiel der akzeptable und der optimale Querschnitt eines Stahlstabes in einer technischen Anlage bestimmt werden. Der Bemessungsparameter p ist die Querschnittsfläche des Stahlstabes, welche mit  $A [mm^2]$  bezeichnet ist. Dazu wird angenommen, dass das Versagen des Stahlstabes eintritt, wenn die Fliessgrenze des Stabes infolge der Einwirkung erreicht ist. Die Einwirkung soll vereinfachend als gumbelverteilt mit einem Mittelwert von  $\mu_s = 9.50\,kN$  und einer Standardabweichung von  $\sigma_s = 1.50\,kN$  angenommen werden. Sie entspricht dem jährlichen Maximum der Einwirkung. Der Widerstand ergibt sich aus der Querschnittsfläche des Stahlstabes A und der Fliessgrenze des Stahles  $f_y$ . Die Fliessgrenze des Stahlstabes kann als lognormalverteilt angenommen werden mit einem Mittelwert von  $\mu_R(A) = A \cdot 260[N]$  und einer Standardabweichung von  $\sigma_R(A) = A \cdot 18.2[N]$ . Das Überschreiten der Fliessgrenze des Stahlstabes wird als Versagensereignis definiert. Die jährliche Versagenswahrscheinlichkeit des Stahlstabes kann unter Verwendung von Gleichung (3.29) berechnet werden zu:

$$P_{f}(A) = \int_{0}^{\infty} F_{R}(x) f_{S}(x) dx = \frac{\ln(x) - \lambda_{R}(A)}{\zeta_{R}(A)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^{2}} \alpha_{S} e^{-\alpha_{S}(x - u_{S}) - e^{-\alpha_{S}(x - u_{S})}} dy dx$$
(8.36)

Die Parameter der Gubelverteilung  $\alpha_s$  und  $u_s$  sowie die Parameter der Lognormalverteilung  $\lambda_R(A)$  und  $\zeta_R(A)$  sind nach Tabelle 1 auf Seite 49 zu berechnen.

Das LQI-Akzeptanzkriterium nach Gleichung (8.27) kann angegeben werden zu:

$$\frac{dP_f(A)}{dA} - \frac{q}{C_{\Lambda, d=2\%, q}} \frac{dC_y(A, t, \gamma)}{dA} < 0 \tag{8.37}$$

Um das Akzeptanzkriterium auszuwerten, ist die Kenntnis weiterer Parameter notwendig. Es wird angenommen, dass die Todesfallwahrscheinlichkeit k bei einem Versagen gleich 1 ist und 12 Personen von einem Versagen betroffen sind. Die Kosten  $C_y^*(A)$  pro  $mm^2$  Stahlfläche sollen 5000 CHF betragen. Diese Kosten enthalten alle Kosten, die bei der Erstellung anfallen. Die jährlichen Kosten bezogen auf den Zeitpunkt der Entscheidung können berechnet werden nach:

$$C_{y}(A,t,\gamma) = \left(C_{y,1}^{*}(A) + C_{y,2}^{*}(A) \cdot \left(1 - e^{\gamma^{*}t}\right) \cdot \left(\gamma^{*}\right)^{-1} \cdot P_{f}(A)\right) \cdot t^{-1}$$
(8.38)

Tabelle 48: Eingangsparameter für die Beispielrechnung.

g	Anteil der Konsumausgaben am Bruttoinlandsprodukt	35931 <i>CHF</i>
$C_{{\scriptscriptstyle\Delta},d=2\%,a}$	Demographische Konstante	18.9
q	-	0.175
k	Todesfallwahrscheinlichkeit	1
$N_{\scriptscriptstyle PE}$	Anzahl gefährdeter Personen	12
$C_{y,1}^*\left(A\right) = C_{y,2}^*\left(A\right)$	Kosten des Bauteils	5000 · A CHF
b	Nutzen des Bauteils	$1.2 \cdot 10^4$ CHF / yr
$C_o$	Kompensationskosten	1.8 Mio.CHF
$C_{U}$	Räumungskosten	$2 \cdot 10^4$ CHF
γ	Zinssatz	2%
t	Zeitperiode	100 <i>yr</i>

Die Kostenterme  $C_{y,1}^*$  und  $C_{y,2}^*$  entsprechen den Konstruktionskosten, respektive den Erneuerungskosten des Stahlstabes. Hier wird angenommen, dass die Kosten  $C_{y,1}^*$  und  $C_{y,2}^*$  gleich sind und den Kosten für das Bauteil entsprechen. Es kann jedoch auch Fälle geben, in denen auch einem Ereignis nicht das gesamte Objekt ausgetauscht werden muss, sondern nur lokal zerstört wurde. So ein Fall könnte bei einer Steinschlagschutzgalerie auftreten, die durch ein Steinschlagereignis nur teilweise beschädigt wurde.

Für einen konstanten jährlichen Zinssatz  $\gamma$  können die jährlichen Kosten ermittelt werden zu:

$$C_{y}(A,t,\gamma) = \left(C_{y,1}^{*}(A) + C_{y,2}^{*}(A) \cdot \left(1 - \left(1 + \gamma\right)\right) \cdot \left(\ln\left(1 + \gamma\right)\right)^{-1} \cdot P_{f}(A)\right) \cdot t^{-1}$$
(8.39)

Ebenso können Kosten für die Räumung und Wiederherstellung des Ausgangszustandes in Gleichung (8.39) zu berücksichtigen sein. Die Ermittlung dieser Kostenterme sollte in der Analyse daher besonders sorgfältig durchgeführt werden. Für dieses Beispiel sind die zur Berechnung notwendigen Eingangswerte in Tabelle 48 zusammengestellt.

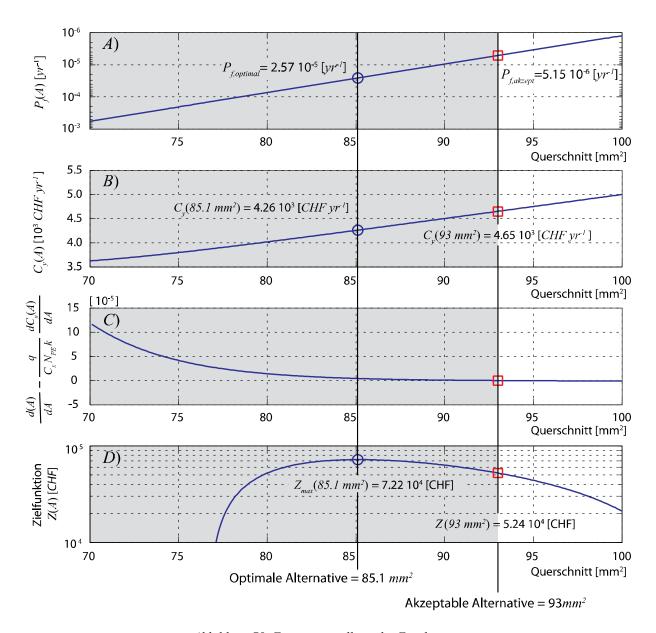


Abbildung 78: Zusammenstellung der Ergebnisse.

Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 78 A) - C) zusammengestellt. Abbildung 78 C) zeigt das Akzeptanzkriterium nach Gleichung (8.37). Das Grenzkriterium schränkt die zur Verfügung stehenden Handlungsalternativen ein. Ein Querschnitt, der kleiner als 93  $mm^2$  ist, kann für dieses Bauteil nicht gewählt werden. Die korrespondierende Versagenswahrscheinlichkeit beträgt  $P_f = 5.15 \cdot 10^{-6} \, [1/yr]$ , und die Kosten für das Bauteil betragen  $4.65 \cdot 10^3 \, CHF \, yr^{-1}$ .

Welche Wahl maximiert aber den Nutzen des Eigentümers? Zur Beantwortung dieser Frage muss die Zielfunktion definiert werden. Nach Gleichung (8.1) ergibt sich die Zielfunktion in diesem Beispiel zu:

$$Z(A,t,\gamma) = b \cdot \frac{1 - (1 + \gamma)^{-t}}{\ln(1 + \gamma)} - C_{y}(A) - P_{f}(A) \cdot (C_{y}(A) + k N_{PE} C_{O} + C_{U}) \cdot \frac{1 - (1 + \gamma)^{-t}}{\ln(1 + \gamma)}$$
(8.40)

Es wird angenommen, dass der Nutzen b(A) des Bauteils konstant ist. Die Kosten des Bauteils  $C_y(A)$  sind in Abhängigkeit des Bemessungsparameters in Abbildung 78 gegeben. Die Schadenskosten enthalten die Kosten des Bauteils  $C_y(A)$ , Räumungskosten und administrative Kosten  $C_U$  sowie Kompensationsleistungen  $C_0$ , die infolge von Todesfällen zu zahlen sind. Die Kompensationsleistungen sind die Kosten, die der Entscheidungsträger im Falle eines Todesfalles zu zahlen hat. Für den Strassenverkehr sind die Kompensationskosten in VSS SN 640 007 (2006) festgelegt. Diese sind länderabhängig und fallweise zu ermitteln und festzulegen. Der jährliche Zinssatz ist zu 2% angenommen und es wurde ein Zeithorizont von 100 Jahren gewählt. Diese Zielfunktion auch Gleichung (8.40) ist unter Verwendung der Eingangsparameter aus Tabelle 48 in Abbildung 78 D) dargestellt. Die Funktion erreicht ihr Maximum bei einem Querschnitt von 85.1  $mm^2$ . Da die Funktion ihr Maximum nicht im akzeptierbaren Bereich hat, ist die optimale Handlungsoption vom gesellschaftlichen Standpunkt nicht akzeptierbar. Die Präferenz der Gesellschaft erfordert mehr in die Sicherheit zu investieren.

In diesem Beispiel wurde gezeigt, wie bei kontinuierlichen Handlungsoptionen die Zielfunktion aufgestellt werden kann, das Optimum ermittelt wird und wie die gesellschaftlichen Akzeptanzkriterien den Handlungsspielraum des Entscheidungsträgers einschränken.

### Beispiel II - Schutz vor Naturgefahren

Im zweiten Beispiel wird die Anwendung des Konzeptes auf diskrete Handlungsoptionen illustriert. Es sollen unterschiedliche Massnahmen beurteilt werden, die vor einer Naturgefahr schützen. Die Modellierung der Naturgefahr ergab eine Eintretensrate von  $v(p_0) = 0.035$  pro Jahr. Die Todesfallwahrscheinlichkeit  $k(p_0)$  bei einem Ereignis beträgt 0.40 und im Mittel sind  $N_{PE}(p_0) = 2.0$  Personen gefährdet. Es stehen fünf verschiedene Handlungsalternativen  $p_i$ , i = 1,2,...5 zur Verfügung. Diese Handlungsalternativen sind mit unterschiedlichen Kosten  $C_y^*(p_i)$  verbunden. Sowohl die Eintretensrate v als auch die Anzahl der betroffenen Personen  $N_{PE,pi}$  ist bei den einzelnen Alternativen  $p_i$  unterschiedlich. Die Eingangsparameter für die Berechnung sind in Tabelle 49 zusammengestellt. Unter Verwendung des Akzeptanzkriteriums, das in Gleichung (8.31) gegeben ist, kann überprüft werden, ob die Mittel effizient eingesetzt sind:

$$V_{0}(p_{i}) \leq \frac{N_{PE}(p_{0})k(p_{0})\nu(p_{0}) + \frac{C_{y}(p_{i},t,\gamma)q}{C_{\Delta,d=2\%,a}g}}{N_{PE}(p_{i})k(p_{i})} = v^{*}(p_{i})$$
(8.41)

Tabelle 49: Parameter der verschiedenen diskreten Handlungsalternativen.

	$ u_{p_i} $	$C_{y,p_i}^*$	$C_{y,p_i}$	$C_{U,p_i}$	$N_{{\it PE},p_i}$	$k_{p_i}$	$\boldsymbol{\nu}^*_{p_i}$
Option	$[yr^{-1}]$	[CHF]	$\left[ CHF \ yr^{-1} \right]$	[CHF]	[CHF]	[CHF]	$[yr^{-1}]$
$p_0$	$3.5 \cdot 10^{-2}$	-	-	$0.5 \cdot 10^3$	2	0.4	-
$p_1$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	$5.0 \cdot 10^3$	$9.4 \cdot 10^2$	$1.0 \cdot 10^3$	4	0.8	$8.7 \cdot 10^{-3}$
$p_{2}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^5$	$1.6 \cdot 10^3$	$1.5 \cdot 10^3$	5	0.3	$1.8 \cdot 10^{-2}$
$p_3$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$3.0 \cdot 10^6$	$3.7 \cdot 10^4$	$1.9 \cdot 10^3$	10	0.4	$4.6 \cdot 10^{-3}$
$p_{\scriptscriptstyle 4}$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{5}$	$2.0 \cdot 10^3$	$2.0 \cdot 10^{3}$	8	0.3	$1.1 \cdot 10^{-2}$
$p_{\scriptscriptstyle 5}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^4$	$7.0 \cdot 10^3$	10	0.2	$1.3 \cdot 10^{-2}$

### 8. Akzeptanzkriterien

Die Werte zur Modellierung der gesellschaftlichen Präferenzen, die in Tabelle 48 zusammengestellt sind, gelten auch für dieses Beispiel. Als Kosten für die Massnahme sind die jährlichen Kosten anzusetzen. Geht man von einem Zeithorizont von t = 100 Jahren aus, und nimmt man an, dass bei einem Ereignis die Massnahme erneuert werden muss, so berechnen sich die jährlichen Kosten für die Massnahmen im Zeitintervall von 100 Jahren (0,t = 100) und einer jährlichen Zinsrate von  $\gamma = 0.02$  unter Verwendung von Gleichung (8.14) zu:

$$C_{y}(p_{i},t,\gamma) = \left(C_{y,1}^{*}(p_{i}) + C_{y,2}^{*}(p_{i}) \cdot \left(1 - (1 + \gamma)^{-t}\right) \cdot \left(\ln(1 + \gamma)\right)^{-1} \cdot \nu(p_{i})\right) \cdot t^{-1}$$
(8.42)

Das Akzeptanzkriterium zeigt, ob die Gesellschaft sich diese Aktivität leisten sollte. Ist die Handlungsoption nicht akzeptabel, so bedeutet dies, dass die Ressourcen der Gesellschaft an einer anderen Stelle effizienter für lebensrettende Massnahmen investiert werden können. Solange  $v^*(p_i)$  grösser ist als  $v(p_i)$  kann diese Option als gesellschaftlich akzeptabel eingestuft werden. Der gesellschaftliche Nutzen (mit der Interpretation des LQI als Nutzenfunktion) ist positiv. In diesem Beispiel trifft dies für die Handlungsalternativen  $p_2$ ,  $p_4$  und  $p_5$  zu.

In Abbildung 79 ist das LQI-Diagramm für dieses Beispiel in Anlehnung an Nathwani et al. (1997) dargestellt. Das LQI-Diagramm ist eine mögliche Darstellungsart, die hier vorgestellt werden soll, da es für diskrete Handlungsoptionen einen schnellen Überblick gibt. Hieraus wird deutlich, dass der Nutzen der Gesellschaft durch die Optionen  $p_1$  und  $p_3$  verringert wird (gestreifter Bereich, vgl. auch Abbildung 76). Die Optionen  $p_5$ ,  $p_4$ ,  $p_2$  können akzeptiert werden.

Da drei Optionen akzeptierbar sind, stellt sich die Frage, welche der zur Verfügung stehenden Optionen nun gewählt werden sollte. Es sollte die Option gewählt werden, die den Nutzen maximiert. Die Zielfunktion kann angegeben werden zu:

$$Z(p_{i},t,\gamma) = B(p_{i},t,\gamma) - C_{y}(p_{i}) - v(p_{i}) \left(C_{y}(p_{i}) + k_{p_{i}} N_{PE,p_{i}} C_{O} + C_{U}(p_{i})\right) \cdot \frac{1 - (1 + \gamma)^{-t}}{\ln(1 + \gamma)}$$
(8.43)

Der Nutzen der Massnahme entspricht der Reduktion der Todesfälle durch die Massnahmen:

$$B(p_i, t, \gamma) = (v_0 k_0 N_{PE, 0} - v(p_i) k_{p_i} N_{PE, p_i}) \cdot C_O \cdot \frac{1 - (1 + \gamma)^{-t}}{\ln(1 + \gamma)}$$
(8.44)

Option  $p_4$  maximiert den Nutzen. Diese Option stellt das Optimum der akzeptierbaren Optionen dar, auch wenn die Option  $p_5$  ein höheres Sicherheitsniveau garantieren würde. Tabelle 50 zeigt die tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse und in der Abbildung 79 sind die Ergebnisse in das LQI-Diagramm eingetragen. Option  $p_4$  maximiert den Nutzen. Diese Option stellt das Optimum der akzeptierbaren Optionen dar, auch wenn die Option  $p_5$  ein höheres Sicherheitsniveau garantieren würde. Untersucht man nur eine mögliche Handlungsalternative, die diskret ist, so kann, auch wenn diese sehr effizient ist, nicht beliebig viel in diese Massnahme investiert werden. Daher sollten, um ein ausreichendes Sicherheitsniveau zu gewährleisten, Massnahmenpakete untersucht werden.

Stehen nur nicht akzeptable Handlungsoptionen zur Verfügung, so sollte der Entscheidungsträger prüfen, ob es noch andere Optionen gibt, die zuvor nicht berücksichtigt wurden. So eine Option könnte eine Vermeidung der Gefahr darstellen, z.B. durch Sperrung eines Gebietes.

Option	$v(p_i)$	$v^*(p_i)$	$B(p_i,t,\gamma)$	$C_y^*(p_i)$	$R(p_i,t,\gamma)$	$Z(p_i,t,\gamma)$
$p_1$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	$8.7 \cdot 10^{-3}$	$-2.82 \cdot 10^5$	$5.0 \cdot 10^3$	$4.44 \cdot 10^4$	$-3.76 \cdot 10^5$
$p_{2}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-2}$	$1.96 \cdot 10^{5}$	$1.5 \cdot 10^5$	$1.32\cdot 10^4$	$+3.27 \cdot 10^4$
$p_3$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$	$6.27 \cdot 10^4$	$1.0 \cdot 10^6$	$6.53 \cdot 10^5$	$-3.59 \cdot 10^6$
$p_4$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$	$2.1 \cdot 10^{5}$	$2.0 \cdot 10^{5}$	$4.4 \cdot 10^3$	$+5.58 \cdot 10^2$
$p_{\scriptscriptstyle 5}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$2.18 \cdot 10^{5}$	$1.0 \cdot 10^6$	$4.83 \cdot 10^3$	$-7.87 \cdot 10^{5}$

Tabelle 50: Tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse.

Die Vermeidung einer Gefahr kann auch zeitlich begrenzt sinnvoll sein, z.B. bis eine Gefährdung nicht mehr besteht oder effiziente Massnahmen zur Vermeidung zur Verfügung stehen.

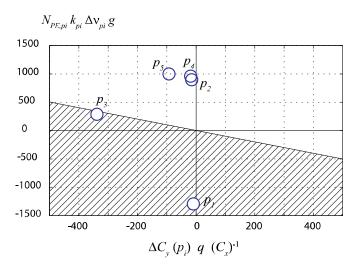


Abbildung 79: LQI-Diagramm für die fünf Handlungsalternativen.

### Beispiel III - Kombinationen von risikoreduzierenden Massnahmen

Ein letztes Beispiel soll das Vorgehen bei Kombinationen von diskreten Handlungsalternativen darstellen. Im Ausgangszustand soll das Todesfallrisiko  $\lambda_{p_0} = N_{PE,p_0} \cdot k_{p_0} \cdot v_{p_0} = 3.5 \cdot 10^{-3} \ yr^{-1}$  betragen. Es soll sich hier um eine bereits bestehende Gefährdung handeln. Der Entscheidungsträger will nun entscheiden, ob es sich lohnt, Massnahmen zur Reduktion dieses Risikos durchzuführen. Es stehen 5 unabhängige Handlungsalternativen zur Verfügung, die frei miteinander kombiniert werden können, und die sich gegenseitig nicht beeinflussen. Die jährlichen Kosten für die Massnahmen  $C_{y,p_i}$  und die zugehörige Reduktion des Todesfallrisikos  $\Delta \lambda_{p_i}$  sind in Tabelle 51 zusammengestellt.

Da in diesem Beispiel die verschiedenen Handlungsoptionen kombinierbar sind, und diese sich gegenseitig nicht beeinflussen, können die Massnahmen ohne weitere Untersuchungen kombiniert werden. In einem ersten Schritt werden die Optionen nach ihrer Effizienz absteigend sortiert (siehe auch S. 211). Die effizienteste Option ist  $p_1$ , da sie das grösste Verhältnis von  $\Delta \lambda_{p_1}$  zu  $C_{p_1,p_2}$  hat. Die zweiteffizienteste Option ist  $p_2$ . Bei dieser Option beträgt das Verhältnis zwischen

### 8. Akzeptanzkriterien

der Risikoreduktion und den Kosten 1.1·10<sup>-6</sup>[CHF<sup>-1</sup>]. Die gesamte Rangordnung ist in Spalte 5 in Tabelle 51 gegeben.

	-			
Option	$\Delta \lambda_{p_i}$	$C_{y,p_i}$	$\Delta \lambda_{p_i}/C_{y,p_i}$	Rang
	$[yr^{-1}]$	[CHF yr <sup>-1</sup> ]	$[CHF^{-1}]$	[-]
$p_1$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	$3\cdot10^3$	$6.7 \cdot 10^{-6}$	1
$p_{2}$	$8.0 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{3}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$	3
$p_3$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^3$	$1.1 \cdot 10^{-6}$	2
$p_{\scriptscriptstyle 4}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{3}$	$4.4 \cdot 10^{-7}$	4
$p_{5}$	$8.0 \cdot 10^{-4}$	$1.10^{4}$	$8.0 \cdot 10^{-8}$	5

Tabelle 51: Eingangsparameter für Massnahmenkombinationen.

Durch die Rangordnung ist die Kombination der Massnahmen festgelegt. Da die Effizienz mit der Rangordnung abnimmt, kann für jede dieser Optionen die Akzeptanz überprüft werden. Es sollte dann mindestens solange in risikoreduzierende Massnahmen investiert werden, bis das Akzeptanzkriterium nach Gleichung (8.34) nicht mehr erfüllt ist.

$oldsymbol{ heta}_i$	Option	$\Delta \lambda_{p_i}$	$\Delta C_y(p_i   \boldsymbol{\theta}_i)$	$\Delta C_{y}(p_{i}   \mathbf{\theta}_{i}) - \frac{g}{q} C_{x} \Delta \lambda(p_{i}   \mathbf{\theta}_{i})$
	[-]	$[yr^{-1}]$	$[yr^{-1}]$	
$p_1$	$p_1$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	$7.5 \cdot 10^4$
$p_1, p_3$	$p_3$	$8.0 \cdot 10^{-3}$	$8.0 \cdot 10^{-3}$	$2.4 \cdot 10^3$
$p_1, p_3, p_2$	$p_2$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$5.8 \cdot 10^3$
$p_1, p_3, p_2, p_4$	$p_4$	$4.0 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$	$6.5 \cdot 10^3$
$p_1, p_3, p_2, p_4, p_5$	$p_{\scriptscriptstyle 5}$	$8.0 \cdot 10^{-4}$	$8.0 \cdot 10^{-4}$	$-6.9 \cdot 10^4$

Tabelle 52: Berechnung der Akzeptanz nach Gleichung (8.43).

Für dieses Beispiel sollten demnach die Optionen  $p_1 - p_4$  ausgeführt werden. Für  $p_5$  wird die Gleichung (8.34) negativ und ist damit nicht mehr erfüllt. Veranschaulicht werden kann dies unter Verwendung der Indifferenzkurve des LQI (siehe Abbildung 80).

Die gestrichelten Linien stellen die Indifferenzkurven des LQI dar. Entlang dieser Kurven ist der LQI konstant, d.h. der Nutzen der Gesellschaft in Bezug auf die Sicherheit ist ebenfalls konstant. Der Pfeil an den Indifferenzkurven indiziert die Richtung, in der die Nutzenfunktion zunimmt. Der aktuelle Zustand der Gesellschaft ist durch den beobachteten Wert gegeben – er ergibt sich aus volkswirtschaftlichen und demographischen Werten der Gesellschaft (vgl. Kapitel 3.8). Die effizienteste Massnahme  $p_1$  führt zu einem starken Anstieg des Nutzens; die Lebenserwartung in der Gesellschaft wird bei geringem Ressourceneinsatz stark vergrössert. Die Effizienz der Massnahme  $p_3$  ist geringer. Die Steigung der zwischen den Massnahmen nähert sich immer stärker der Steigung der Indifferenzkurve, die das Tauschverhältnis der Güter g und l darstellt. Ist die Steigung, die durch die Massnahme erzielt werden kann, geringer als die Steigung der Indifferenzkurve, so nimmt der Nutzen der Gesellschaft wieder ab. Dies ist bei  $p_5$  in Abbildung 80 der Fall. Würde diese Massnahme durchgeführt, so ist der gesellschaftliche Nutzen kleiner als vor der Durchführung. Der maximale gesellschaftliche Nutzen ist hier bei Handlungsoption  $p_4$  erreicht.

Dies kann an den Indifferenzkurven in Abbildung 80 abgelesen werden. Ausgangspunkt ist die Indifferenzkurve, die durch den beobachtbaren Wert verläuft. Verschiebt man diese Indifferenzkurve parallel bis zu den einzelnen Optionen, so wird der Abstand bei der Handlungsoption  $p_4$  maximal. In Abbildung 80 ist dieser Abstand mit  $d_{\max}$  bezeichnet.

Die Darstellung der Handlungsoptionen mit Hilfe der Indifferenzkurven hat den Vorteil gegenüber dem *LQI-Diagramm*, dass die Effizienz der Massnahmen direkt sichtbar wird. Da es sich jedoch um marginale Veränderungen handelt, ist der Skalenwert der Veränderung nur schwer darstellbar.

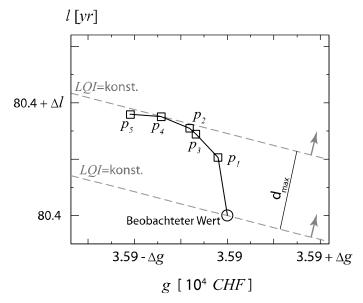


Abbildung 80: Indifferenzkurve des LQI und Veränderung des Nutzens infolge der Massnahmenkombination  $p_1 - p_5$ .

Welche kombinierten Handlungsalternativen gesellschaftlich akzeptabel sind, ist durch die vorherigen Berechnungen bekannt – welche für den Entscheidungsträger jedoch optimal ist, kann unter Verwendung der Zielfunktion berechnet werden. Dies kann analog zum vorherigen Beispiel erfolgen und soll daher hier nicht vorgestellt werden.

# 9. Umsetzung der Ergebnisse und Ausblick

Betrachtet man die Vielzahl an unterschiedlichen Infrastrukturbauten im Schweizerischen Strassennetz (allein über 4100 Brückenbauwerke, mehr als 280 Tunnelbauwerke und über 300 Schutzbauwerke auf den Nationalstrassen), so stellt sich die Frage, wie eine effiziente Risikoermittlung für aussergewöhnliche Einwirkungen für solch ein Portfolio durchgeführt werden kann.

Bei normgemässen Einwirkungen, für die Bauwerke bemessen sind, kann davon ausgegangen werden, dass die Risiken akzeptierbar und auch allgemein akzeptiert sind. Die gültigen Baunormen implizieren, dass das Risiko von Bauwerken, die normgerecht bemessen und ausgeführt sind, akzeptabel ist. Bei älteren Normen basiert die Akzeptanz weitgehend auf Erfahrung, ohne die explizite Berechnung des Risikos.

Neuere Normengenerationen sind so kalibriert, dass das Risiko infolge der gewöhnlichen Einwirkungen akzeptabel ist. Viele aussergewöhnliche Einwirkungen sind jedoch nicht genormt und Bemessungswerte können nicht allgemeingültig in Normen angegeben werden. Ein Risikomanagement für diese Einwirkungen ist daher notwendig. Wie können aber die Ergebnisse dieses Projektes in einem Managementsystem umgesetzt werden?

Für das Risikomanagement eines solchen Portfolios ergeben sich zwei Anforderungen. Die eine ist, einen generellen Überblick über das Risiko zu gewinnen, d.h. eine Aggregation von Risiken über alle Infrastrukturbauten und alle aussergewöhnlichen Einwirkungen. Damit kann beurteilt, werden in welcher Höhe der Erwartungswert der jährlichen Kosten infolge dieser Einwirkungen liegen. Budgetplanungen und langfristige Strategien können von einem solchen System unterstützt werden.

Die zweite Anforderung ist die detaillierte Betrachtung eines Objektes und die gezielte Ermittlung von Belastungen, Versagenswahrscheinlichkeiten und die Berechnung der korrespondierenden Risiken. Dies ermöglicht es, Neubauten so zu bemessen, dass die Risiken gesellschaftlich akzeptierbar sind und es kann vermieden werden, dass Strassennutzer zu grossen Gefährdungen ausgesetzt sind. Auch für die gezielte Planung von Massnahmen, präventiv oder postum, können detaillierte Betrachtungen notwendig sein.

Der vorliegende Bericht und die beschriebenen Methoden zielen auf beide Fälle ab, auch wenn die Beschreibung in den einzelnen Kapiteln eher auf letzteren Fall fokussiert. Im Folgenden wird die Umsetzung der Ergebnisse in einem übergeordnetem, *large-scale*-Risikomanagementsystem diskutiert.

Um *large-scale*-Betrachtungen durchführen und handhaben zu können, sind meist Vereinfachungen notwendig. Die Vereinfachungen haben den Nachteil, dass sie nur auf Kosten der Genauigkeit möglich sind. Die Ungenauigkeit kann zwei Ausprägungen haben. Erstens, die Ungenauigkeit bedeutet eine grössere Unsicherheit in den Ergebnissen. In diesem Fall ist das berechnete Risiko einer grösseren Streuung unterworfen. Entscheidungen, die auf dem Mittelwert des Risikos basieren, werden hierdurch nicht beeinflusst. Werden aber auch die indirekten Konsequenzen infolge einer Budgetüberschreitung berücksichtigt (vgl. Kapitel 6.3), so können diese Unsicherheiten einen grossen Einfluss auf die Entscheidungsfindung haben. Zweitens, die Vereinfachungen füh-

ren zu einem Bias in den Ergebnissen. Dies bedeutet, dass der berechnete Erwartungswert der Konsequenzen nicht dem tatsächlichen Erwartungswert der Konsequenzen entspricht. Es kann nicht beurteilt werden, in welche Richtung der berechnete Erwartungswert verschoben ist. Unabhängig von der Richtung, in den der Erwartungswert verschoben ist, kann ein Bias die Entscheidungsfindung beeinflussen.

Meist treten beide Effekte, mit unterschiedlich grosser Ausprägung, gleichzeitig auf, d.h. der Erwartungswert ist verschoben und die Unsicherheiten sind grösser. Ziel eines Risikomanagementsystems muss es daher sein, eine Anpassungsfähigkeit zu besitzen, die es erlaubt, Informationen aus detaillierteren Studien zu berücksichtigen und die ursprünglichen Fehler sukzessive zu reduzieren.

In Kapitel 4.2 sind die anthropogenen Einwirkungen beschrieben (Brand, Anprall, Explosion). All diese Einwirkungen lassen sich allein über die Verkehrscharakteristiken und die Bauwerkscharakteristiken beschreiben und können generell mit Bayes'schen Netzen beschrieben werden (siehe z.B. Kapitel 4.2.1). Die Netze können unterteilt werden und für die verschiedenen Anforderungen allgemein formuliert werden. In Abbildung 81 ist so eine allgemeine Beschreibung schematisch dargestellt. Im Teilnetz Verkehrscharakteristiken werden alle relevanten Informationen des Verkehrs berücksichtigt. Dazu gehören z.B. der durchschnittliche tägliche Verkehr, die signalisierte Geschwindigkeit, der Anteil an Schwerverkehr oder die Anzahl an Fahrspuren. Die Verteilungen in den einzelnen Knoten berücksichtigen zunächst die allgemeine Situation. Der allgemeine Fall bedeutet, dass keine zusätzliche Information vorliegt. Wird die Verkehrsstärke z.B. in Abhängigkeit von der Anzahl an Spuren und der Autobahnnummer beschrieben und liegt keine Information darüber vor, wo das Bauwerk steht, so wird die gemeinsame Verteilung aller Autobahnen und Anzahl an Spuren und des zugehörigen täglichen Verkehrs in der Risikoanalyse verwendet. Ist bekannt, wo sich das Bauwerk befindet, fliesst diese Informationen in das Netz ein und die Unsicherheiten verringern sich (vgl. Kapitel 3.5). Die Verteilung des Verkehrs wird mit dieser Information aktualisiert.

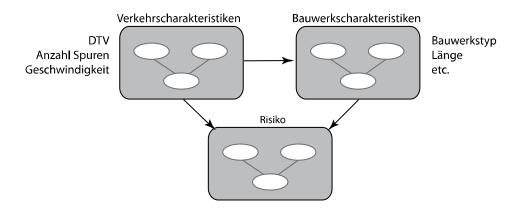


Abbildung 81: Generische Beschreibung für die Berechnung und Aggregation von Risiken unter Verwendung Bayes'scher Netze.

Neben den spezifischen Verkehrscharakteristiken gehen auch die spezifischen Bauwerkscharakteristiken in die Berechnung ein. Die Kenntnis der Bauwerkscharakterisiken ist notwendig, um die Versagenswahrscheinlichkeiten zu berechnen. Es lassen sich für die unterschiedlichen bauwerk-

### 9. Umsetzung der Ergebnisse und Ausblick

spezifischen Eigenschaften Verletzbarkeitskurven bestimmen. Diese Kurven werden bedingt für unterschiedliche Intensitäten bestimmt. Für einen Anprall kann dies die Versagenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Dimension der Stütze und einer Anpralllast sein. Die Methoden zur Berechnung der Verletzbarkeitskurven sind in Kapitel 3.2 zusammengestellt. Ein Beispiel findet sich auch im Anhang. Diese Kurven lassen sich für spezifische Bauwerksklassen berechnen und bilden die Grundlage für die Wahrscheinlichkeitstafeln in den Bayes'schen Netzen.

In einem Risk-Screening wurden in diesem Projekt die Bauteile identifiziert, die durch die unterschiedlichen Einwirkungen gefährdet sind. Eine tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse findet sich im Anhang zu diesem Bericht. Die Tabellen dienen dazu, die Bayes'schen Netze für die Bauwerkstypen zu erstellen und die Verletzbarkeitskurven für die spezifischen Bauteile zu berechnen. Neben der Identifikation der Bauteile wurden auch kausale Zusammenhänge und allgemeine Bemerkungen aufgenommen. Sie ermöglichen auch zusätzliche Indikatoren im Bayes'schen Netz für diesen Bauwerkstyp zu identifizieren.

Sind die Netze generisch erstellt, so können – wie bei den Verkehrscharakteristiken – spezifische Informationen berücksichtigt werden, um das Risiko orts- und objektspezifisch zu ermitteln. Die Risiken können dann über alle Bauwerke und Einwirkungen aggregiert werden.

Der Vorteil der allgemeinen Beschreibung ist, dass Risikoanalysen auch möglich sind, wenn wenig Information über ein Bauwerk oder die Verkehrscharakteristiken vorliegt.

Um die Vielzahl an Informationen zu verwalten, ist es notwendig, effiziente Systeme zu etablieren. Eine Möglichkeit zur Aggregation und zur Darstellung der Risiken sind geographische Informationssysteme (GIS). Ein geographisches Informationssystem dient der Verwaltung, Redigierung, Analysierung und graphischen sowie alphanumerischen Darstellung von raumbezogenen Daten. Grundlage eines GIS sind Datenbanken, in denen die relevanten Informationen gespeichert sind. In Abbildung 82 ist diese Darstellungsform schematisch gezeigt. In unterschiedlichen Ebenen (Layern) werden dabei die Datenbanken hinterlegt. Diese können dann mit den Bayes'schen Netzen verknüpft werden, die dann direkt das Risiko berechnen (dargestellt als Balken in Abbildung 82). In Applikationen werden die Netze als black-box direkt hinterlegt. Unter Verwendung aller in den Datenbanken verfügbaren Informationen wird das Risiko dann spezifisch für jede Stelle berechnet. Die verfügbaren Informationen fliessen als Evidenz in das Netz ein. In Abbildung 82 ist die Evidenz durch ein in den Netzen gekennzeichnet.

Werden Massnahmen identifiziert, die für die Risikoreduktion eingesetzt werden können, so können diese Massnahmen in die Netze integriert werden. Werden die Kosten identifiziert, lässt sich unter Verwendung der Überlegungen in Kapitel 8 beurteilen, ob ein Risiko akzeptierbar ist.

Die Wahrscheinlichkeit für Fahrzeuganprall auf eine Stütze lässt sich beispielweise durch eine Leiteinrichtung verringern. Die Kosten für diese Massnahme ebenso wie die Risikoreduktion lassen sich direkt über die Bayes'schen Netze, unter Berücksichtigung der spezifischen Situation bestimmen. Für Strassenbrücken mit sehr geringem Verkehr kann das Risiko ohne Leiteinrichtung akzeptierbar sein, für die gleiche Brücke an einer anderen Stelle kann eine Leiteinrichtung erforderlich sein, um das Risiko auf ein akzeptables Niveau zu senken.

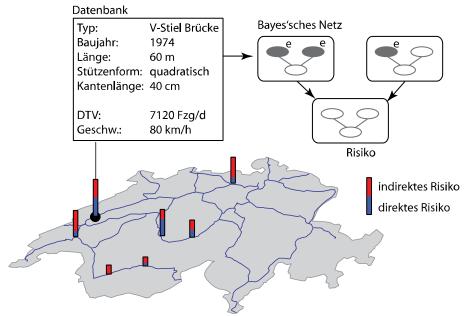


Abbildung 82: Einsatz von geographischen Informationssystemen und Bayes'schen Netzen zur Aggregation der Risiken.

Der in Abbildung 82 dargestellte Ansatz ermöglicht es, die Risiken getrennt nach direkten und indirekten Risiken für die einzelnen Bauwerke zu betrachten. In Abbildung 82 ist dies durch eine unterschiedliche Farbwahl der Balken dargestellt. Diese Darstellung unterstützt die Beurteilung, welche Bauwerke besonders geringe Robustheit besitzen. Solche Hinweise sind auch für die Netzbetrachtung hilfreich. Der Ausfall von Komponenten an Schlüsselstellen kann grosse Auswirkungen auf das Netz mit sich bringen.

Ein weiterer Vorteil der Verwendung von GIS-Systemen ist, dass die räumliche Verteilung der Risiken direkt erkannt wird. Dabei lässt sich die räumliche Verteilung getrennt für die verschiedenen aussergewöhnlichen Einwirkungen oder für die verschiedenen Typen von Bauwerken ausgeben. Das ermöglicht es, detailliert zu beurteilen, welche Einwirkungen den grössten Effekt auf das Portfolio Risiko haben und in welchen Bereichen es lohnenswert ist, risikoreduzierende Massnahmen durchzuführen. Sie erlauben auch, einen schnellen Überblick über die Situation zu gewinnen. So genannte Hot-Spots können einfach identifiziert werden.

Die räumlich getrennte Betrachtung nach Gefahrenart ermöglicht auch die Identifizierung von common-cause-Effekten. Common-cause-Effekte führen zu ausgeprägten Flankenbereichen der Risiken und sollten daher vermieden werden. Bei anthropogenen Gefahren sind common-cause-Effekte nicht besonders ausgeprägt. Das aggregierte Risiko wird durch die grosse Anzahl an Bauwerken keine ausgeprägten Flankenbereiche aufweisen. Bei Naturgefahren wie. z.B. bei Erdbeben, aber auch bei Hochwasser oder Lawinen sollten solche Effekte im Portfoliomanagement berücksichtigt werden.

Werden detaillierte Risikoanalysen für ein Tragwerk durchgeführt, können auch diese Informationen in der Datenbank verwaltet werden. In den Bayes'schen Netzen ist in diesen Fällen Evidenz über das Risiko für das spezifische Bauwerk einzuführen. Aber auch Teilergebnisse, wie z.B. die detaillierte Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit eines spezifischen Bauwerks können

### 9. Umsetzung der Ergebnisse und Ausblick

analog in den Datenbanken verwaltet werden. Je mehr detaillierte Informationen in die Datenbank einfliessen, umso geringer sind die Unsicherheiten im gesamten (aggregierten) Risiko.

Für den Aufbau eines geographischen Informationssystems zur Risikoermittlung für Infrastrukturbauten können als Grundlage auch die Informationen in der vom ASTRA erstellte Kunstbaudatenbank (KUBA (1999)) dienen. Die Bayes'schen Netze können ausgehend vom *Risk-Screening* für alle Einwirkungen und Bauwerksklassen unter Verwendung der in diesem Projekt erzielten Ergebnisse und zusammengestellten Grundlagen erstellt werden und mit einem *GIS* verknüpft werden. Im Anhang ist ein Beispiel, für die Risikoermittlung einess Fahrzeuganpralls an einem Brückenpfeiler einer V-Stiel Brücke unter Verwendung Bayes'scher Netze, gegeben. Ein solches Netz kann – mit wenigen Erweiterungen – direkt in einem *GIS* verwendet werden.

Die Modellierung der Naturgefahren stellt grössere Anforderungen als die anthropogenen Gefahren. Die Indikatoren, die zur Beschreibung notwendig sind, sind abhängig von der Topographie, der Vegetation und anderen Parametern. Gerade für gravitative Naturgefahren sind phänomenologische Modelle notwendig, um die Gefahren adäquat zu beschreiben. Bei einer *large-scale*-Betrachtung unter Verwendung eines *GIS* sind die Unsicherheiten daher auch relativ gross. Die speziellen Anforderungen ergeben sich auch aus der Interdisziplinarität, die erforderlich ist, um die Gefährdungen einzuschätzen. Für einen Einsatz in einem *GIS* ist es notwendig, die Beschreibung der Naturgefahren, die in Kapitel 4.1 dargestellt ist, zu vereinfachen. Ein erster Ansatz ist es, die Überschreitungshäufigkeit für ein Ereignis von einem Experten auf Bauwerksebene schätzen zu lassen und diese Information für die Risikoanalyse zu verwenden. Dafür kann es hilfreich sein, zunächst die Bauwerke zu identifizieren, für die überhaupt eine Gefährdung besteht. Dies kann unter Verwendung von Gefahrenkarten, die in ein *GIS* integriert werden können, geschehen oder durch geographische Indikatoren, wie z.B. die Topographie des umgebenden Geländes. Ein generisches Netz zur Beschreibung von Naturgefahren kann analog zu Abbildung 81 erstellt werden. Zusätzlich ist ein Netz einzufügen, das die Naturgefahren beschreiben kann.

Erste Anwendungen von GIS zur Risikoermittlung bei Erdbeben finden sich in Bayraktarli et al. (2006).

9. Umsetzung der Ergebnisse und Ausblick

# 10. Referenzen

- AASHTO (2005) LRFD Bridge Design Specifications. 3rd Edition ed., American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington DC.
- Ang, A. (2004) Treatment of Uncertainties in Risk-Based Optimal Design of Marine Structures. *Proceedings* OMAE2004, 23nd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. Vancuver, Canada.
- Ang, A. H.-S. & Tang, W. H. (2007) Probability concepts in engineering: emphasis on applications in civil & environmental engineering, New York, Wiley.
- Apostolakis, G. (1990) The concept of probability in safety assessments of technological systems. *Science*, 250, 1359-1364
- ARE (2002) Unfallkosten im Strassen- und Schienenverkehr der Schweiz 1998. In: Bundesamt für Raumentwicklung. ARE.
- Atkinson, S. E. & Halvorsen, R. (1990) The Valuation of Risks to Life: Evidence from the Market for Automobiles. The Review of Economics and Statistics, 72, 133-136.
- AVAL-2D (1999) Numerische Berechnung von Fliess- und Staublawinen. Davos, Switzerland, Swiss Federal Institute for Snow and Avalanche Research.
- Aven, T. & Vinnem, J. E. (2005) On the use of risk acceptance criteria in the offshore oil and gas industry. Reliability Engineering & System Safety, 90, 15-24.
- Baillifard, F., Jaboyedoff, M. & Sartori, M. (2003) Rockfall hazard mapping along a mountainous road in Switzerland using a GIS-based parameter rating approach. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 3, 431–438.
- Baker, J. W., Schubert, M. & Faber, M. H. (2006) On the assessment of robustness. *In press: Journal of Structural Safety*. Baranzini, A. & Luzzi, G. F. (2001) The Economic Value of Risks to Life: Evidence from the Swiss Labour Market. *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, 137, 149-170.
- Barbolini, M., Natale, L. & Savi, F. (2002) Effects of release conditions uncertainty on avalanche hazard mapping. Natural Hazards, 25, 225-244.
- Basler, E. (1960) Untersuchungen über den Sicherheitsbegriff von Bauwerken. Zürich, ETH Zürich.
- Bayraktarli, Y. Y., Yazgan, U., Dazio, A. & Faber, M. H. (2006) Capabilities of the Bayesian probabilistic networks apparch for eathquake risk management. First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology. Geneva.
- Beard, A. (2005) The handbook of tunnel fire safety, London, Telford.
- Benjamin, J. R. & Cornell, C. A. (1970) Probability, statistics and decisions in civil engineering, New York, Mc Graw Hill Book Company.
- Blaeij, A., Florax, R. J. G. M., Rietveld, P. & Verhoef, E. (2003) The value of statistical life in road safety: a metaanalysis. *Accident Analysis & Prevention*, 35, 973-986.
- Box, G. E. P. & Tiao, G. C. (1992) Bayesian inference in statistical analysis, New York, John Wiley.
- Brundtland, G. H. (1987) Our common future: The World Commission on Environment and Development. Oxford, Oxford University Press
- Budetta, P. (2004) Assessment of rockfall risk along roads. Natural Hazards and Earth System Sciences, 4, 71–81.
- Bunce, C. M., Cruden, D. M. & Morgenstern, N. R. (1997) Assessment of the hazard from rock fall on a highway. *Canadian Geotechnical Journal*, 34, 344-356.
- BUWAL (1991) Verordnung über den Schutz vor Störfällen Störfallverordnung, StFV. In: Umwelt, B. f. W. L. u. Bern, Bundesamt für Wald Landschaft und Umwelt.
- BUWAL (1999) Risikoanalyse bei gravitativen Naturgefahren. Umwelt Materialien Nr. 107. Bern, Bundesamt für Umwelt.
- Carvel, R., Beard, A. & Jowitt, P. (2005) Fire Spread Between Vehicles in Tunnels: Effects of Tunnel Size, Longitudinal Ventilation and Vehicle Spacing. *Fire Technology*, 41, 271-304.
- CEC (1998) Fair Payment for Infrastructure Use: A phased approach to a common transport infrastructure charging framework in the EU. Brussels, Commision of the European Communities.
- Ciriacy-Wantrup, S. V. (1947) Capital Returns from Soil-Conservation Practices. *Journal of Farm Economics*, 29, 1181-1196.
- Clark, J. S. (2006) Hierarchical modelling for the environmental sciences statistical methods and applications, Oxford, Oxford University Press.
- Cobb, C. W. & Douglas, P. H. (1928) A Theory of Production. American Economic Review, 18, 139-165.
- Cohen, M. A. & Miller, T. R. (2003) Willingness to award nonmonetary damages and the implied value of life from jury awards *International Review of Law and Economics*, 23, 165-181.
- Coles, S., Pericchi, L. R. & Sisson, S. (2003) A fully probabilistic approach to extreme rainfall modeling. *Journal of Hydrology*, 273, 35-50.
- Cornell, A. (1969) A Probability-Based Structural Code. ACI Journal, 974-985.

- Cornell, C. A. (1968) Engineering Seismic Risk Analysis. Bulletin of the Seismological Society of America, 58, 1583-&.
- COST 313 (1994) Socio-Economic Cost of Road Accidents Final Report, Office for Official Publications of the European Communities.
- Cox, D. R. (1962) Renewal theory, London, Methuen.
- Cuaresma, J. C., Gnan, E. & Ritzenberger-Grünwald, D. (2005) Der natürliche Zinssatz Begriffsbestimmung und Analyse für den Euroraum. *Geldpolitik & Wirtschaft*, 4, 31-51.
- Daly, H. E., Cobb, J. B. & Cobb, C. W. (1994) For the common good: redirecting the economy toward community, the environment, and a sustainable future, Boston, Beacon Press.
- Dempster, A. P., Laird, N. M. & Rubin, D. B. (1977) Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 39, 1-38.
- Diamond, P. A. & Hausman, J. A. (1994) Contingent Valuation: Is Some Number better than No Number? *The Journal of Economic Perspectives*, 8, 45-64.
- DIN 1045-1:2001 (2001) Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Beuth Verlag GmbH.
- Ditlevsen, O. (2003) Decision modeling and acceptance criteria. Structural Safety, 25, 165-191.
- Ditlevsen, O. & Madsen, H. O. (2005) Structural Reliability Methods.
- Dreyfus, M. K. & Viscusi, W. K. (1995) Rates of Time Preference and Consumer Valuations of Automobile Safety and Fuel Efficiency. *The Journal of Law and Economics*, 38, 79-105.
- DuraCrete (1999) Probabilistic Performance based Durability Design of Concrete Structures
- Dussauge-Peisser, C., Helmstetter, A., Grasso, J.-R., Hantz, D., Desvarreux, P., Jeannin, M. & Giraud, A. (2002) Probabilistic approach to rock fall hazard assessment: potential of historical data analysis. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2, 15–26.
- ECOPLAN (2003) NISTRA: Nachhaltigkeitsindikatoren für Strasseninfrastrukturprojekte, Methodenbericht. Bern, ASTRA.
- ECOPLAN (2006) Handbuch eNISTRA. Bern, ASTRA.
- Egelhaaf, M. & Berg, A. (2002) Brandrisiko bei Personen- und Nutzfahrzeugen als Folge von Unfällen. Stuttgart, Dekra Automobil GmbH Unfallforschung / Crashzentrum, Stuttgart.
- Ellingwood, B. R. (2005) Strategies for Mitigating Risk of Progressive Collapse. *Structures 2005*. 40753 ed. New York, New York, ASCE.
- EN 1990 (2002) Grundlagen der Tragwerksplanung. DIN Deutsches Institut für Normung e.V.
- EUREKA-Projekt (1996) Fire in transport tunnel: Report on full-scale tests. Düsseldorf, Studiengesellschaft für Stahlanwendung e.V.
- Evans, L. (1994) Driver injury and fatality risk in two-car crashes versus mass ratio inferred using Newtonian mechanics. *Accident Analysis & Prevention*, 26, 609-616.
- Faber, M. H. (2003) Uncertainty Modeling and Probabilities in Engineering Decision Analysis. *Proceedings OMAE2003, 22nd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering.* Cancun, Mexico.
- Faber, M. H. (2006) Risk and Safety in Civil, Surveying and Environmental Engineering. ETH Zürich, Lecture Notes.
- Faber, M. H., Kübler, O., Fontana, M. & Knobloch, M. (2004) Failure Consequences and Reliability Acceptance Criteria for Exceptional Building Structures. *IBK-Bericht*. Zurich, Institute of Structural Engineering, ETH Zurich.
- Faber, M. H. & Maes, M. A. (2003) Modeling of Risk Perception in Engineering Decision Analysis. In: Maes, M. A. & Huyse, L. *Proceedings 11th IFIP WG7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems*. Banff, Canada.
- Faber, M. H. & Nishijima, K. (2004) Aspects of Sustainability in Engineering Decision Analysis. *Proceedings 9th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability*. Albuquerque, New Mexico, USA.
- Faber, M. H. & Sørensen, J. D. (2003) Reliability based code calibration the JCSS approach. In: Der Kiureghian, M. P. e. M., Rotterdam *Proceedings to the 9th International Mechanisms for Concrete Structures in Civil Engineering ICASP*. San Francisco, USA.
- Farmer, F. R. (1967) Siting Criteria a New Approach. Journal of the British Nuclear Energy Society, 6, 219-&.
- Ferson, S. & Hajagos, J. G. (2004) Arithmetic with uncertain numbers: rigorous and (often) best possible answers. Reliability Engineering & System Safety, 85, 135-152.
- Fisher, R. A. (1930) Statistical methods for research workers, Edinburgh, Oliver and Boyd.
- Friedman, N. (1998) The Bayesian Structural EM Algorith. In: Cooper, G. F. & Moral, S. Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI '98). San Francisco, Morgan Kaufmann.
- Fritzsche, A. F. (1986) Wie sicher leben wir? Risikobeurteilung und -bewältigung in unserer Gesellschaft, Köln, Verlag TÜV Rheinland.
- Gehlen, C. (2000) Probabilistische Lebensdauerbemessung von Stahlbetonbauwerken Zuverlässigkeitsbetrachtungen zur wirksamen Vermeidung von Bewehrungskorrosion, Berlin, Beuth.
- Gelman, A. (2004) Bayesian data analysis, Boca Raton, Fla., Chapman & Hall/CRC.
- Geman, S. & Geman, D. (1984) Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images. *Ieee Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6, 721-741.

- GeNIe&Smile (2006) Graphical Network Interface. 2.0 ed. Pittsburgh, USA, Decision Systems Laboratory, <a href="http://dsl.sis.pitt.edu">http://dsl.sis.pitt.edu</a>.
- Gethmann, C. F. (2003) Ethical aspects of technical safety. Human Factors and Ergonomics in Manufacturing, 13, 243-252.
- Glaeser, K.-P., Kaschner, R., Lerner, M., Roder, C. K., Weber, R., Wolf, A. & Zander, U. (2006) Auswirkungen von neuen Fahrzeugkonzepten auf die Infrastruktur des Bundesfernstraßennetzes. Bergisch Gladbach, Germany, Bundesanstalt für Straßenwesen, bast.
- Gutenberg, B. & Richter, C. F. (1949) Seismicity of the earth and associated phenomena, Princeton, Princeton University Press.
- Haack, A., Schreyer, J., Meyeroltmanns, W. & Beyer, S. (2000) Brandschutz in Verkehrstunneln. Bonn, Germany, Bundesministerium für Verkehr.
- Haasl, D. F., Roberts, N. H., Vesely, W. E. & Goldberg, F. F. (1981) Fault Tree Handbook. Washington DC 20555, U.S. Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research, Division of Systems & Reliability Research.
- Haldar, A. & Mahadevan, S. (2000) Reliability assessment using stochastic finite element analysis, New York, John Wiley & Sons.
- Hanemann, W. M. (1994) Valuing the environment through contingent valuation. *Journal of Economic Perspectives*, 8, 19-43.
- Hansson, B. A., Leijonhufvud, A. & Krupp, H.-J. (1997) Knut Wicksells "Geldzins und Güterpreise" Vademecum zu einem Klassiker der Preis- und Geldtheorie, Düsseldorf, Verlag Wirtschaft und Finanzen.
- Harsanyi, J. C. (1997) Utilities, preferences, and substantive goods. Social Choice and Welfare, 14, 129-145.
- Hasofer, A. M. & Lind, N. C. (1974) Exact and Invariant Second-Moment Code Format. *Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 100, 111-121.
- Heckman, D. (1995) A Tutorial on Learning With Bayesian Networks. Redmond, Microsoft Research, Advanced Technology Division.
- Helton, J. C. & Burmaster, D. E. (1996) Guest editorial: treatment of aleatory and epistemic uncertainty in performance assessments for complex systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 54, 91-94.
- Heymann, E. (2003) Straßeninfrastruktur: Nutzerfinanzierung und Privatisierung ohne Alternative. Presentation on the Conference "Lkw-Maut in Deutschland", Köln TÜV Rheinland Berlin Brandenburg, Deutsche Bank Research.
- Hicks, J. R. (1939) Value and capital; an inquiry into some fundamental principles of economic theory, Oxford,, Clarendon press.
- Hicks, J. R. & Allen, R. G. D. (1934a) A Reconsideration of the Theory of Value. Part I. *Economica, New Series*, 1, 52-76.
- Hicks, J. R. & Allen, R. G. D. (1934b) A Reconsideration of the Theory of Value. Part II. A Mathematical Theory of Individual Demand Functions. *Economica, New Series*, 1, 196-219.
- Hofstetter, P. & Hammitt, J. K. (2002) Selecting Human Health Metrics for Environmental Decision–Support Tools. *Risk Analysis*, 22, 965-983.
- Høj, N. P. (2004) GUIDELINES FOR FIRE SAFE DESIGN. Safe & Reliable Tunnels? Innovative European Achievements. Prague.
- Houthakker, H. S. (1950) Revealed Preference and the Utility Function. Economica, New Series, 17, 159-174.
- Hovius, N., Stark, C. P. & Allen, P. A. (1997) Sediment flux from a mountain belt derived by landslide mapping. *Geology*, 25, 231-234.
- Huang, M. & Huang, H. (2002) Vehicle Crash Mechanics, CRC Press.
- Hugin (2006) Hugin Researcher. 6.702 ed. Aalborg, Hugin Experts A/S.
- Hungr, O., Evans, S. G. & Hazzard, J. (1999) Magnitude and frequency of rock falls and rock slides along the main transportation corridors of southwestern British Columbia. *Canadian Geotechnical Journal*, 36, 224–238.
- Ingason, H. & Lonnermark, A. (2005) Heat release rates from heavy goods vehicle trailer fires in tunnels. *Fire Safety Journal*, 40, 646-668.
- JCSS (2001) Probabilistic Model Code. The Joint Committee on Structural Safety, online available: <a href="www.jcss.ethz.ch">www.jcss.ethz.ch</a>. Jensen, F. V. (2001) Bayesian networks and decision graphs, New York, Springer.
- Jimenez-Rodriguez, R., Sitar, N. & Chacon, J. (2006) System reliability approach to rock slope stability. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 43, 847-859.
- Kahneman, D. & Knetsch, J. L. (1992) Contingent valuation and the value of public goods: The Purchase of Moral Satisfaction. *Journal of Environmental Economics and Management*, 22, 90-94.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1979) Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 47, 263-292.
- Kammer der Technik (Deutschland DDR) Fachausschuss Bautechnischer Brand- Blitz- und Explosionsschutz (1979) Brandschutz, Explosionsschutz aus Forschung und Praxis. Berlin, Staatsverlag der DDR.
- Kasperson, R. E., Renn, O., Slovic, P., Brown, H. S., Emel, J., Goble, R., Kasperson, J. X. & Ratick, S. (1988) The Social Amplification of Risk: A Conceptual Framework. Risk Analysis, 8, 177-187.
- Keyfitz, N. & Caswell, H. (2005) Applied mathematical demography, New York, NY, Springer.
- Kjaerulff, U. B. & Madsen, A. L. (2005) Probabilistic Networks An introduction to Bayesian Networks and Influence Diagrams, Alborg, HUGIN.

- Kjaerulff, U. B. & Madsen, A. L. (2006) Probabilistic Networks for Practitioners A Guide to Construction and Analysis of Bayesian Networks and Influence Diagrams, Aalborg, HUGIN.
- Kroon, I. B. & Høj, N. P. (2001) Application of Risk Aversion for Engineering Decision Making. Safety, Risk, and Reliability Trends in Engineering. Malta IABSE.
- KUBA (1999) Kustbau Datenbank, Software-Entwurf Relationale Datenbank. Bundesamt für Strassenwesen, AST-RA.
- Kübler, O. (2006) Applied Decision-Making in Civil Engineering. *Institute* Zurich, Swiss Federal Institute of Technology Zurich.
- Lange, K. (1999) Numerical analysis for statisticians, New York, Springer.
- Laubach, T. & Williams, J. C. (2003) Measuring the natural rate of interest. Review of Economics and Statistics, 85, 1063-
- Lauritzen, S. L. (1995) The Em Algorithm for Graphical Association Models with Missing Data. *Computational Statistics & Data Analysis*, 19, 191-201.
- Lindberg, G. (1999) Calculation Transport Accident Costs. Final Report of the Experts Advisors to the High Level Group on Infrastructure Charging (working group 3). European Commission.
- Lindley, D. V. (1980) Introduction to Probability & Statistics from a bayesian viewpoint, Part.1-Probability, Cambridge, Cambridge University Press.
- Liu, P.-L. & Der Kiureghian, A. (1991) Optimization algorithms for structural reliability. *Structural Safety*, 9, 161-177. Madsen H.O. et al (1986) *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Madsen, H. O., Krenk, S. & Lind, N. C. (1986) *Methods of Structural Safety*, Pentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632.
- Maes, M. A., Wei, X. & Dilger, W. H. (2001) Fatigue reliability of deteriorating prestressed concrete bridges due to stress corrosion cracking. *Canadian journal of civil engineering* 28, 673-683.
- Malamud, B. D. & Turcotte, D. L. (2006) The applicability of power-law frequency statistics to floods. *Journal of Hydrology*, 322, 168-180.
- Mankiw, N. G. (2003) Macroeconomics, New York, NY, Worth Publishers.
- Melchers, R. E. (2001) On the ALARP approach to risk management. Reliability Engineering & System Safety, 71, 201-208.
- Melchers, R. E. (2002) Structural Reliability Analysis and Prediction, John Wiley & Sons.
- Miller, T. R. (1990) The Plausible Range for the Value of Life Red Herrings Among the Mackerel. *Journal of Forensic Economics*, 3, 17-39.
- Mitchell, R. C. & Carson, R. T. (1989) Using surveys to value public goods: the contingent valuation method, Resources for the Future, Washington, D.C. [Baltimore], Johns Hopkins University Press.
- Nash, C. (2003) Unification of Accounts and Marginal Costs for Transportation Efficiency, UNITE, Final Report for Publication. UNITE Final Report for Publication. Leeds, Funded by 5th Framework RTD Programme.
- Nash, C. & Sansom, T. (1999) Calculating Transport Congestion and Scarcity Costs. Final Report of the Experts Advisors to the High Level Group on Infrastructure Charging (working group 2). European Commission.
- Nathwani, J. S., Lind, N. C. & Pandey, M. D. (1997) *Affordable Safety by Choice: The Life Quality Method*, Waterloo, Ontario, Canada, Institute for Risk Research, University of Waterloo.
- Neiss, K. S. & Nelson, E. (2003) The real-interest-rate gap as an inflation indicator. *Macroeconomic Dynamics*, 7, 239-262.
- Nelder, J. A. & Mead, R. (1965) A Simplex-Method for Function Minimization. Computer Journal, 7, 308-313.
- Neumayer, E. (1999) The ISEW -- not an Index of Sustainable Economic Welfare. *Social Indicators Research*, 48, 77-101.
- Pandey, M. D. & Nathwani, J. S. (2003) Canada wide standard for particulate matter and ozone: Cost-benefit analysis using a life quality index. *Risk Analysis*, 23, 55-67.
- Pape, R. P. (1997) Developments in the tolerability of risk (TOR) and the application of ALARP. *Nuclear Energy-Journal of the British Nuclear Energy Society*, 36, 457-463.
- Paté-Cornell, E. (1994) Quantitative safety goals for risk management of industrial facilities. *Structural Safety*, 13, 145-157.
- Pate-Cornell, M. E. (1996) Uncertainties in risk analysis: Six levels of treatment. Reliability Engineering & System Safety, 54, 95-111.
- Pelletier, J. D., Malamud, B. D., Blodgett, T. & Turcotte, D. L. (1997) Scale-invariance of soil moisture variability and its implications for the frequency-size distribution of landslides. *Engineering Geology*, 48, 255-268.
- Perman, R., Ma, Y., McGilvray, J. & Common, M. (2003) Natural resource and Environmental Economics, Pearson Education Limited.
- PLANAT (2004) Strategie Naturgefahren Schweiz Synthesebericht. Umsetzung des BRB vom 20. August 2003. Biel, Nationale Plattform Naurgefahren.
- Pratt, J. W. & Zeckhauser, R. J. (1996) Willingness to Pay and the Distribution of Risk and Wealth. *The Journal of Political Economy*, 104, 747-763.
- Pregger, T. (2006) Ermittlung und Analyse der Emissionen und Potenziale zur Minderung primärer anthropogener Feinstäube in Deutschland. Fakultät Maschinenbau. Stuttgart, Universität Stuttgart.

- Rackwitz, R. (2000) Optimization the basis of code-making and reliability verification. Structural Safety, 22, 27-60.
- Rackwitz, R. (2005) The Philosophy Behind the Life Quality Index and Empirical Verifications. *Memorandum to JCSS*. Munich, Germany.
- Rackwitz, R. (2006) The effect of discounting, different mortality reduction schemes and predictive cohort life tables on risk acceptability criteria. *Reliability Engineering & System Safety*, 91, 469-484.
- Rackwitz, R. & Fiessler, B. (1977) An Algorithm for Calculation of Structural Reliability under Combined Loading. Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Labor für Konstruktiven Ingenieurbau, SFB 96. München.
- Rackwitz, R. & Fiessler, B. (1978) Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures*, 9, 489-494.
- Rackwitz, R., Lentz, A. & Faber, M. (2005) Socio-economically sustainable civil engineering infrastructures by optimization. *Structural Safety*, 27, 187-229.
- Raiffa, H. & Schlaifer, R. (2000) Applied statistical decision theory, New York, Wiley.
- Rammelt, P. (1998) Lernen in Bayes'schen Netzen. Statistics and Economic Mathematics Group. Berlin, Technische Universität Berlin.
- RocFall (2001) Statistical rock fall analysis software. V.4.02 ed. Toronto, Canada, Rockscience Incorperation.
- ROCKFALL 6.1 (2004) Steinschlag Simulationsprogramm "Rockfall". Witten, Germany, Dr. Spang Ingenieurgesellschaft für Bauwesen, Umwelttechnik und Geologie mbH
- Rosenblueth, E. & Mendoza, E. (1971) Reliability Optimization in Isostatic Structures. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 97, 1625-1648.
- Salvisberg, U., Allenbach, R., Cavegn, M., Hubacher, M. & Sigrist, S. (2004) Verkehrssicherheit in Autobahn- und Strassentunneln des Nationalstrassennetzes, Bern, Schweizerische Beratungsstelle für Unfallverhütung bfu.
- Samuelson, P. A. (1938) A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour Econornica, New Series, 5, 61-71.
- Samuelson, P. A. (1948) Consumption Theory in Terms of Revealed Preference. Economia, New Series, 15, 243-253.
- Samuelson, P. A. & Nordhaus, W. D. (2005) Economics, Boston, McGraw-Hill/Irwin.
- Schellenberg, K. & Vogel, T. (2005) Swiss Rockfall Galleries Impact Load. IABSE Symposium 'Structures and Extreme Events'. Lisbon 2005, IABSE.
- Schneider, J. & Schlatter, H. P. (1994) Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen Grundwissen für Ingenieure, Zürich, vdf Verlag der Fachvereine.
- Schubert, M. & Faber, M. H. (2007) Robustness of Infrastructures Subject to Rare Events. 10th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering ICASP10. Tokyo, Japan.
- Schubert, M., Faber, M. H. & Baker, J. W. (2007) Decision making subject to aversion of low frequency high consequences events. *Special Workshop on Risk Acceptance and Risk Communication* Stanford, California, USA.
- Schubert, M., Straub, D. & Faber, M. H. (2005) Reliability of rock-fall protection galleries A case study with a special focus on the uncertainty modeling. In: G. Augustini, G.I. Schueller & Ciampoli, M. *Proceedings ICOS-SAR'05, 9th International Conference on Structural Safety and Reliability.* Rome, Italy.
- Schuler, D. (2005) Anprall von Strassenfahrzeugen auf Bauwerksteile von Kunstbauten, Ergänzungen zur Norm SIA 261 Einwirkungen auf Tragwerke. Bundesamt für Strassen ASTRA.
- Seiler, H. (1995) Rechtsfragen technischer Risiken, Aufsätze zum Risikorecht, Zürich, vdf Hochschulverlag an der ETH Zürich.
- SIA (1994) Tragwerksnormen 1892-1956 eine Sammlung der in der Schweiz zwischen 1892 und 1956 erlassenen Verordnungen, Vorschriften und Normen für Tragwerke aus Stahl, Beton, Mauerwerk und Holz, Zürich, SIA Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein.
- SIA 162:1956 (1956) Normen für die Berechnung und Ausführung der Beton- und Eisenbetonbauten. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten Verein.
- SIA 162:1968 (1968) Norm für die Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Bauwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten Verein.
- SIA 162:1976/34 (1976) Bruchwiderstand und Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken; Richtlinie zur Norm SIA162:1968. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten Verein.
- SIA 162:1976/35 (1976) Ultimate Strength Design of Compression Members; Directive concerning Sections 3 08, 3 09, 3 24 of the Structural Design Standard SIA162:1968. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten Verein.
- SIA 162:1989 (1993) Betonbau. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten Verein.
- SIA 162:1993 (1993) Teilrevision der SIA 162:1989 Betonbau. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten Verein.
- SIA 260:2003 (2003) Grundlagen der Projektierung von Tragwerken. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein.
- SIA 262:2003 (2003) Betonbau. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein.
- Sigrist, V. (2003) Stahlbetonbau I. Lecture Notes. TU Hamburg-Harburg.
- Slovic, P. (1987) Perception of Risk. Science, 236, 280-285.
- Slovic, P., Finucane, M. L., Peters, E. & MacGregor, D. G. (2004) Risk as Analysis and Risk as Feelings: Some Thoughts about Affect, Reason, Risk, and Rationality. *Risk Analysis*, Vol. 24 Issue 2, p311, 12p, 311-322.
- Smirnow, N. V. & Dunin-Barkovski, I. V. (1963) Mathematische Statistik in der Technik kurzer Lehrgang, Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Smith, A. (1776) An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations, London

New York, Printed for W. Strahan and T. Cadell

Spengler, H. (2004a) Kompensatorische Lohndifferenziale und der Wert eines statistischen Lebens in Deutschland. Zeitschrift für Arbeitsmarkt Forschung, 3/2004, 269 - 305.

Spengler, H. (2004b) Ursachen und Kosten der Kriminalität in Deutschland. Fachbereich Rechts- und Wirtschaftswissenschaften. Darmstadt, Technische Universität Darmstadt.

Starr, C. (1969) Social Benefit versus Technological Risk. Science, 165, 1232-1238.

Steward, M. G. & Melchers, R. E. (1997) Probabilistic Risk Assessment of Engineering Systems.

Stiefel, U. & Schneider, J. (1985) Was kostet Sicherheit? Schweizer Ingenieur und Architekt, 47, 1175-1182.

Straub, D. & Gret-Regamey, A. (2006) A Bayesian probabilistic framework for avalanche modelling based on observations. *Cold Regions Science and Technology*, 46, 192-203.

Straub, D. & Schubert, M. (2007) Modelling and managing uncertainties in rock-fall hazards. *Georisk (accepted for publication)*.

Thaler, R. (1978) A note on the value of crime control: Evidence from the property market. *Journal of Urban Economics*, 5, 137-145.

The MathWorks (2006) MATLAB 7.3 (R2006b). Natick, MA 01760-2098 USA.

Thoft-Christensen, P. & Baker, M. J. (1982) Structural reliability theory and its applications, Berlin; New York, Springer-Verlag.

UNDP (1990) Human development report. In: United Nations Development Programme. New York, Oxford University Press.

Varian, H. R. (2005) Revealed Preferences. In: Szenberg, M. Samuelsonian Economics and the 21st Century

Varian, H. R. (2006) Intermediate microeconomics: a modern approach, New York, W.W. Norton & Co.

Viscusi, W. K. (1978) Labor Market Valuations of Life and Limb: Empirical Evidence and Policy Implications. *Public Policy*, 26, 359–386.

Viscusi, W. K. (1993) The Value of Risks to Life and Health. Journal of Economic Literature, 31, 1912-1946.

Viscusi, W. K. & Aldy, J. E. (2003) The Value of a Statistical Life: A Critical Review of Market Estimates Throughout the World. *Journal of Risk and Uncertainty*, 27, 5-76.

Volkwein, A. (2004) Numerische Simulation von flexiblen Steinschlagschutzsystemen, Zürich.

Von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1944) *Theory of games and economic behavior*, Princeton, Princeton university press. von Radowitz, B. (2007) Robustheit von Balkenbrücken mit externer und interner Vorspannung. *Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Abteilung Massivbau*. Karlsruhe, Universität Karlsruhe.

VSS (2003) Erhaltungsmanagement; Grundlagen zur Kostenberechnung im Erhaltungsmanagement. Schweizerischer Verband der Strassen- und Verkehrsfachleute.

VSS SN 640 007 (2006) Strassenverkehrsunfälle, Unfallzahlen, Unfallstatistiken, Unfallkosten. Schweizerischer Verband der Strassen- und Verkehrsfachleute.

VSS SN 641820 (2006) Kosten-Nutzenanalysen im Strassenverkehr, Grundnorm. Schweizerischer Verband der Strassen- und Verkehrsfachleute.

Wilhelm, C. (1999) Kosten-Wirksamkeit von Lawinenschutz-Massnahmen an Verkehrsachsen. *Praxishilfe.* Bern, Bundesamt für Umwelt.

Willingmann, A. (2002) Amerikanisierung des Schadensersatzrechtes? - Überlegungen zur aktuellen Reform des Schmerzensgeldansruches. In: Koch, H. & Willingmann, A. Modernes Schadensmanagement bei Großschäden. Rostock, Germany, Nomos Verlagsgesellschaft.

10. Referenzen

Anhang A: Risk-Screening Anhang B: Steinschlaggalerie Anhang C: V-Stiel Brücke

Annexe A: Risk-Screening

Annexe B: Galerie de protection (chutes de pierres)

Annexe C: Pont de la V-Colonne

Annex A: Risk-Screening

**Annex B: Rock-fall Protection Galerie** 

Annex C: V-Column Bridge

Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich Institut für Baustatik und Konstruktion – IBK Gruppe Risiko und Sicherheit M. Schubert, Dipl.-Ing. M.H. Faber, Prof. Dr.

Forschungsauftrag AGB2002/020 auf Antrag der Arbeitsgruppe Brückenforschung (AGB)

# Ergebnisse des Risk-Screenings

1. EII	NLEITUNG	A4
2. ST	TEINSCHLAGGALERIE MIT DÄMPFUNGSSCHICHT	A5
2.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	A5
2.2.	Risikoreduzierende <b>M</b> assnahmen	A7
2.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A9
3. LE	EICHTE STEINSCHLAGGALERIE	A10
3.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	A10
3.2.	Risikoreduzierende Massnahmen	A10
3.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A12
4. LA	AWINENGALERIE	A13
4.1.	Allgemeine Kommentare	A13
4.2.	Risikoreduzierende Massnahmen	A14
4.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A16
5. SC	CHRÄGSEILBRÜCKEN	A17
5.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	
5.2.	Risikoreduzierende Massnahmen	A17
5.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A18
6. BC	OGENBRÜCKEN: BOGEN OBERHALB	A19
6.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	
6.2.	Risikoreduzierende Massnahmen	A19
6.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A20
7. BC	OGENBRÜCKEN: BOGEN UNTERHALB	A21
7.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	
7.2.	RISIKOREDUZIERENDE <b>M</b> ASSNAHMEN	
7.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A22
8. BA	ALKENBRÜCKEN	A23
8.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	
8.2.	Risikoreduzierende Massnahmen	
8.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A25
9. R <i>A</i>	AHMENBRÜCKEN	A26
9.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	A26
9.2.	Risikoreduzierende Massnahmen	A26
9.3.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A27

# Anhang A: Ergebnisse des Risk-Screenings

10. FA	ACHWERKBRÜCKEN	A28
10.1.		A28
10.2.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A29
11. UN	NTERSPANNTE BRÜCKEN	A30
11.1.		
11.2.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A31
12. TU	JNNEL	A32
12.1.		A32
12.2.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A34
13. TA	AGBAUTUNNEL	
13.1.	ALLGEMEINE KOMMENTARE	A35
13.2.	TABELLARISCHE ZUSAMMENFASSUNG	A36

# 1. Einleitung

Durch die integrale Behandlung von Risiken infolge unterschiedlicher Expositionen ermöglicht das Risk-Screening eine effiziente und koordinierte Planung für den optimalen Einsatz der zur Verfügung stehenden Mittel. Das Risk-Screening wird hauptsächlich auf qualitativer Basis durchgeführt mit dem Ziel, einen Überblick über das Gefährdungspotenzial infolge unterschiedlicher Expositionen für die verschiedenen Bauwerksarten zu gewinnen. Diese Herangehensweise hat sich insbesondere bei komplexen technischen Systemen, die aus einer grossen Anzahl an Funktionen, Komponenten oder Untersystemen bestehen, bewährt. Das Hauptziel ist, die Einzelkomponenten, die offensichtlich keine weiteren eingehenden Untersuchungen benötigen, zu identifizieren und zu eliminieren, um somit den Fokus bei der Risikoanalyse auf die wichtigsten Aspekte zu legen.

Das Ziel eines Risk-Screening ist es, Prioritäten zu setzen, um die weiteren Anstrengungen zu fokussieren. Das Erfassen von zusätzlichen Massnahmen zur Minderung des Risikos ist ein zusätzliches Ziel.

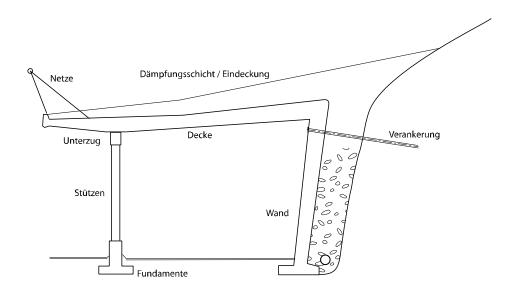
Durch den Zusammenzug der verschiedenen Experten wird eine gemeinsame integrative Betrachtungsweise ermöglicht. In diesem Projekt wurde ein Risk-Screening zusammen mit 14 Experten aus unterschiedlichen Fachrichtungen durchgeführt, um die Gefährdung der verschiedenen Tragwerke durch aussergewöhnliche Einwirkungen zu identifizieren. Die Idee war, das Wissen der verschiedenen Beteiligten zu sammeln und zu dokumentieren. Die Zusammenstellung der Ergebnisse findet sich in diesem Anhang.

Es handelt sich bei dieser Zusammenstellung um eine übergeordnete Betrachtung. Dies hat zur Folge, dass einige Prozesse für einige Bauwerke als nicht massgebend eingeschätzt wurden. Es ist daher für konkrete Bauwerke zu prüfen, ob diese Einschätzung zutrifft. Die Zusammenstellung gibt einen ersten Hinweis auf Gefährdungen.

Neben den visuellen Zusammenstellungen der Ergebnisse in matrizieller Form wurden auch die Aussagen der Experten zu den einzelnen Ereignissen dokumentiert und hier zusammengestellt. In den Matrizen sind die Felder grau markiert, die eine Gefährdung darstellen. Die Angaben zur Gefährdung sind darauf bedingt, dass die Exposition für ein spezifisches Bauwerk auch gegeben ist. Die Kommentare geben weitere Hinweise auf Gefährdungen. Zudem wurden geeignete Massnahmen zur Verringerung der Gefährdung durch die einzelnen Ereignisse erfasst.

Die Zusammenstellungen in Anhang A können ein detailliertes Risk-Screening für eine spezielle Fragestellung nicht ersetzen - sie können aber dazu dienen erste Gefährdungen und Zusammenhänge zu erkennen. Die Ausführungen, die im Folgenden zu lesen sind, basieren ausschliesslich auf den Aussagen der Experten während des Risk-Screenings.

# 2. Steinschlaggalerie mit Dämpfungsschicht



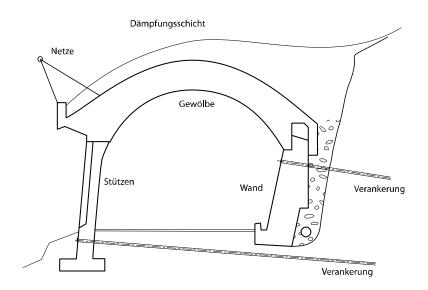


Abbildung 1: Systemskizzen für Steinschlaggalerien mit Dämpfungsschicht.

# 2.1. Allgemeine Kommentare

# Steinschlag

Dieser Prozess ist f
ür Steinschlaggalerien der massgebende Prozess.

# Rutschung

• Der Prozesstyp Rutschung hat in der Regel eine geringe Relevanz für Galerien.

#### Lawinen

- Für Steinschlaggalerien sind Lawinen selten relevant.
- Wie unterscheidet sich die Belastung durch Lawinen im Vergleich zu Murgängen auf Steinschlaggalerien? Für die Vertikallast ist der Unterschied weniger relevant. Es treten jedoch bei der Belastung durch Murgänge höhere Horizontalbelastungen auf.

### Hochwasser

- Oft am Rande von Flüssen (und Seen); dort auch Unterspülung der Fundamente.
- Die Befahrbarkeit der Strasse wird beeinflusst.
- Gelangt Wasser aus Fassungen und Entwässerungen bei Starkregen, Schneeschmelzen oder anderen Ereignissen auf das Galeriedach, kann die Dämpfungsschicht ausgewaschen und weggespült werden. Daher sind die eingesetzten Fassungen und Entwässerungssystem auf Funktionalität zu prüfen. (Anm.: Dies ist auch eine Fragestellung des Unterhaltes).
- Wasserdruck hinter der Rückwand.

### **Brand**

- Brand von ausserhalb wird ausgeschlossen.
- Brand innerhalb ist zu betrachten. Besonders sind die Verankerungen betroffen. (Verankerungen von Felsankern sind durch Brand dann gefährdet, wenn sie sich innerhalb der Galerie befinden.).

## **Explosion**

Da Galerien kein geschlossenes System sind kann der Druck entweichen. Mehr als 10
Prozent Öffnung auf einer Seite lassen Druckausgleich zu. Dadurch gibt es weniger Beschädigungen.

### Anprall

- Betroffene Bauteile sind die Stützen; Unterzüge (durch Schwerverkehr) gerade in den Einfahrten der Galerien.
- Ist der Unterzug Teil der Decke, gibt es dort lokale Schäden in den Einfahrbereichen der Steinschlaggalerien.
- Insgesamt sind zwei Drittel der Bauwerke vor 1970 erstellt worden dort wurden keine Anpralllasten berücksichtigt.
- Die Anprallwahrscheinlichkeit steigt bei Kälte (Glatteis).
- Bei vorgefertigten Deckenelementen ohne monolithischen Verbund kann Stützenausfall durch Anprall hohe Konsequenzen in Hinblick auf die Stabilität des Tragwerks haben.

### Erdbeben

- Erdbeben können Steinschläge auslösen.
- Die Verankerungen können bei Erdbeben Schäden nehmen.
- Kippen von stützenden Mauern in Galerien.
- Die Verbindung zwischen Fertigteilen kann bei Erdbeben versagen.

### Wie verhalten sich Kombinationen von unterschiedlichen Einwirkungen?

- Lawinen und Murgänge vermindern die Einwirkungen von Steinschlägen.
- Wenn die Dämpfungsschicht z.B. durch Auswaschungen infolge Hochwasser fehlt, verursacht die Einwirkung durch Steinschlag grössere Schäden in der Decke.
- Kombinationen von Brand und Anprall sind denkbar Rauchentwicklung und damit reduzierte Sichtweite.
- Kombinationen von Erdbeben und Unfällen können auftreten. Dabei sind Verknüpfungen von Ereignissen denkbar wie z.B. Erdbeben Unfall (auch Anprall) Auslauf brennbarer Flüssigkeiten Brand. Evt. erhöhte Konsequenzen durch bereits gebundene Rettungskräfte in anderen Einsätzen nach einem Erdbeben.

### 2.2. Risikoreduzierende Massnahmen

### Steinschlag

- Die Bemessung der Decken ist auf kleine Ereignisse beschränkt kein Schutz vor grossen Volumen.
- Erhöhung der Eindeckung.
- Anbringen von zusätzlichen Netzen in der Felswand.
- Monitoring.
- Verstärken der Decke; Herstellung eines monolithischen Verbundes.
- Tunnelbau als Extremmassnahme.

#### Rutschung

- Hangstabilitäten erhöhen z.B. durch Geotextilien und Verankerungen (vorgespannte Boden- und Felsanker).
- Entwässerung verbessern.
- Verankerungen anbringen Abhängig von der Gleitfläche.
- In der Tragkonstruktion stellt die Decke das schwächste Glied dar. Verstärkung der Bewehrung oder Vorspannung sind hier mögliche Massnahmen.

### Murgang

- Stabilisierung des Hangs.
- Monitoring.
- Verstärkung der Decke.
- Auf der Ebene der Exposition kann bei Murgängen wenig Reduktion erzielt werden.

#### Lawinen

- Korrektur des Geländes.
- Lawinenverbau.
- Ablenkdämme besonders an den Ein- und Ausfahrten der Galerien.
- Talseitige Ausfachung der Stützen, um Rückfluss zu verhindern.

#### Hochwasser

• Gesamte Entwässerung und Wasserführung auch auf dem Galeriedach verbessern.

# Unterspülung

- Tiefenfundament.
- Flussbaumassnahmen Korrektur.

### Wasserdruck

• Fassungen; Entwässerung; Drainagen.

#### Erdbeben

- Verstärkung der Verankerung.
- Bei Elementbauweise Sicherung der Auflager.
- Monolithische Bauweise.

### **Brand**

- Schutzschichten aufbringen (Plattenwerkstoffe, Anstriche, etc.).
- Häufig werden Stahlstützen verwendet, die besonders intensiv geschützt werden müssen.
- Keine speziellen Massnahmen für die Decken und Gewölbe aus Stahlbeton notwendig.
- Schutzmassnahmen gegen Rauch müssen nicht getroffen werden, wenn dieser abziehen kann.

# Anprall

- Fahrzeug-Rückhaltesysteme (New Jersey Profile, Leitmauern, etc.).
- Leitplanken haben den Nachteil, dass sie die Energie durch Verformung aufnehmen. Dieser Platz ist bei Galerien meist nicht vorhanden.
- Stützen durch Mauern ersetzen.
- Stützen verstärken.

# 2.3. Tabellarische Zusammenfassung

	Anprall	2)	2)	2)								
	Explosionen											
	Brand											
	Erdbeben	1)			1)	1)					1)	
	Wasserdruck											
	Hochwasser Unterspülung Wasserdruck											
	Hochwasser											
icht	Lawinen											
pfungssch	Murgänge											
en mit Därr	Rutschung											
hlaggalerie	Steinschlag											
Bauwerk: Steinschlaggalerien mit Dämpfungsschicht	Bauteil	Decken incl. auskragende Teile	Gewölbe	Unterzüge (Balken)	Stützen	Wand bergseits	Fundamente	Verankerungen	Netze	Dämpfungs- schicht	Wand talseits	Befahrbarkeit
Bal												

1) Bei vorgefertigten, nicht monolithisch verbundenen Elementen 2) Insbesondere in den Einfahrbereichen

# 3. Leichte Steinschlaggalerie

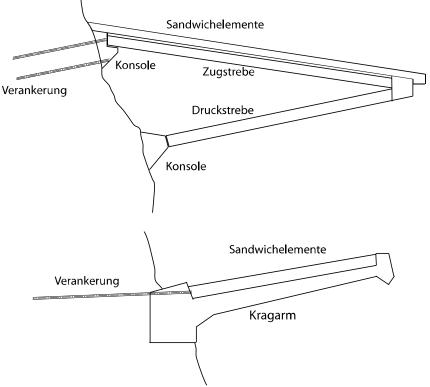


Abbildung 2: Systemskizzen für leichte Steinschlaggalerie ohne Dämpfungsschicht.

# 3.1. Allgemeine Kommentare

## **Brand**

 Bei feingliederigen Strukturen ist Brand sehr gefährlich. Hier sind insbesondere die Ankerköpfe gefährdet.

### Anprall

• Durch Anprall sind diese Tragwerktypen sehr gefährdet. Insbesondere alle Bauteile in den Einfahrten der Galerien.

# 3.2. Risikoreduzierende Massnahmen

# Steinschlag

- Verankerungen verstärken.
- Inspektionen der Wand. Dabei werden auch lockere Partien kontrolliert gelöst und Gesteinspartien verankert.

# **Brand**

- Bei Neubau kann die Galerie höher über der Strasse angeordnet werden, um di direkte Beflammung zu mindern.
- Brandschutzplatten anbringen.

# Anprall

- Verstärken der anprallgefährdeten Bereiche im Einfahrtbereich und in den Bereichen, in denen die Tragkonstruktion dem Lichtraumprofil nahe ist.
- Rahmenkonstruktion vor der Galerie als "Stopper" einsetzen.
- Höhenbeschränkung der Strasse.

# 3.3. Tabellarische Zusammenfassung

Anprall								
Explosionen								
Brand								
Erdbeben			1)	1)	1)		1)	
Wasserdruck								
Hochwasser Unterspülung Wasserdruck Erdbeben								
Hochwasser								
Lawinen								
Murgänge								
Rutschung								
Steinschlag								
Bauteil	Decken / Sandwich- elemente	Verankerungen	Druckstreben	Zugstreben	Konsolen	Fundamente	Kragträger	Befahrbarkeit

1) Bei vorgefertigten, nicht monolithisch verbundenen Elementen

Bauwerk: leichte Steinschlaggalerien ohne Dämpfungsschicht

# 4. Lawinengalerie

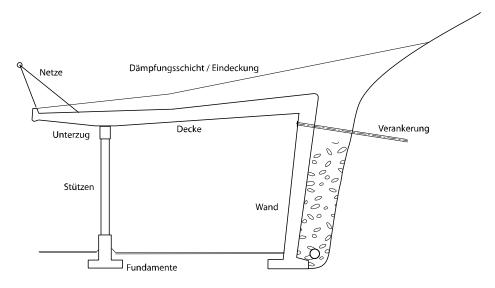


Abbildung 3: Systemskizze einer Lawinengalerie.

# 4.1. Allgemeine Kommentare

#### Lawinen

- Keine Fälle von Funktionalitätsversagen oder Bauwerksversagen durch Lawinen bekannt. Kleine Schäden gibt es in den Randbereichen der Galerien durch "mitgeführtes Material".
- Schäden können durch Kippen der Galerie entstehen, wenn die Horizontalkräfte zu gross werden und keine Anker vorhanden sind.

### **Brand**

- Lawinengalerien sind talseitig oft geschlossen. Hier ist Brand gefährlicher als bei Steinschlaggalerien.
- Durch ein Längsgefälle der Strasse kann in der Galerie ein Kamineffekt auftreten.

### Explosionen

• Wenn Fläche talseitig mehr als 10 Prozent Öffnungen aufweist, kann der Druck entweichen und Explosionen sind keine Gefahr.

### Anprall

- Betroffene Bauteile sind die Stützen; Unterzüge (durch Schwerverkehr) gerade in den Einfahrten der Galerien.
- Ist der Unterzug Teil der Decke gibt es dort lokale Schäden in den Einfahrbereichen der Galerien.
- Insgesamt sind zwei Drittel der Bauwerke vor 1970 erstellt worden dort wurden keine Anpralllasten berücksichtigt.
- Die Anprallwahrscheinlichkeit steigt bei Kälte (Glatteis).

• Bei vorgefertigten Deckenelementen ohne monolithischen Verbund kann Stützenausfall durch Anprall hohe Konsequenzen in Hinblick auf die Stabilität des Tragwerks haben.

### 4.2. Risikoreduzierende Massnahmen

### Steinschlag

- Erhöhung der Eindeckung.
- Anbringen von zusätzlichen Netzen in der Felswand.
- Monitoring.
- Verstärken der Decke; Herstellung eines monolithischen Verbundes.
- Tunnelbau als Extremmassnahme.

### Rutschung

- Hangstabilitäten erhöhen z.B. durch Geotextilien und Verankerungen (vorgespannte Boden- und Felsanker).
- Entwässerung verbessern.
- Verankerungen anbringen Abhängig von der Gleitfläche.
- In der Tragkonstruktion stellt die Decke das schwächste Glied dar. Verstärkung der Bewehrung oder Vorspannung sind hier mögliche Massnahmen.

# Murgang

- Stabilisierung des Hangs.
- Monitoring.
- Verstärkung der Decke.
- Auf der Ebene der Exposition kann bei Murgängen wenig Reduktion erzielt werden.

### Lawinen

- Korrektur des Geländes.
- Ablenkdämme besonders an den Ein- und Ausfahrten der Galerien.
- Talseitige Ausfachung der Stützen, um Rückfluss zu verhindern.

### Hochwasser

• Gesamte Entwässerung und Wasserführung auch auf dem Galeriedach verbessern.

### Unterspülung

- Tiefenfundament.
- Flussbaumassnahmen Korrektur.

### Wasserdruck

• Fassungen; Entwässerung; Drainagen.

### Erdbeben

Verstärkung der Verankerung.

- Bei Elementbauweise Sicherung der Auflager.
- Monolithische Bauweise.

### **Brand**

- Schutzschichten aufbringen (Plattenwerkstoffe, Anstriche, etc.).
- Werden Stahlstützen verwendet, dann müssen diese besonders intensiv geschützt werden müssen.
- Keine speziellen Massnahmen für die Decken und Gewölbe aus Stahlbeton notwendig.
- Schutzmassnahmen gegen Rauch müssen nicht getroffen werden, wenn dieser abziehen kann.

### Anprall

- Fahrzeug-Rückhaltesysteme (New Jersey Profile, Leitmauern, etc.).
- Leitplanken haben den Nachteil, dass sie die Energie durch Verformung aufnehmen. Dieser Platz ist bei Galerien meist nicht vorhanden.
- Stützen durch Mauern ersetzen.
- Stützen verstärken.

# 4.3. Tabellarische Zusammenfassung

Anprall	2)	2)	2)									
Explosionen												
Brand												
Erdbeben	1)			1)	1)			1)			1)	
Wasserdruck												
Hochwasser Unterspülung Wasserdruck												
Hochwasser												
Lawinen												
Murgänge												
Rutschung												
Steinschlag												
Bauteil	Decken	Gewölbe	Unterzug	Stützen	Wand	Fundamente	Verankerungen	Konsolen	Netze	Dämpfungs- schicht	Wand talseits	Befahrbarkeit

2) Insbesondere in den Einfahrbereichen

1) bei vorgefertigten, nicht monolithisch verbundenen Elementen

Bauwerk: Lawinengalerien

# 5. Schrägseilbrücken

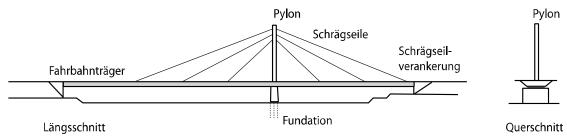


Abbildung 4: Systemskizze für Schrägseilbrücken.

# 5.1. Allgemeine Kommentare

### **Brand**

- Schrägseile sind besonders gefährdet. Der Ausfall von mehreren Schrägseilen kann zum Tragfähigkeitsverlust führen.
- Ist ein Hohlkastenprofil vorhanden, dann können dort eindringende brennbare oder explosive Flüssigkeiten zu Bränden führen. (Kastenquerschnitte werden selten bei Schrägseilbrücken eingesetzt – es gibt lediglich eine in der Schweiz).

# Anprall

• Schiffsanprall und Bahnanprall auf den Pylon; (Anprall von Personenwagen und Lastwagen ist in den neueren Normen berücksichtigt. Sind diese Ereignisse berücksichtigt, so ist das Risiko akzeptiert. Bei älteren Tragwerken ist dies zu prüfen.).

#### Erdbeben

 Verflüssigungseffekte können die Fundamente schädigen und es kann zu einer kritischen Änderung der Lagerungsbedingungen kommen.

### 5.2. Risikoreduzierende Massnahmen

# Brand

- Hohlkasten gegen einlaufende brennbare Flüssigkeiten schützen.
- Bei den Brückenentwässerungen erfolgt der Übergang der Entwässerungsleitungen zum Fallrohr über einen Trichter um Verschiebungen des Fahrbahnträgers auszugleichen. Dieser Trichter sollte abgedeckt werden, um das Eindringen von Sauerstoff zu verringern. Das Fallrohr sollte in einem Siphon enden um die Luftzufuhr von unten zu unterbinden.
- Ein brennender Lastwagen auf der Brücke kann die Seile gefährden. Ausfall von Seilen bei der Bemessung berücksichtigen.

# 5.3. Tabellarische Zusammenfassung

Anprall Explosionen Brand Hochwasser Unterspülung Wasserdruck Erdbeben Lawinen Murgänge Rutschung Steinschlag Fundamente (Pylon) Schrägseil-verankerungen Fahrbahnträger Brücken-widerlager Schrägseile Bautei Pylon

4) häufig Tiefenfundation 13) bei Hohlkastenquerschnitten

Bauwerk: Schrägseilbrücken

# 6. Bogenbrücken: Bogen oberhalb

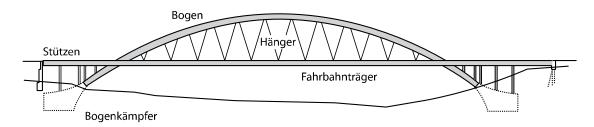


Abbildung 5: Systemskizze für Bogenbrücken mit oben liegendem Bogen und teilweise oben liegendem Bogen.

# 6.1. Allgemeine Kommentare

# Hochwasser

• Beschädigung der seitlich tragenden Elemente. Treibgut kann sich am Bogen aufstauen und Bogen mitreissen (nur für Bogenbrücken mit untenliegendem Bogenteil).

#### **Brand**

- Hänger sind besonders gefährdet. Der Ausfall von mehreren Hängern kann zum Tragfähigkeitsverlust führen.
- Ist ein Hohlkastenprofil vorhanden (Bogen oder Fahrbahnträger), dann können dort eindringende brennbare oder explosive Flüssigkeiten zu Bränden führen.
- Brand als aussergewöhnliche Einwirkung ist erstmals in der SIA 160 von 1989 erwähnt.

### Anprall

• Schiffsanprall und Bahnanprall auf Stützen. (Anprall von Personenwagen und Lastwagen ist in den neueren Normen berücksichtigt. Sind diese Ereignisse berücksichtigt, so ist das Risiko akzeptiert. Bei älteren Tragwerken ist dies zu prüfen.).

### 6.2. Risikoreduzierende Massnahmen

## **Brand**

Hohlkasten gegen einlaufende brennbare Flüssigkeiten schützen. – Bei den Brückenentwässerungen ist die Luftzufuhr zu unterbinden, z.B. durch die Abdeckung von Einlauftrichtern (beim Übergang von den Längsleitungen zu den Fallrohren).

#### Hochwasser

- Durch- und Abfluss von Geschiebe garantieren.
- Abweiser gegen Treibgut anbringen.

### Erdbeben

• Massnahmen, die ein Abgleiten des Auflagers verhindern.

# 6.3. Tabellarische Zusammenfassung

Anprall Explosionen Brand Erdbeben  $\left| \begin{array}{c} 7 \\ \text{Hochwasser} \end{array} \right|$  Unterspülung  $\left| \begin{array}{c} \text{Wasserdruck} \end{array} \right|$ Lawinen Murgänge Rutschung Steinschlag | Stützen <sup>7)</sup> Fahrbahnträger Brücken-widerlager Bogen-widerlager Bautei Hänger Bogen

14) Verklausung und Anprall durch Treibgut

13) bei Hohlkastenquerschnitten

8) durch Explosion mobilisierte Gegenstände

7) für die Teile des Bogens unterhalb der Brücke

Bauwerk: Bogenbrücken, Bogen oberhalb

# 7. Bogenbrücken: Bogen unterhalb

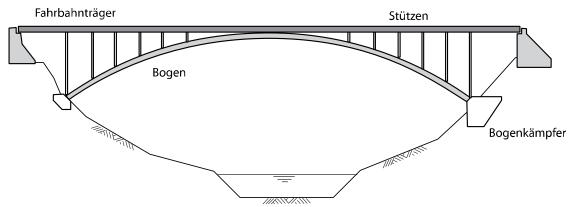


Abbildung 6: Systemskizze für Bogenbrücken mit unten liegendem Bogen.

## 7.1. Allgemeine Kommentare

#### Rutschungen

 Hangbewegungen stellen von den Naturgefahren die grösste Gefahr dar. Gerade langsame Rutschungen führen zu Fundamentbewegungen. Auch starke Regenfälle und Frost-Tauwechsel beeinflussen Rutschungen.

#### Hochwasser

 Beschädigung der seitlich tragenden Elemente. Treibgut kann sich am Bogen aufstauen und Bogen mitreissen (nur für Bogenbrücken mit untenliegendem Bogenteil).

#### Anprall

Schiffsanprall und Bahnanprall auf Stützen. (Anprall von Personenwagen und Lastwagen ist in den neueren Normen berücksichtigt. Sind diese Ereignisse berücksichtigt, so ist das Risiko akzeptiert. Bei älteren Tragwerken ist dies zu prüfen.)

#### **Brand**

- Ist ein Hohlkastenprofil vorhanden (Bogen oder Fahrbahnträger), dann können dort eindringende brennbare oder explosive Flüssigkeiten zu Bränden führen.
- Brand als aussergewöhnliche Einwirkung ist erstmals in der SIA 160 von 1989 erwähnt.

#### 7.2. Risikoreduzierende Massnahmen

#### Rutschungen

Monitoring, Stabilisierungen des Hangs.

# 7.3. Tabellarische Zusammenfassung

Bauwerk: Bogenbrücken, Bogen unterhalb

Anprall Explosionen Brand Erdbeben Hochwasser | Unterspülung | Wasserdruck Lawinen Murgänge Rutschung Steinschlag Fahrbahnträger Brücken-widerlager Bogen-widerlager Bautei Stützen Bogen

13) bei Hohlkastenquerschnitten 14) Verklausung und Anprall durch Treibgut

## 8. Balkenbrücken

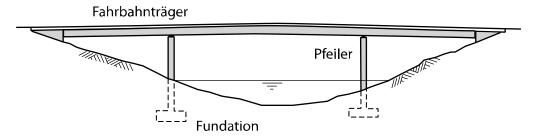


Abbildung 7: Systemskizze für Balkenbrücken.

## 8.1. Allgemeine Kommentare

#### **Brand**

- Bei diesem Brückentyp ist eine Gefährdung durch Brände unterhalb der Brücke gegeben. Sind Lagerstätten von brennbaren Materialen vorhanden, ist die Tragfähigkeit der Brücke im Brandfall gefährdet (oft nicht geregelte Depots). Durch Brände unterhalb von Brücken sind jedes Jahr Schäden zu verzeichnen.
- Ist der Fahrbahnträger ein Hohlkasten, dann können dort eindringende brennbare oder explosive Flüssigkeiten zu Bränden führen.
- Brand als aussergewöhnliche Einwirkung ist erstmals in der SIA 160 von 1989 erwähnt.

#### Anprall

• Schiffsanprall und Bahnanprall auf Stützen. (Anprall von Personenwagen und Lastwagen ist in den neueren Normen berücksichtigt. Sind diese Ereignisse berücksichtigt, so ist das Risiko akzeptiert. Bei älteren Tragwerken ist dies zu prüfen.)

#### Erdbeben

- Problematisch sind besonders Gerbergelenke, da hier kleine Auflagerflächen vorhanden sind.
- Verflüssigungseffekte können die Fundamente schädigen und es kann zu einer kritischen Änderung der Lagerungsbedingungen kommen.

## 8.2. Risikoreduzierende Massnahmen

## Hochwasser, Unterspülungen

- Systematische Inspektionen bei gefährdeten Bauten. Konsequenzen durch organisatorische Massnahmen begrenzen.
- Prüfen welche Art der Fundation vorliegt. Früher wurden zum Teil ungeeignete Flachfundationen verwendet.

## Anprall

- Portale
- Abwehrbauwerke

#### Erdbeben

- Sicherung gegen Abgleiten an den Widerlagern
- Zusammenspannen von Gerbergelenken und monolithisch verbinden.

# 8.3. Tabellarische Zusammenfassung

Bauwerk: Balkenbrücken

Anprall			(9	
Explosionen			13)	
Brand				
Erdbeben				
Wasserdruck				
Hochwasser Unterspülung Wasserdruck Erdbeben				
Hochwasser				
Lawinen				
Murgänge				
Rutschung				
Steinschlag Rutschung Murgänge				
Bauteil	Pfeiler	Fundamente (Pfeiler)	Fahrbahnträger	Brücken- widerlager

6) nur bei Strassenüberquerung 13) bei Hohlkastenquerschnitten

## 9. Rahmenbrücken

#### Fahrbahnträger

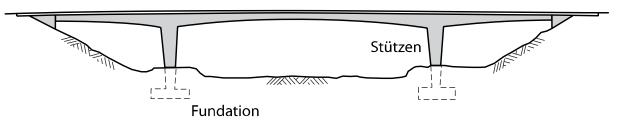


Abbildung 8: Systemskizze für mögliche Ausführung von Rahmenbrücken.

## 9.1. Allgemeine Kommentare

#### **Brand**

- Bei diesem Brückentyp ist eine Gefährdung durch Brände unterhalb der Brücke gegeben.
   Sind Lagerstätten von brennbaren Materialen vorhanden, ist die Tragfähigkeit der Brücke im Brandfall gefährdet. Durch Brände unterhalb von Brücken sind jedes Jahr Schäden zu verzeichnen (oft nicht geregelte Depots).
- Ist der Fahrbahnträger ein Hohlkasten (bei diesem Brückentyp sehr selten), dann können dort eindringende brennbare oder explosive Flüssigkeiten zu Bränden führen.
- Brand als aussergewöhnliche Einwirkung ist erstmals in der SIA 160 von 1989 erwähnt.

#### Anprall

• Schiffsanprall (Rahmenbrücken werden selten zur Querung befahrener Flüsse eingesetzt), Bahnanprall, (Anprall von Personenwagen und Lastwagen ist in den neueren Normen berücksichtigt. Sind diese Ereignisse berücksichtigt, so ist das Risiko akzeptiert. Bei älteren Tragwerken ist dies zu prüfen.)

#### 9.2. Risikoreduzierende Massnahmen

#### Hochwasser, Unterspülungen

- Systematische Inspektionen bei gefährdeten Bauten.
- Konsequenzen durch organisatorische Massnahmen begrenzen.

# 9.3. Tabellarische Zusammenfassung

Bauwerk: Rahmenbrücke

Anprall Explosionen Brand Lawinen Hochwasser Unterspülung Wasserdruck Erdbeben Murgänge Steinschlag | Rutschung Fahrbahnträger Fundament Sprengwerk Bauteil

6) nur bei Strassenüberquerung 13) bei Hohlkastenquerschnitten

## 10. Fachwerkbrücken

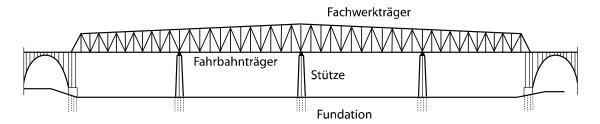


Abbildung 9: Systemskizze für mögliche Ausführung von Fachwerkbrücken.

## 10.1. Allgemeine Kommentare

#### Anprall

- Die Gefahr durch Anprall auf Fachwerkbrücken wird bei Eisenbahnbrücken durch Leitschienen verringert.
- Durch den Ausfall von Diagonalen durch Anprall kann die Tragfähigkeit gefährdet sein.

#### **Brand**

 Bei Brand können bei Stahlkonstruktionen grosse Probleme auftreten. Fahrzeugbrände auf der Fahrbahn sind bei oben liegendem Fachwerk besonders zu beachten. Brand unter der Brücke von Fahrzeugen oder nicht geregelter Depots birgt bei unten liegendem Fachwerk ein Gefahrenpotential. Brand auf Eisenbahnbrücken ist in der Regel seltener als bei Strassenbrücken.

# 10.2. Tabellarische Zusammenfassung

Bauwerk: Fachwerkbrücke

		-	<b>I</b>	<b>I</b>					ب ا
Anprall					(9				lurch Treibgut
Explosionen		(8)	8)	(8)	13)				und Anprall c
Brand									14) Verklausung und Anprall durch Treibgut
Erdbeben									
Wasserdruck									13) bei Hohlkastenquerschnitten
Hochwasser Unterspülung Wasserdruck									13) bei Hohl
Hochwasser	14)	14)	14)	14)					egenstände
Lawinen									8) durch Explosion mobilisierte Gegenstände
Murgänge									rch Explosion
Rutschung									
Steinschlag									6) nur bei Strassenüberquerung
Bauteil	Druckgurt	Druckstrebe	Zuggurt	Zugstrebe	Fahrbahn- träger	Brücken- widerlager	Pfeiler	Fundamente	6) nur bei Stra

A29

# 11. Unterspannte Brücken

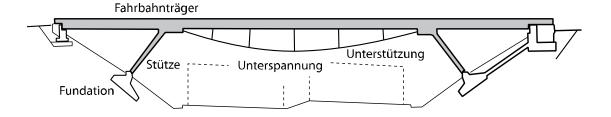


Abbildung 10: Systemskizze für unterspannte Brücken

# 11.1. Allgemeine Kommentare

#### **Brand**

- Bei dieser Konstruktion ist Brand unterhalb der Brücke besonders gefährlich, da der Ausfall der Unterspannung zu Tragfähigkeitsverlust führen kann.
- Brand als aussergewöhnliche Einwirkung ist erstmals in der SIA 160 von 1989 erwähnt.

#### Erdbeben

• Verflüssigungseffekte können die Fundamente schädigen und es kann zu einer kritischen Änderung der Lagerungsbedingungen kommen.

# 11.2. Tabellarische Zusammenfassung

Bauwerk: unterspannte Brücke

Anprall						
Explosionen		8)	8)			
Brand						
Erdbeben						
Wasserdruck						
Hochwasser Unterspülung Wasserdruck Erdbeben						
Hochwasser		14)	14)			
Lawinen						
Murgänge						
Rutschung						
Steinschlag Rutschung						
Bauteil	Fahrbahnträger	Zugbänder	Unterstützung	Brücken- widerlager	Fundamente	Pfeiler

14) Verklausung und Anprall durch Treibgut 8) durch Explosion mobilisierte Gegenstände

## 12. Tunnel

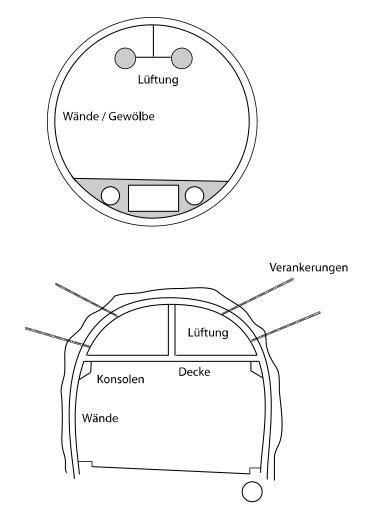


Abbildung 11: Systemskizzen für Bergmännische Tunnel

# 12.1. Allgemeine Kommentare

#### Hochwasser

Hochwasser ist in Tunneln eher selten. Dies kann bei Tunneln unter Flüssen zu betrachten sein.

#### Wasserdruck

- Wasserdruck ist eine Bemessungsgrösse im Tunnelbau. Im fertig gestellten Tunnelbauwerken ist Wasserdruck kein Problem. In der Bauphase können, insbesondere in Karstgebieten, durch Regen grössere Mengen Wasser zu starkem Wasserdruck führen – sehr selten.
- Steht quellfähiges Gestein an und ist keine Ausgleichsschicht vorhanden, kann dies nach dem Bau Schadensfälle verursachen.

#### **Brand**

- Brand in Tunneln ist relativ selten und es gibt insgesamt gesehen wenig Tote durch Brände. Die Konsequenzen bei Tunnelbränden sind in der Regel sehr hoch. Es ist die Tendenz zu erkennen, dass in langen Tunneln weniger Unfälle passieren als in kurzen Tunneln. Das kann auf den Helldunkel-Wechsel in der Portalzone zurückgeführt werden.
- Für die Unfallwahrscheinlichkeit in Tunneln ist auch die Verkehrsführung ein Indikator (z.B. Richtungs-Verkehr).
- Indikatoren für die Schwere der Konsequenzen sind die Art der Lüftung, die Länge, Armierung, das Längsgefälle und Fluchtwege.
- Für die Tragstruktur besteht in der Regel durch Brand keine grosse Gefahr (gilt nur für Bergmännische Tunnel). Die Zwischendecke können versagen. Wenn es zum Versagen kommt, sind keine Menschen mehr betroffen.

#### **Explosion**

• Sind Zwischendecken vorhanden, sind diese auf einen Überdruck bemessen. Für die Struktur stellt ansonsten Explosion keine Gefahr dar.

#### Anprall

- Im Tunnel stellt Anprall für die Tragstruktur keine Gefahr dar. In der Portalzone ist Anprall häufiger und schwerer, da sich dort die Geschwindigkeit, die Lichtverhältnisse, die Witterung, der Verkehrsablauf ändert und die Verkehrsdichte zunimmt.
- Die Wandverkleidung kann durch Anprall Schaden nehmen. Dort kann auch die Zwischendecke Schaden nehmen (eher selten, da die Wandverkleidung von den Zwischendecken getrennt ist).

# 12.2. Tabellarische Zusammenfassung

6										
9 Anprall										
Explosionen										
Brand										
12) Erdbeben										
11) Wasserdruck										
Hochwasser Unterspülung Wasserdruck										
10) Hochwasser										
9) Lawinen										
9) Murgänge										
9) Rutschung										
Steinschlag										
Bauteil	Gewölbe	Bodenplatte	Stützen	Unterzüge	Konsolen	Fundamente	Verankerungen	Zwischendecken	Wandverkleidung	Ver- und Ent- sorgungsschächte

9) relevant für die Portalzonen - Naturgefahren wie bei Galerien 10) Kombination von Brand und Wasser ausserhalb des Tunnel 11) in der Bauphase und wenn quellfähiges Gestein vorliegt 12) Reaktion auf langfristige tektonische Bewegungen

A34

Bauwerk: Tunnel bergmännisch

# 13. Tagbautunnel

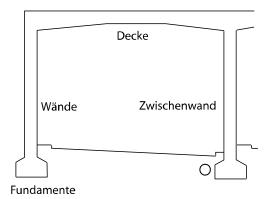


Abbildung 12: Systemskizze für einen Tagbautunnel

# 13.1. Allgemeine Kommentare

#### **Brand**

 Die negativen Momente in den Randbereichen der Decke (Rahmenecken) können durch Brand noch erhöht werden. Dadurch wird die Tragfähigkeit dieser Tunnel im Brandfall reduziert.

#### Erdbeben

• Die Bauwerke sind sehr widerstandsfähig gegen Erdbeben. Auch die Abdichtung ist nicht gefährdet.

# 13.2. Tabellarische Zusammenfassung

9) Anprall	15)									
Explosionen										
Brand										
11) Erdbeben										
10) Wasserdruck										
Hochwasser Unterspülung Wasserdruck										
Hochwasser										
9) Lawinen										
9) Murgänge										
9) Rutschung										
9) Steinschlag										
Bauteil	Wände	Decken	Gewölbe	Bodenplatte	Unterzüge	Konsolen	Fundamente	Zwischendecken	Wandverkleidung	Ver- und Ent- sorgungsschächte

Bauwerk: Tagbautunnel

# Anhang B: Ermittlung des Risikos an einer Steinschlagschutzgalerie

1.	EINLEITUNG	B3
_	PROBLEMSTELLUNG	na
2.	PROBLEMSTELLUNG	B3
3.	MODELLIERUNG DER EXPOSITION	B4
3.	.1. GEOLOGISCHE GEFÄHRDUNG	B4
3.	.2. Trajektorienmodell	B11
3.	.3. MODELLIERUNG DER AUFPRALLLAST	B13
4.	MODELLIERUNG DER VERLETZBARKEIT	B15
4.	.1. WIDERSTANDSMODELL	B15
4.	.2. Zuverlässigkeitsanalyse	B17
4.	.3. Berechnung des direkten Risikos	B19
5.	MODELLIERUNG DER ROBUSTHEIT	B19
5.	.1. Berechnung des indirekten Risikos	B19
6.	RISIKOBEWERTUNG UND RISIKOAKZEPTANZ	B23
DEEE	EDENIZENI	P.26

# 1. Einleitung

Im Folgenden wird beispielhaft dargestellt, wie die Grundlagen und die Prinzipien der Sicherheitsbewertung für eine Risikoanalyse angewendet werden können. Der Fokus liegt auf der Modellierung der Exposition, der Verletzbarkeit und der Robustheit an einem spezifischen Bauwerk. Das Beispiel soll aber auch erläutern, wie Risikoanalysen infolge aussergewöhnlicher Einwirkungen durchgeführt werden können. Die Grundlagen zur Methodik finden sich im Hauptteil des Berichtes. Die Prinzipien der Sicherheitsbewertung werden für dieses Beispiel als bekannt vorausgesetzt und nicht weiter erläutert (Kapitel Prinzipien der Sicherheitsbewertung des Hauptteils). Das vorgestellte Beispiel verwendet reelle Werte, Daten und Gutachten. Die betrachtete Galerie ist jedoch fiktiv und es besteht kein Zusammenhang zu einer bestehenden Galerie in der Schweiz. Grundlagen der Modellierung und etwaige Abkürzungen der Verteilungstypen finden sich im Hauptteil des Berichtes. Grundlagen sind insbesondere im Kapitel ZUFALLSVARIABLEN UND VERTEILUNGSFUNKTIONEN und im Kapitel Probabilistische Modellierung der Aussergewöhnlichen Einwirkungen zu finden.

# 2. Problemstellung

Eine Risikoanalyse für eine bestehende Steinschlaggalerie soll durchgeführt werden. Die Steinschlaggalerie wurde 1975 erbaut. Die Galerie hat eine Länge von 217 m und sie verbindet zwei Tunnel miteinander. Im Querschnitt kann die Galerie als Halbrahmen mit Querneigung modelliert werden. Die Breite der überdeckten Fahrbahn beträgt ca. 7.50 m.

Die Rückwand ist an den anstehenden Fels betoniert. Die Wand ist zudem über permanente Felsanker rückverankert. Die Stärke der Rückwand beträgt 50 cm und ist durchgehend auf dem Fels fundiert. Die Stahlbetondecke hat eine Stärke von 40 cm und ist an der Aussenseite auf Einzelstützen aus Vollstahl mit einem Abstand von 7.5 m gelagert. Über den Stützen ist der Deckenquerschnitt auf 70 cm erhöht. Die Decke ist mit einer Sand-Kiesschicht von ca. 75 cm Stärke überdeckt. Abbildung 1 zeigt die Steinschlaggalerie schematisch.

Im Risk-Screening, das im Rahmen dieses Projektes durchgeführt wurde, ist festgehalten, dass Steinschlaggalerien mit Dämpfungsschicht meist nur vor Steinschlägen mit einer geringen Energie schützen. Dies war der Auslöser für die Durchführung einer detaillierten Risikoanalyse für eine Galerie. Aus der Studie der Statik und anderen Dokumentationen war ersichtlich, dass die Belastung nicht adäquat modelliert wurde. In der Projektplanungsphase wurde die Bemessungsgrösse des Steinschlages aus Mangel an Alternativen und Methoden lediglich zwischen dem Projektverfasser und dem Kantonsingenieur festgelegt. Die Bemessung erfolgte mit diesen Annahmen. Zudem wurde das Durchstanzen der Galerie durch den Steinschlag nicht als Bemessungsfall berücksichtigt. In diesem Beispiel wird das Durchstanzen des Steines durch die Galeriedecke als massgebender Bemessungsfall betrachtet. Das Durchstanzen der Stützen durch die Galeriedecke wurde nicht betrachtet. Nachrechnungen der Statik zeigten, dass der Durchstanzwiderstand für die gewählte Bemessungsgrösse des Steines nicht ausreicht.

Wie auch in der Bemessungsgrundlage der Galerie wird hier die Annahme getroffen, dass sich nur ein einzelner Stein ablöst und dieser während des Fallprozesses nicht zerbricht. Diese Annahme kann durch das anstehende Gestein und die Beobachtungen in der Vergangenheit gerechtfertigt werden. Dies ist eine gängige Annahme und wird in den meisten Trajektorienmodellen, die den Fallprozess beschreiben, getroffen. Eine Modellunsicherheit wird in der Berechnung eingeführt, um Unsicherheiten, die aus solchen Annahmen resultieren, zu berücksichtigen. Im folgenden Text bezeichnet daher das Steinvolumen sowohl das Volumen des einzelnen Steines, das sich im Hang ablöst, als auch das Steinvolumen, das auf der Galerie aufschlägt. Dies bedeutet jedoch nicht, dass jeder Stein, der sich löst, auch auf der Galerie aufschlägt. Der Fallprozess wird in diesem Beispiel explizit modelliert und berücksichtigt dies. Der Fallprozess ändert jedoch das Volumen und damit die Grösse des Steines nicht.

Die Galerie befindet sich auf einem Strassenabschnitt mit einem DTV von 4000 Fahrzeugen pro Tag. Die gefahrene Geschwindigkeit auf diesem Abschnitt beträgt im Mittel 80 km/h.

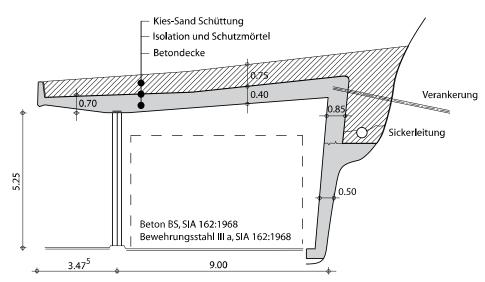


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Steinschlaggalerie.

# 3. Modellierung der Exposition

# 3.1. Geologische Gefährdung

Im Jahre 1984 wurde ein geologisches Gutachten erstellt, um die Gefährdung des Streckenabschnittes zu begutachten. Für die Studie wurden Begehungen im Gelände und Helikopterflüge durchgeführt. Speziell wurden auch Literaturstudien betrieben, um Aufschluss über ältere Grossereignisse zu erhalten.

Das Gutachten wurde 1999 aktualisiert. Die geologische Expertise beschreibt die Lithologie und gibt eine Einschätzung der Gefährdung in Form von Auftretenshäufigkeiten von Ereignissen.

Die Lithologie kann direkt als Indikator für die Häufigkeit und Grösse von Ereignissen dienen. Die Schichtung, Bankung und Grad der Zerklüftung wirkt sich sowohl auf die Komponentengrösse als auch auf die Häufigkeit von Ereignissen aus (Schneider (1984)). Da sich bei ausgesprochenen steinschlägigen Serien, wie z.B. Serien des Kieselkalks und des Altdorfer Sandsteins, die Komponentengrössen und Häufigkeit gut abschätzen lassen, sind die epistemischen Unsicherheiten in der Modellierung geringer als bei gesunden, festen Gesteinen.

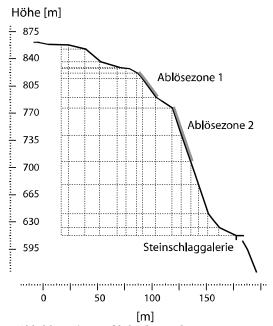


Abbildung 2: Profil des betrachteten Hanges.

Der Querschnitt des Hanges ist in Abbildung 2 gegeben. In den Ablösezonen steht ein gesunder Kalkstein an. Die flache Zone unterhalb des oberen Ablösegebietes besteht aus Kalkmergel mit einer dünnen Vegetationsschicht. Am Fuss des Hanges befindet sich eine flachere Zone aus unbewachsenem Kalkmergel.

Das geologische Gutachten unterscheidet unterschiedliche Ereignisse. Mit Steinschlägen werden Ablöseereignisse mit einem Volumen bis zu  $0.5m^3$  bezeichnet. Als Blockstürze werden Ereignisse bezeichnet, die ein Steinvolumen von  $0.5m^3$  bis  $10m^3$  haben und als Felsstürze werden Ereignisse bezeichnet, die ein Steinvolumen von mehr als  $10m^3$  haben.

Im geologischen Gutachten wird geschätzt, dass Steinschläge häufig auftreten. Kleinere Blockschläge mit einem Volumen von  $0.5 \, m^3 - 5 \, m^3$  treten mit einer mittleren Häufigkeit ein. Grosse Blockschläge mit einem Volumen von  $5 \, m^3 - 10 \, m^3$  treten selten auf. Mit Felsstürzen ist sehr selten zu rechnen.

Die qualitativen Einschätzungen der Häufigkeiten werden im geologischen Gutachten quantifiziert. Ein Ereignis wird als sehr häufig bezeichnet, wenn es monatlich vorkommt, es wird mit einer mittleren Häufigkeit eingestuft, wenn es einmal pro Jahr bis zu einmal alle 20 Jahre auftritt. Mit einer geringen Häufigkeit werden Ereignisse eingestuft, die alle 20 Jahre bis alle 100 Jahre

#### Anhang B: Geologische Gefährdung

einmal auftreten. Sehr gering ist eine Auftretenshäufigkeit von weniger als einmal in hundert Jahren. Aus diesen Einschätzungen lassen sich die Häufigkeiten quantifizieren.

In Tabelle 1 findet sich eine Zusammenstellung der repräsentativen Volumen und den zugehörigen Häufigkeiten. Die im Gutachten angegebenen Häufigkeiten beziehen sich auf die gesamte Ablösezone zwischen den beiden Tunneln. Die Gefährdung ist daher unabhängig von der Länge der Galerie.

Tabelle 1: Zusammenfassung und Modellierung der geologischen Expertise charakterisiert durch Lognormal-
verteilungen der Ablösehäufigkeit für unterschiedliche Steinvolumen.

	Bereich	repräsentati- ves Volumen	Häufigkeit $H_{_{V}}\left(v_{_{i}} ight)\left[yr^{-1} ight]$ (LND)					
	$[m^3]$	$v_i[m^3]$	Modus	$\mu_{i}$	CoV	Parai	meter	
		•	$K_i$					
Steinschlag	0.0 - 0.5	0.2	3.60	4.0	0.5	$\lambda_1 = 1.28$	$\zeta_1 = 0.47$	
Blockschlag (klein)	0.5 - 5.0	1.5	0.20	0.25	0.8	$\lambda_2 = -1.63$	$\zeta_2 = 0.70$	
Blockschlag (gross)	5.0-10.0	7.0	0.02	0.025	0.8	$\lambda_3 = -3.93$	$\zeta_3 = 0.70$	
Felssturz	10.0-1000.0	100	0.003	0.004	0.8	$\lambda_4 = -5.77$	$\zeta_4 = 0.70$	

In der ersten Spalte der Tabelle 1 ist der Bereich des Volumens des Steines angegeben. Der Bereich entspricht der jeweiligen Einschätzung des Geologen und kann je nach Grad der vorliegenden Informationen beliebig klein gewählt werden. Je detaillierter die einzelnen Bereiche definiert werden können, desto genauer kann die Modellierung erfolgen. Jedem dieser Bereiche wird ein repräsentatives Volumen zugeordnet. Dieses repräsentative Volumen ist in der zweiten Spalte angegeben. Das repräsentative Volumen wurde so gewählt, dass es bei einer logarithmischen Skalierung ungefähr der Klassenmitte des Bereiches entspricht. Die ersten beiden Spalten der Tabelle dienen der Beschreibung der Steinvolumen.

Die dritte bis zur sechsten Spalte dient der Modellierung der Häufigkeit von Ablösungen der unterschiedlichen repräsentativen Steinvolumen und der inhärenten Unsicherheiten. Hier wird angenommen, dass die Häufigkeiten einer Lognormalverteilung folgen. Diese Annahme erscheint hier sinnvoll, da Häufigkeiten nicht negativ sein können (vgl. auch Kapitel ZUFALLSVARIABLEN UND VERTEILUNGSFUNKTIONEN des Hauptteiles).

Die Aufgabe des Geologen besteht darin, die Unsicherheiten in seinen Aussagen zu quantifizieren. Dazu bestehen verschiedene Möglichkeiten. Die folgenden drei Möglichkeiten werden hier kurz skizziert:

- die direkte Schätzung des Modus und den Unsicherheiten der Aussagen (wie sie in diesem Beispiel durch Schätzung der Standardabweichung verwendet wurde),
- die Schätzung, wie viel Prozent der Beobachtungen in das festgelegte Intervall zwischen  $x_{1,i}$  und  $x_{2,i}$  fallen und

• die Abschätzung, wie gross die Wahrscheinlichkeit ist, das  $x_{1,i}$  jährlich unter- bzw.  $x_{2,i}$  jährlich überschritten wird.

Alle Möglichkeiten haben für unterschiedliche Anwendungen ihre Berechtigung. Dabei kommt es auf den Geologen an, welche Information er besser abschätzen kann und wie seine persönlichen Erfahrungen sind.

Die erste Möglichkeit, die direkte Schätzung der Unsicherheit in der Aussage (d.h. die Schätzung des Variationskoeffizienten oder die Schätzung der Standardabweichung) ermöglicht die direkte Berechnung der Parameter der Lognormalverteilung für jedes repräsentative Volumen *i*:

$$\lambda_i = \ln\left(\kappa_i\right) \tag{B.1}$$

$$\zeta_i = \sqrt{\ln\left(CoV_i^2 + 1\right)} \tag{B.2}$$

Wurde die Standardabweichung  $\sigma_i$  der Aussage geschätzt, so kann der Variationskoeffizient bestimmt werden zu:

$$CoV_i^2 = \left(\frac{\sigma_i}{\mu_i}\right)^2 = \frac{2\sigma_i^2 (\kappa_i)^{-2}}{1 + \sqrt{1 + 4\sigma_i^2 (\kappa_i)^{-2}}}$$
 (B.3)

Da im geologischen Gutachten (Schneider (1984)) diese Informationen nicht enthalten waren, wurde in diesem Beispiel der Variationskoeffizient für jeden Volumenbereich geschätzt. Diese Schätzung wurde verwendet, um die Verteilungsparameter in Tabelle 1 zu ermitteln.

Die zweite Möglichkeit besteht in der Festlegung eines Konfidenzintervalls seiner Aussage. Der Geologe gibt in diesem Fall an, wie gross die Wahrscheinlichkeit  $p_{x_1,x_2,i}$  ist, dass die Beobachtungen in das festgelegte Intervall  $[x_{1,i},x_{2,i}]$  fallen. Mit  $x_{1,i}$  ist die untere Grenze des eingeschätzten Intervalls der Häufigkeit bezeichnet und mit  $x_{2,i}$  die obere Grenze des Intervalls. Der Index i bezeichnet dabei die definierten Bereiche des Steinvolumens.

Der Modus  $\kappa_i$  kann unter der Annahme, dass die Überschreitungswahrscheinlichkeit des Intervalls gleich der Unterschreitungswahrscheinlichkeit für dieses Intervall ist, direkt aus angegebenen Intervallen des Geologen berechnet werden:

$$\kappa_i = \sqrt{x_{1,i} x_{2,i}} \tag{B.4}$$

Das Intervall  $[x_{1,i}, x_{2,i}]$ , der Modus  $\kappa_i$  und die Lognormalverteilung der Häufigkeit im Intervall i ist in Abbildung 3 dargestellt. Die Gleichung (B.4) unterliegt der Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Häufigkeit kleiner als  $x_{1,i}$  ist, gleich der Wahrscheinlichkeit ist, dass die Häufigkeit grösser als  $x_{2,i}$  ist:

$$P\left[H_{V}\left(V=v_{i}\right) \leq x_{1,i}\right] = P\left[H_{V}\left(V=v_{i}\right) \geq x_{2,i}\right]$$
(B.5)

Dies bedeutet, dass die grauen Flächen in der schematischen Abbildung 3 gleich gross sind.

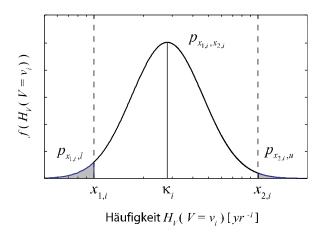


Abbildung 3: Schematische Darstellung der Modellierung der Häufigkeiten mit einer Lognormalverteilung für die repräsentativen Volumen v<sub>i</sub>; x-Achse logarithmiert.

Der Parameter  $\lambda_i$  kann unter Verwendung von  $p_{x_i,x_j}$  bestimmt werden zu:

$$\zeta_{i} = \frac{\ln(x_{1,i}) - \ln(x_{2,i})}{2 \Phi^{-1} \left(\frac{1 - p_{x_{1,i}, x_{2,i}}}{2}\right)}$$
(B.6)

In Gleichung (B.6) bezeichnet  $\Phi^{-1}(\cdot)$  die inverse der Normalverteilung. Der Parameter  $\lambda_i$  kann nach Gleichung (B.1) berechnet werden zu:

$$\lambda_i = \ln\left(\sqrt{x_{1,i} \cdot x_{2,i}}\right) \tag{B.7}$$

Der Wert des Modus für Steinschläge kann wie folgt bestimmt werden. Der Geologe schätzt in seinem Gutachten, dass Steinschläge einmal im Monat bis einmal im Jahr auftreten können. Damit ist  $x_{2,1}$  gleich  $13[yr^{-1}]$  und  $x_{1,1}$  ist  $1[yr^{-1}]$ . Nach Gleichung (B.4) ergibt sich der Modus  $\kappa_1$  zu  $3.6[yr^{-1}]$ .

Würde die Schätzung des Geologen für Steinschläge aussagen, dass die jährliche Häufigkeit für Steinschläge in 99.4% der Jahre in das Intervall [1;13] fällt, so ergibt sich:  $\zeta_1 = -2.56/-5.5 = 0.47$ .

Für die dritte Möglichkeit der Schätzung der Unsicherheiten ist die vereinfachende Annahme, dass die Überschreitungswahrscheinlichkeit  $p_{x_2,u}$  des Wertes  $x_{2,i}$  gleich der Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $p_{x_1,i}$  des Wertes  $x_{1,i}$  ist, nicht zwingend notwendig. Können die Über- und die Unterschreitungswahrscheinlichkeit vom Geologen eingeschätzt werden, so können die Parameter der Lognormalverteilung berechnet werden zu:

$$\zeta_{i} = \frac{\ln(x_{1,i}) - \ln(x_{2,i})}{\Phi^{-1}(p_{x_{1,i},l}) - \Phi^{-1}(1 - p_{x_{2,i},u})}$$
(B.8)

$$\lambda_i = \ln\left(x_{1,i}\right) - \Phi^{-1}\left(p_{x_{1,i},l}\right) \zeta_i \tag{B.9}$$

Bei dieser Art der Modellierung werden die Angaben des Geologen im Sinne des *Grad des Glaubens* (engl. *degree of belief*) der Bayes'schen Statistik verstanden. Liegen Daten über Ereignisse vor, so können die hier modellierten *a-priori* Verteilungen mit diesen Daten aktualisiert werden. In diesem Fall liegen keine Daten vor und die *a-priori* Information ist die einzig verfügbare Information, die genutzt werden kann.

Nachdem die Information aus dem Gutachten modelliert ist, kann im nächsten Schritt die Überschreitungswahrscheinlichkeit für verschiedene Steinvolumen modelliert werden.

Es wird angenommen, dass die Überschreitungshäufigkeit adäquat durch ein Potenzgesetz der Form:

$$H_{V}(v \mid \mathbf{\theta}) = av^{-b} \tag{B.10}$$

beschrieben werden kann. Um die Parameter  $\theta = [a,b]^T$  zu schätzen, wird die Likelihoodfunktion korrespondierend zu der Zusammenstellung in Tabelle 1 aufgestellt:

$$L(\mathbf{\theta} \mid \mathbf{z}) \propto \prod_{i=1}^{4} f_{H_{V}} \left[ H_{V} \left( v_{i} \mid \mathbf{\theta} \right) \mid \lambda_{i}, \zeta_{i} \right]$$
(B.11)

Hierin bezeichnet  $f_{H_v}[x|\lambda,\zeta]$  die Lognormalverteilung mit den Parametern  $\lambda_i$  und  $\zeta_i$ , die sich für jeden der definierten Bereiche unterscheiden. Gleichung (B.11) ist unter der Annahme gültig, dass die einzelnen Bereiche unabhängig voneinander sind.

Die Parameter der Überschreitungshäufigkeit  $\theta_{MLE} = [a,b]^T$  werden unter Verwendung der Maximum-Likelihood-Methode (MLE) durch Maximierung der logarithmierten Likelihoodfunktion geschätzt (vgl. Kapitel SCHÄTZEN DER PARAMETER im Hauptteil des Berichtes):

$$\mathbf{\theta}_{MLE} = \arg\max\left\{\ln\left[L(\mathbf{\theta} \mid \mathbf{z})\right]\right\} \tag{B.12}$$

Die gemeinsame Verteilung der Parameter  $f(\theta)$  kann durch eine multivariate Normalverteilung approximiert werden. Die Erwartungswerte der Parameter der Verteilung sind mit  $\theta_{MLE}$  bezeichnet. Um die multivariate Normalverteilung beschreiben zu können, werden die Standardabweichung und der Korrelationskoeffizient der Parameter über die Inverse der Fischermatrix  $\mathbf{H}$  bestimmt. Die Komponenten der Fishermatrix werden über

$$H_{ij} = \frac{\partial l(\mathbf{\theta} \mid \mathbf{z})}{\partial \theta_i \theta_j} \tag{B.13}$$

berechnet. Mit  $l(\theta | \mathbf{z})$  ist die logarithmierte Likelihoodfunktion bezeichnet. Die Momente der binormalen Verteilung der Parameter der Überschreitungshäufigkeit sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Die Ablösehäufigkeit ist durch die Funktion  $H_{\nu}(\nu)$  beschrieben und in Abbildung 4 dargestellt. Die epistemischen Unsicherheiten werden durch die Dichteverteilung  $f(\mathbf{\theta})$  beschrieben.

Tabelle 2: Momente der binormalen Normalverteilung der Parameter der Überschreitungshäufigkeit.

Parameter	Mittelwerte	Kovarianz
$\mathbf{\theta} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$	$\mathbf{\theta}_{MLE} = \begin{bmatrix} 0.302\\1.21 \end{bmatrix}$	$ \begin{bmatrix} 9.23 \ 10^{-3} & 3.59 \ 10^{-3} \\ 3.59 \ 10^{-3} & 1.63 \ 10^{-2} \end{bmatrix} $

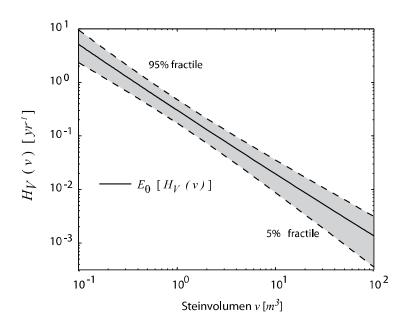


Abbildung 4: Erwartungswert der Überschreitungshäufigkeit und die 5% und 95% Fraktilwerte der Überschreitungshäufigkeit.

In der logarithmischen Darstellung ist der Erwartungswert der Überschreitungshäufigkeit keine Gerade. Berechnet man den Mittelwert, der in Abbildung 4 dargestellt ist, für ein Volumen von  $10^2 \, m^3$ , so ergibt sich ein Wert für  $E_0 \left[ H_V \left( v \right) \right]$  von  $1.4^{-3} \left[ yr^{-1} \right]$ . Dieser Wert unterscheidet sich von der Überschreitungshäufigkeit, die mit den Mittelwerten der Parameter berechnet wird. Er beträgt:

$$H_V(v = 10^2 \, \text{m}^3 \mid E[a], E[b]) = 0.302 \cdot 100^{-1.21} = 1.15^{-3} [yr^{-1}]$$
 (B.14)

Damit wird die Überschreitungshäufigkeit um ca. 22% unterschätzt. Die Verteilung der Überschreitungshäufigkeit für ein Steinschlagvolumen von  $10^2 m^3$  ist in Abbildung 5 dargestellt.

Dies gilt für alle funktionalen Zusammenhänge. Die Berücksichtigung der Unsicherheiten in den geschätzten Parametern ist daher besonders wichtig. Dieses Verhalten wird als Jensens Ungleichheit bezeichnet (Jensen (1906)). Das Steinvolumen, das in Abbildung 5 dargestellt ist, ist sehr gross und dient nur der Illustration des nichtlinearen Effektes. Es gibt zwei Aspekte, die mit dieser Abbildung dargestellt werden sollen. Erstens, die Streuungen im Bereich von sehr grossen Steinvolumen sind gross (hier liegt das 95% Intervall ca. zwischen 2·10<sup>-3</sup> und 2·10<sup>-4</sup>). Dies bedeutet, dass das Wissen über Grossereignisse relativ gering ist. Zweitens soll verdeutlicht werden, dass die Berechnung der Funktion mit den Erwartungswerten der Parameter nicht dem Erwartungswert der Funktion entspricht. In der Praxis wird häufig nur mit den Erwartungswerten der Funktionen gerechnet, was zu abweichenden Ergebnissen führen kann.

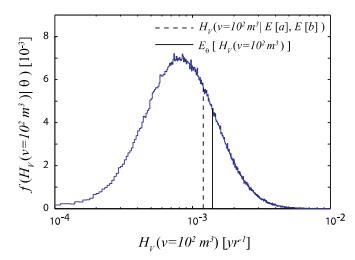


Abbildung 5: Verteilung der Überschreitungshäufigkeit für ein Steinschlagvolumen von  $10^2 \, \text{m}^3$ .

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des jährlichen maximalen Steinschlages kann unter Verwendung der Überschreitungshäufigkeit berechnet werden zu (vgl. auch Kapitel 5):

$$f_{V}(v) = -\frac{d}{dv}(1 - e^{-H_{V}(v)})$$
 (B.15)

## 3.2. Trajektorienmodell

Hat sich ein Stein vom Fels gelöst, so wird die Falltrajektorie hauptsächlich durch die Topographie, den Bewegungsmodus (freier Fall, rollen, springen oder rutschen) und den Charakteristiken der Oberfläche des Steines und des Bodens bestimmt. All diese Faktoren tragen zur Unsicherheit in der Vorhersage der Falltrajektorie bei. Bestehende numerische Steinschlagmodelle verwenden Monte-Carlo-Simulationen, um diese Unsicherheiten zu berücksichtigen (Guzzetti et al. (2002)).

Es existieren unterschiedlichste Modelle, die den Fallprozess des Steines beschreiben. Die Hauptunterschiede sind:

- Anzahl an Dimensionen (zwei und dreidimensionale Modelle)
- Modellierung des Steines
- Fall und Kontaktmodellierung

Die einfachsten Modelle repräsentieren den Stein durch eine Punktmasse. Die Geometrie des fallenden Steines wird dabei vernachlässigt. Andere Programme modellieren den Stein als Festkörper. Die Geometrie des Steines wird durch einfache, geometrische Körper, wie z.B. Zylinder, Sphären oder Quader abgebildet (z.B. Ettlin (2006)). Materialeigenschaften und die physikalischen Eigenschaften können dabei variieren.

Weitere Unterschiede in den Modellen ergeben sich durch die Modellierung des Kontakts und der Interaktion des Steines mit dem Boden (Dorren (2003)). Ein einfacher Ansatz ist die Verwendung von Restitutionskoeffizienten zur Bestimmung des Energieverlustes des Steines bei

#### Anhang B: Trajektorienmodell

Bodenkontakt (Stevens (1998)). Die Interaktion des Steines mit dem Boden ist der komplexeste Teil des Fallprozesses und mit grossen Unsicherheiten verbunden. Die Modellierung des Untergrundes kann die grosse Variabilität des Untergrundmaterials und die lokale Geometrie des Untergrundes an der Einschlagstelle nicht berücksichtigen.

Die Modellunsicherheiten, die als aleatorische Unsicherheiten angesehen werden können, müssen im Modell adäquat berücksichtigt werden. Epistemische Unsicherheiten sind im Modell durch die Modellparameter berücksichtigt (z.B. Robotham et al. (1995), Azzoni et al. (1995) und Chau et al. (2002) zur Bestimmung der Restitutionskoeffizienten). Zusätzliche epistemische Unsicherheiten ergeben sich durch Vereinfachungen in der Geometrie des Hanges. In vielen Anwendungen wird die Oberfläche über ein digitales Höhenmodell generiert. Um das gesamte Gelände zu beschreiben, wird zwischen den Höhenangaben im Höhenmodell linear interpoliert. Wird ein zweidimensionales Modell verwendet, so wird die Fläche zu einer Ebene.

Einige Programme lassen es zu, die Unsicherheiten in den Daten des digitalen Höhenmodells zu berücksichtigen. Die Linearisierung zwischen den Datenpunkten bleibt jedoch bestehen. Zur Illustration ist in Abbildung 6 das Ergebnis einer Trajektorienanalyse dargestellt. Aus Gründen der Darstellung handelt es sich dabei nicht um den Hang, der im Beispiel betrachtet wird.

Um den Fallprozess in diesem Beispiel zu beschreiben, wurde ein zweidimensionales Trajektorienmodell verwendet. Die verwendete Software RocFall (2001) modelliert den Stein als Punktmasse. Aufgrund dieser Vereinfachungen sind die Modellunsicherheiten entsprechend zu berücksichtigen.

Tabelle 3: Restitutionsfaktoren für unterschiedliche Oberflächen.

R $R_{\cdot \cdot}$ Oberfläche

 $\mu_{R_t}$  $\sigma_{\scriptscriptstyle R_n}$  $\sigma_{R_t}$  $\mu_{R_n}$ Kalkmergel bewachsen 0.271 0.05 0.596 0.05 Fester Kalkstein 0.315 0.05 0.712 0.05

0.303

0.04

0.613

Kalkmergel

Ein zweidimensionales Modell ist für dieses Beispiel hinreichend genau, da die Steinschlaggalerie zwei Tunnel miteinander verbindet und damit die räumliche Ausbreitung des Steinschlages in Richtung der Strasse vernachlässigt werden kann. Der Hang weist auf der gesamten Länge der Galerie eine einheitliche Charakteristik auf. Ein Querschnitt des betrachteten Hanges ist in Abbildung 2 dargestellt. Um die Unsicherheiten in der Geometrie des Hanges zu berücksichtigen, sind die x - und die y - Koordinaten des Hanges als normalverteilte Zufallsvariablen modelliert.

In Robotham et al. (1995) sind in-situ Steinschlagversuche beschrieben. Aus den Versuchen wurden die Mittelwerte und die Standardabweichung der Restitutionsfaktoren bestimmt. Die verwendeten Restitutionsfaktoren der unterschiedlichen Zonen innerhalb des Hanges sind in Tabelle 3 zusammengestellt.

Alle Eingangsparameter in der Software werden als normalverteilte Zufallsvariablen modelliert. Die Annahme, dass alle Eingangsparameter einer Normalverteilung folgen, ist programmbedingt. Eine Monte-Carlo-Simulation wird verwendet, um die Verteilung der Trajektorien, der Energie und der Geschwindigkeit zu bestimmen. Die Simulation wird für den gesamten Volumenbereich der Häufigkeitsverteilung durchgeführt. Das Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation ist die Verteilung der Aufprallenergie E auf der Galerie für gegebene Steinvolumen  $f_E(e|v)$ . Zusammen mit der Dichtefunktion des jährlichen maximalen Steinvolumens (Gleichung (B.15)) wird dadurch die Last repräsentiert, die auf das Tragwerk einwirkt.

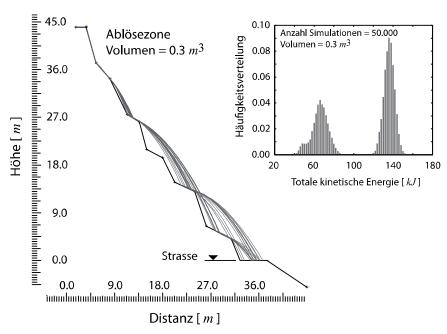


Abbildung 6: Darstellung eines Ergebnisses einer Trajektorienanalyse.

# 3.3. Modellierung der Aufpralllast

Die Betondecke der Galerie wird durch eine Sand-Kies-Schüttung geschützt. Diese Schutzschicht verhindert einen harten Stoss und vermindert die Energie, die in die Betondecke übertragen wird. Während des Aufpralls dissipiert die Schutzschicht einen Teil der Energie und verteilt die Last auf eine grössere Fläche. Ein harter Stoss generiert hochfrequente Wellen mit hohen Amplituden. Diese können lokal grosse Schäden verursachen. Bei dem weichen Stoss zwischen dem Stein und der Sand-Kies-Schüttung verformt sich die Schüttung plastisch.

Die Aufprallkraft infolge eines einzelnen Steinschlages ist in der ASTRA Richtlinie Einwirkungen infolge Steinschlag auf Schutzgalerien (ASTRA (1998)) definiert. Fallversuche und Berechnungen haben gezeigt, dass die Steifigkeit der üblichen Galerien kaum einen Einfluss auf den Stoss haben (Montani und Descoeudres (1996), Frey (1997), Jacquemoud (2007)). Daher ist es möglich, den Widerstand der Galerie getrennt vom Stoss zu berechnen. Der dynamische Effekt kann durch die folgende Approximation berechnet werden:

$$F_{E,dyn} = 2.8 \cdot c^{-0.5} \cdot R^{0.7} \cdot M_E^{0.4} \cdot \tan \varphi \cdot \left(\frac{m \cdot \varpi^2}{2}\right)^{0.6}$$
(B.16)

Hierin bezeichnet c die Dicke der Sand-Kies-Schüttung, R bezeichnet den idealisierten Radius des Steines und ist damit ein Mass des Volumens des Steines.  $M_E$  ist der statische E-Modul und  $\varphi$  der Reibungswinkel der Schüttung. Der Term in der Klammer entspricht der Aufprallenergie des Steines. Mit m ist die Masse des Steines bezeichnet und  $\varpi$  ist die vertikale Komponente der Geschwindigkeit des Steines zum Zeitpunkt des Aufpralls. Gleichung (B.16) kann umgeschrieben werden zu:

$$F_{E,dyn} = 2.8 \cdot c^{-0.5} \cdot \left( \sqrt[3]{\frac{3 \cdot v}{4\pi}} \right)^{0.7} \cdot M_E^{0.4} \cdot \tan \varphi \cdot (e)^{0.6}$$
(B.17)

Aus der dynamischen Last kann eine statische Ersatzlast durch die Multiplikation mit einem Konstruktionsbeiwert  $C_k$  berechnet werden:

$$F_{E,stat.} = F_{E,dyn} \cdot C_k \tag{B.18}$$

Die Konstante  $C_k$  berücksichtigt die dynamische Dämpfung eines Tragwerkes unter kurzzeitiger Belastung, die erhöhten dynamischen Materialfestigkeiten und die Versagensart der Galerie (sprödes oder duktiles Versagen).

Die statistischen Charakteristiken der Eingangsparameter sind in Tabelle 4 gegeben. Sowohl die Energie als auch das Volumen des Steines werden als Konstanten betrachtet. Über beide Grössen wird zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit integriert.

		Einheit	μ	$\sigma$	Verteilung
С	Schüttdicke	[ <i>m</i> ]	0.75	0.15	ND
$M_{\scriptscriptstyle E}$	Statischer E-Modul	[kPa]	30000	10000	ND
an arphi	Reibungswinkel	[-]	0.5773	0.05	ND
$C_{K}$	Konst. Koeffizient	[-]	1.2	0.3	ND
v	Volumen des Steines	$[m^3]$	Parar	neter	Konst.
e	Aufprallenergie	$\lceil kJ \rceil$	Parar	neter	Konst.

Tabelle 4: Statistische Charakteristiken zur Berechnung der Aufpralllast.

Die Exposition für die vorliegende Fragestellung ist damit vollständig modelliert. Die Unsicherheiten in diesem Modell werden in der Formulierung der Grenzzustandsfunktion berücksichtigt.

# 4. Modellierung der Verletzbarkeit

#### 4.1. Widerstandsmodell

Hier wird beispielhaft angenommen, dass das Durchstanzen des Steines durch die Galerie den einzig möglichen Versagenszustand darstellt. Andere Versagenszustände, wie z.B. Biegeversagen, können analog entwickelt werden. Im Folgenden wird ein einfaches Durchstanzmodell verwendet. Sind neuere Erkenntnisse oder andere Modelle verfügbar (wie z.B. Schellenberg und Vogel (2007)), können diese analog zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit verwendet werden. Da Modelle lediglich Abbildungen der Wirklichkeit sind, sind diese immer mit Unsicherheiten behaftet und können auch einen Bias enthalten. Bessere Modelle können sowohl dazu beitragen, die Unsicherheiten als auch den Bias in der Analyse zu reduzieren.

Wie in vielen bestehenden Galerien wurde keine Durchstanzbewehrung eingebaut. Daher wird hier ein physikalisches Modell zur Ermittlung des Durchstanzwiderstandes ohne Durchstanzbewehrung verwendet. Das Modell basiert auf Muttoni (2003a) und wird im Folgenden kurz vorgestellt.

Der Schubwiderstand  $V_{R,ct}$  kann mit der Schubfestigkeit des Betons  $\tau_R$ , der statischen Nutzhöhe d der Galeriedecke und dem kritischen Rundschnitt u berechnet werden:

$$V_{R,ct} = u \cdot \tau_R \cdot d \tag{B.19}$$

Der kritische Rundschnitt ist der Umfang, der die Lasteinleitungsstelle in einem Abstand von 0.5 d umgibt. Analog zu randgestützten Platten ist auch beim Durchstanzen die Übertragung von Querkräften durch Biegerisse beeinträchtigt. Die Verformungen konzentrieren sich in der Nähe des aufschlagenden Steines. Als massgebende Verformung kann daher die Plattenrotation  $\vartheta$  angesehen werden. Nach Muttoni und Schwarz (1991) ist die Rissbreite zum Produkt der Plattenrotation und der statischen Nutzhöhe korreliert. Diese Korrelation wird in der Bestimmung der bezogenen Schubfestigkeit ausgenutzt:

$$\tau_R = \frac{V_{R,ct}}{u \cdot d} = \frac{\tau_c}{0.4 + 0.125 \cdot \vartheta \cdot d \cdot k_{do}} \tag{B.20}$$

$$\tau_c = 0.3 \cdot \sqrt{f_c} \tag{B.21}$$

Der Faktor  $k_{dg}$  in Gleichung (B.20) berücksichtigt den Einfluss des Grösstkorns  $D_{max}$  im Zuschlag und wird berechnet über:

$$k_{dg} = \frac{48}{D_{\text{max}} + 16} \tag{B.22}$$

Nach Versuchsauswertungen von Muttoni (2003b) sind die Versuchsresultate erwartungstreu und der Variationskoeffizient beträgt 13%.

Für die praktische Bemessung ist die Ermittlung der Plattenrotation ungeeignet, da nichtlineare Berechnungen erforderlich sind. Ein linearer Zusammenhang zwischen Plattenrotation  $\vartheta$  und Krümmung  $\kappa$  kann unter der Annahme einer Konzentration der Rotation im Stützenbereich hergestellt werden:

$$\vartheta = r \cdot \kappa \tag{B.23}$$

Hierin bezeichnet r den Radius der plastifizierten Zone. Die Krümmungs-Dehnungs-Beziehung in tangentialer Richtung kann über das Verhältnis der Dehnung zur Grösse der Zugzone im Beton hergestellt werden. Der Faktor  $\beta$  berücksichtigt grössere Verformungen einer nicht isotropen Bewehrung. Bei orthogonal verlegten Bewehrungsstäben beträgt dieser Faktor 0.4. Die Krümmung berechnet sich zu:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_s}{(d-x) \cdot \beta} , \ \varepsilon_s = \frac{f_y}{E_s}$$
 (B.24)

In Gleichung (B.24) bezeichnet  $f_y$  die Streckgrenze und  $E_s$  den E-Modul des Bewehrungsstahls. Wie auch bei Bauteilen ohne Schubkraftbewehrung wird bei Platten als Vereinfachung die Höhe der Betondruckzone abgeschätzt. Nach Muttoni kann die Druckzonenhöhe bei Platten ohne Querkraftbewehrung mit 15% der statischen Nutzhöhe abgeschätzt werden. Unter der Annahme, dass der Betonstahl vollständig plastiziert, kann die Plattenrotation angegeben werden mit:

$$\vartheta = \frac{r}{0.85 \cdot d \cdot \beta} \cdot \frac{f_y}{E_s} = \frac{r}{0.34 \cdot d} \cdot \frac{f_y}{E_s}$$
(B.25)

Aus nichtlinearen FE-Berechnungen konnte eine Beziehung zwischen r und dem Produkt aus Momententraglastreserven mit der Stützweite L gefunden werden. Vereinfacht kann r wie folgt ermittelt werden:

$$r = 0.15 \cdot L \cdot \left(\frac{m_{0E}}{m_R}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Dabei ist  $m_{0E}$  ein Vergleichsmoment. Das Widerstandsmoment  $m_R$  ist der Biegewiderstand des aufnehmbaren Moments im Stützenbereich. Der Schubwiderstand  $V_{R,et}$  gegen Durchstanzen kann damit berechnet werden zu:

$$V_{R,ct} = \frac{0.3 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u \cdot d}{0.4 + \frac{0.125}{0.34} \cdot 0.15 \cdot L \cdot \left(\frac{m_{0E}}{m_R}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot k_{dg}}$$
(B.26)

Der kritische Rundschnitt u ist abhängig von der statischen Nutzhöhe der Betondecke d, der Grösse des Steines, der Eindringtiefe des Steines in die Sand-Kies-Schüttung auf der Galerie und dem Lastverteilungswinkel  $\psi$  des Schüttgutes. Der kritische Rundschnitt u berechnet sich zu:

$$u = 2\left(\sqrt[3]{\frac{3 \cdot v}{4\pi}} + \left(c - \left(\frac{2 \cdot c}{F_E}\right)\right) \cdot \tan(\psi) + \frac{1}{2} \cdot d\right) \cdot \pi$$
(B.27)

Der Widerstand der Galerie gegen Durchstanzen ist durch die Gleichungen (B.26) und (B.27) beschrieben. Die statistischen Charakteristiken des Durchstanzmodelles sind in Tabelle 5 gegeben.

		Einheit	μ	$\sigma$	Verteilung
$f_c$	Betondruckfestigkeit	[MPa]	35.56	4.35	LND
d	Statische Nutzhöhe	[ <i>cm</i> ]	36.0	2.0	ND
$f_{y}$	Streckgrenze Bewehrungsstahl	[MPa]	509.7	37.0	LND
L	Stützweite	[m]	0	4.5	UD
$ an \psi$	Lastverteilungswinkel	[-]	0.5773	0.05	ND
$E_s$	E-Modul Bewehrungsstahl	[MPa]	205000	-	Konst.
$m_{\scriptscriptstyle R}$	Widerstandsmoment	[kNm/m]	799	-	Konst.

Tabelle 5: Statistische Charakteristiken zur Berechnung des Widerstandes.

## 4.2. Zuverlässigkeitsanalyse

Die Zuverlässigkeit der Steinschlaggalerie gegenüber Durchstanzen kann unter Verwendung der Methoden zur Bestimmung der strukturellen Zuverlässigkeit berechnet werden (vgl. auch Kapitel 4). Dies erfordert die Formulierung der Grenzzustandsfunktion:

$$g(\mathbf{X}, e, v) = X_R \cdot V_{R,ct}(\mathbf{X}, e, v) - X_E \cdot F_{E,stat}(\mathbf{X}, e, v)$$
(B.28)

Tabelle 6: Zusammenstellung der Berücksichtigung der Modellunsicherheiten.

		Einheit	$\mu$	$\sigma$	Verteilung
$X_{\scriptscriptstyle E}$	Aufprallmodell	[-]	1	0.20	LND
$X_{R}$	Widerstandmodell	[-]	1	0.13	LND
$X_{_{Rartheta}}$	Plattenrotationsmodell	[-]	1	0.15	LND

Der Vektor  $\mathbf{X}$  enthält alle Zufallsvariablen, die für die Berechnung des Widerstandes und der Einwirkung notwendig sind. Die Zufallsvariablen  $X_E$  und  $X_R$  berücksichtigen die Unsicherheiten sowohl im Widerstandsmodell als auch im Einwirkungsmodell. Die Modellunsicherheiten und die angenommenen Verteilungen sind in Tabelle 6 gegeben. Da die Plattenrotation mit einem linearen Zusammenhang approximiert wurde, wurde für das Modell der Plattenrotation zusätzlich eine Modellunsicherheit  $X_{R\vartheta}$  berücksichtigt.

Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich zu:

$$P(F|e,v) = P(g(\mathbf{X},e,v) \le 0)$$
(B.29)

Die Versagenswahrscheinlichkeit wird zunächst für gegebene, deterministische Werte der Energie *E* und des Volumens *V* berechnet.

Da  $P(F|e,v) = P(R \le e|v) = F_R(e|v)$  gilt, kann die Verteilungsfunktion des Widerstandes der Galerie gegenüber Durchstanzen für gegebene Volumen damit berechnet werden zu:

$$f_R(e|v) = \frac{dP(F|e,v)}{de}$$
(B.30)

In Abbildung 7 ist die Verteilung des Widerstandes und der Einwirkung für gegebene Steinschlagvolumen gegeben. Da sich die dreidimensionalen Darstellung der Dichtefunktion der Einwirkung  $f_E(e,v)$  und des Widerstandes  $f_R(e,v)$  nicht gut lesen lässt, wurden zwei Verteilungen der Energie für gegebene Steinvolumen in Abbildung 7 dargestellt. Für diese Darstellung wurden Steinvolumen von  $0.5 \, m^3$  und  $15 \, m^3$  beispielhaft gewählt. Diese beiden Bereiche zeigen den Unterschied gut. Die Einwirkung nimmt bei steigendem Volumen zu und der Widerstand nimmt etwas ab. Da die Ergebnisse auf diese beiden Steinschlagvolumen bedingt sind, kann aus diesen Abbildungen nicht direkt die Versagenswahrscheinlichkeit für diese Steinvolumen bestimmt werden. Dazu ist die Kenntnis der marginalen Wahrscheinlichkeit notwendig.

Die marginale Wahrscheinlichkeit, dass das Steinvolumen grösser als  $0.5m^3$  ist, beträgt  $1-F_V\left(v=0.5m^3\right)=7.19\cdot 10^{-1}\ yr^{-1}$  und die marginale Wahrscheinlichkeit, dass das Steinvolumen grösser als  $15\,m^3$  ist, beträgt  $1-F_V\left(v=15\,m^3\right)=3.55\cdot 10^{-4}\ yr^{-1}$ .

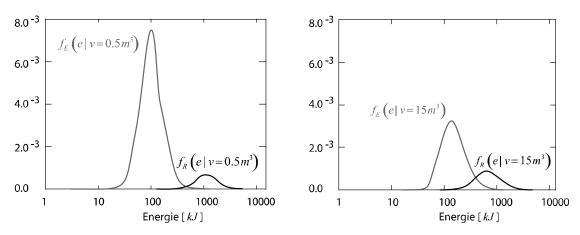


Abbildung 7: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der maximalen jährlichen Energie und der Widerstand für gegebene Steinvolumen ( $v = 0.5 \, \text{m}^3$  (links) und  $v = 15 \, \text{m}^3$  (rechts)).

Die grosse Varianz des Widerstandes reflektiert die grossen Unsicherheiten in der Modellierung. Die totale Versagenswahrscheinlichkeit P(F) wird über die Berechnung des Erwartungswertes der Versagenswahrscheinlichkeit berechnet:

$$P(F) = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} P(F|e,v) f_{E}(e|v) f_{V}(v) de dv$$
(B.31)

Für das Beispiel ergibt sich eine jährliche Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (B.31) von  $P(F) = 5.99 \cdot 10^{-3} \ yr^{-1}$ .

## 4.3. Berechnung des direkten Risikos

Ist die Verletzbarkeit bekannt, kann das direkte Risiko berechnet werden. Aufgrund der grossen Steinschlaghäufigkeit an dieser Stelle wird angenommen, dass die Galerie jährlich Instand gehalten wird. Dies beinhaltet die Räumung des Galeriedaches und gegebenenfalls die Auflockerung der Schutz-Schüttung. Diese Kosten sind jährliche Fixkosten und werden hier nicht weiter betrachtet. Versagt die Galerie, so entstehen Kosten für den Wiederaufbau der Galerie, sowie Räumungskosten, Sperrkosten und administrative Kosten. Anhaltspunkte für die Höhe der Kosten können z.B. VSS (2003) entnommen werden.

Die Erwartungswerte der hier verwendeten Kosten zur Berechnung des Risikos sind in Tabelle 7 zusammengestellt. Sie sind hier als Beispiel zu verstehen und müssen für reale Projekte ermittelt und gerechtfertigt werden. Zur Berechnung der Räumungskosten und des Wiederaufbaus der Galerie wurde angenommen, dass jeweils ein Segment der Galerie ersetzt wird. Ein Segment entspricht dabei dem Abstand zwischen zwei Stützen.

Tabelle 7: Erwartungswert der direkten Konsequenzen beim Versagen der Galerie.

	Einheitspreis	Gesamtpreis
Wiederaufbau	$2000~CHF/m^2$	187125 <i>CHF</i>
Räumungskosten	$50 CHF / m^2$	4678 <i>CHF</i>
Sperrkosten	3000 <i>CHF</i>	3000 <i>CHF</i>
Administrative Kosten	6000 <i>CHF</i>	6000 <i>CHF</i>

Das direkte Risiko berechnet sich damit zu:

$$R_{Dir} = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} P(F|e,v) f_{E}(e|v) f_{V}(v) de dv \cdot E[C_{D}] = 1202 CHF / yr$$
(B.32)

# 5. Modellierung der Robustheit

# 5.1. Berechnung des indirekten Risikos

Ein Mass für die Robustheit eines Systems sind die indirekten Konsequenzen. In diesem Beispiel werden keine Benutzerkosten berücksichtigt. Sie können jedoch, wie in Annex C gezeigt wird, mitberücksichtigt werden. Um das indirekte Risiko zu berechnen, wird ein Bayes'sches Netz verwendet (Abbildung 8).

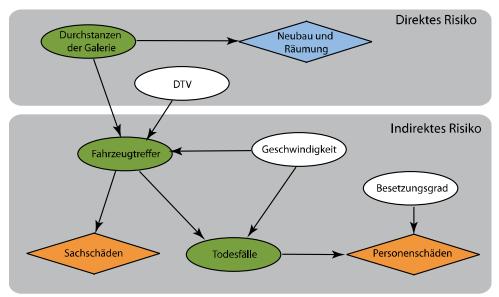


Abbildung 8: Bayes'sches Netz zur Berechnung des direkten und des indirekten Risikos.

Der Knoten Fahrzeugtreffer enthält drei Zustände: direkter Treffer, indirekter Treffer und kein Treffer. Als direkte Treffer werden Unfälle bezeichnet, bei denen die einstürzende Galerie und der Stein ein Fahrzeug direkt treffen.

Kann ein Fahrzeug nicht mehr bremsen und fährt auf den Stein und die Teile der Galerie auf, so wird dieser Unfall als indirekter Treffer bezeichnet. In diesen Fällen fällt der Stein, respektive Teile der Galerie, in den Anhalteweg des Fahrzeuges. Der Fahrzeugführer kann in diesen Fällen auch bei sofortiger Reaktion sein Fahrzeug nicht mehr unfallfrei zum stehen bringen. Bei indirekten und direkten Treffern liegt es nicht im Verantwortungsbereich des Fahrers, ob das Fahrzeug verunfallt oder nicht.

Die Trefferwahrscheinlichkeit hängt von der Verkehrsstärke (DTV) und der gefahrenen Geschwindigkeit ab. Die direkte Trefferwahrscheinlichkeit berechnet sich zu

$$p_{dir} = \min\left(\frac{DTV \cdot l_c}{24 \cdot v_m}, 1\right) \tag{B.33}$$

Mit  $l_c$  ist die Länge des Fahrzeuges bezeichnet.  $v_m$  bezeichnet die gefahrene Geschwindigkeit auf der Strecke. Indirekte Treffer werden analog zu Gleichung (B.33) berechnet:

$$p_{ind} = \min\left(\frac{DTV \cdot s_H}{24 \cdot v_m}, 1\right) \tag{B.34}$$

Der Anhalteweg  $s_H$  in Gleichung (B.34) kann vereinfacht über die Geschwindigkeit  $v_m$ , die Reaktionszeit t und die Bremsbeschleunigung  $a_{cc}$  ermittelt werden:

$$S_H = V_m \cdot t + \frac{V_m^2}{a_{cc}} \tag{B.35}$$

Die Differenzierung zwischen direkten und indirekten Treffern ist notwendig, da sich die Todesfallwahrscheinlichkeit in beiden Fällen unterscheidet. Während die Todesfallwahrscheinlichkeit

bei einem direkten Treffer infolge Galerieversagen mit 1 angenommen werden kann, ist die Todesfallwahrscheinlichkeit bei indirekten Treffern von der Aufprallgeschwindigkeit des Fahrzeuges abhängig (vgl. Kap. 5.2.2). Die Restgeschwindigkeit zum Zeitpunkt des Aufpralls wird über:

$$v_{res}\left(w, t, v_{m}, a_{cc}, s_{H}\right) = \begin{cases} v_{m} & w \leq t \cdot v_{m} \\ v_{m} - \sqrt{\left(w - t \cdot v_{m}\right) \cdot 2 \cdot a_{cc}} & t \cdot v_{m} < w \leq s_{H} \end{cases}$$
(B.36)

berechnet. w ist dabei der Abstand des Fahrzeuges zum Ereignisort. Es wird angenommen, dass dieser gleichverteilt ist. In Tabelle 8 sind die statistischen Charakteristiken zur Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeitstabellen des Bayes'schen Netzes gegeben. Die Abkürzungen der Verteilungsfunktionen ist analog zu Kapitel ZUFALLSVARIABLEN UND VERTEILUNGSFUNKTIONEN des Hauptteiles des Berichtes gewählt. Aufgrund der geringen Verkehrsbelastung ist der Zusammenhang zwischen gefahrener Geschwindigkeit und täglichem Verkehr hier nicht modelliert, kann aber über gängige Modelle berücksichtigt werden.

Einheit  $\sigma$ DTVDTV [Fzg/d]4000 1000 ND [km/h]Geschwindigkeit 80 20 LND  $V_m$ t Reaktionszeit [*s*] 1.5 0.3 LND  $a_{cc}$ Bremsbeschleunigung  $\lceil m/s^2 \rceil$ 2.25 LND [m]4.5 0.9 Fahrzeuglänge LND  $l_c$  $s_H/2$  $s_{H}/\sqrt{12}$ **Abstand** [m]UD w β [Pers.] Besetzungsgrad Binomial

Tabelle 8: Statistische Charakteristiken zur Berechnung des Risikos.

Die indirekten Konsequenzen, die in der Risikoanalyse verwendet werden, sind in Tabelle 9 gegeben.

Tabelle 9: Indirekte Konsequenzen.

Die Risikoberechnung mit dem Bayes'schen Netz ergibt ein indirektes Risiko von  $R_{Ind} = 1050 \ CHF \ / \ yr$ . Zusammen mit dem direkten Risiko ergibt sich ein totales Risiko von  $R_{Tot} = 2252 \ CHF \ / \ yr$ . Das indirekte Risiko liegt in diesem Fall in der gleichen Grössenordnung wie das direkte Risiko. Der Index der Systemrobustheit beträgt  $I_{Rob} = 0.53$ . Zur Nachrechnung sind die Marginalverteilungen der einzelnen Knoten des Bayes'schen Netzes in Abbildung 9 gegeben. Das Risiko ist in Tabelle 10 zusammengestellt.

Tabelle 10: Direktes, indirektes und totales Risiko infolge Steinschlag.

	Risiko
Direktes Risiko	1202 CHF yr <sup>-1</sup>
Indirektes Risiko	$1050CHFyr^{-1}$
Totales Risiko	$2252 \ CHF \ yr^{-1}$

	DTV [Fzg/d]	Ge	schwindigkeit [km/h]
3.50E-02	0 - 500	1.59E-15	0 - 10
1.65E-01	500 - 1000	1.59E-15	10 - 20
4.65E-01	1000 - 1500	1.59E-15	20 - 30
1.67E+00	1500 - 2000	3.40E-04	30 - 40
4.29E+00	2000 - 2500	1.10E-02	40 - 50
9.24E+00	2500 - 3000	7.66E-02	50 - 60
1.51E+01	3000 - 3500	1.94E-01	60 - 70
1.92E+01	3500 - 4000	2.60E-01	70 - 80
1.89E+01	4000 - 4500	2.17E-01	80 - 90
1.46E+01	4500 - 5000	1.32E-01	90 - 100
9.49E+00	5000 - 5500	6.63E-02	100 - 110
4.50E+00	5500 - 6000	2.83E-02	110 - 120
1.66E+00	6000 - 6500	1.04E-02	120 - 130
4.80E-01	6500 - 7000	3.70E-03	130 - 140
1.05E-01	7000 - 7500	1.17E-03	140 - 150
3.50E-02	7500 - 8000	3.00E-04	150 - 160
		1.00E-04	160 - 170
Fa	hrzeugbesetzung [Pers.]		Fahrzeugtreffer
7.70E+01	1	6.11E-03	direkt
1.78E+01	2	8.63E-02	indirekt
4.10E+00	3	9.99E+01	keiner
9.46E-01	4		
2.18E-01	5		
	Todesfälle		Versagen Galerie
1.96E-02	Ja	5.99E-01	Versagen
1.00E+02	Nein	9.94E-01	kein Versagen

Abbildung 9: Marginale Verteilungen in den einzelnen Knoten des Bayes'schen Netzes (Wahrscheinlichkeiten in [%]).

## 6. Risikobewertung und Risikoakzeptanz

Das berechnete Risiko kann direkt verwendet werden, um Risiken auf Streckenabschnitten zu aggregieren und Ressourcen zu allokieren, die das Risiko abdecken. Analog zu Schadensberechnungen von Versicherungen ist dieses Risiko als eine Art jährliche Prämie zu verstehen.

Ob das Risiko jedoch akzeptierbar ist, kann aus der reinen Risikoberechnung nicht beurteilt werden. Dafür ist eine Betrachtung der möglichen Massnahmen notwendig. Massnahmen können auf den Ebenen der Exposition, der Verletzbarkeit und der Robustheit durchgeführt werden. Auf der Ebene der Exposition beziehen sich alle Massnahmen auf die Verringerung der Steinschlaghäufigkeit und Intensität. Dies kann z.B. eine Vernagelung des Felsens, zusätzliche Netze oder Dämme beinhalten. Durch diese Massnahmen verringert sich die Versagenswahrscheinlichkeit der Galerie und damit auch das totale Risiko. Auf der Ebene der Verletzbarkeit der Galerie können sich Massnahmen z.B. auf die Verstärkung der Galeriedecke, aber auch auf die Reduktion der direkten Konsequenzen beziehen. Auch auf der Ebene der Robustheit können Massnahmen durchgeführt werden, die das Risiko reduzieren.

Eine Massnahme ist z.B. eine Veränderung der Geschwindigkeit durch eine Veränderung der signalisierten Geschwindigkeit. Diese Massnahme soll hier vertretend für alle anderen Massnahmen diskutiert werden.

Es wird angenommen, dass eine Änderung der signalisierten Geschwindigkeit zu einer Änderung der Verteilung der gefahrenen Geschwindigkeit führt. Die gefahrene Geschwindigkeit entspricht im Mittel der signalisierten Geschwindigkeit. Der Variationskoeffizient der gefahrenen Geschwindigkeit beträgt CoV = 0.2 und wird als lognormalverteilt angenommen.

Die Kosten der Massnahme  $C_y$  werden mit 300 [CHF yr<sup>-1</sup>] angenommen. Der Betrag ergibt sich durch die Kosten für eine neue Beschilderung dividiert durch die Anzahl der Jahre bis zur Erneuerung der Beschilderung. Sie ist unabhängig von der signalisierten Geschwindigkeit. Für eine Geschwindigkeit von 80 [km/h] entfallen diese Kosten, da die Beschilderung bereits besteht. Das Ergebnis der Risikoberechnung unter Verwendung des Bayes'schen Netzes ist in Abbildung 10 dargestellt.

Aus Abbildung 10 ergibt sich eine optimale signalisierte Geschwindigkeit von 50  $\lfloor km/h \rfloor$ . Das korrespondierende minimale Risiko beträgt  $R_{Tot,min} = 2137 \lfloor CHFyr^{-1} \rfloor$ . Der Ist-Zustand entspricht den Berechnungen, die zuvor durchgeführt worden sind und beträgt  $R_{Tot,act} = 2252 \lfloor CHFyr^{-1} \rfloor$ . Der Knick in Abbildung 10 bei 80  $\lfloor km/h \rfloor$  ergibt sich daraus, dass keine Kosten für den Austausch der Beschilderung entstehen.

Der Entscheidungsträger würde sich für eine neue Beschilderung entscheiden, da das Risiko  $R_{Tot,act} \ge R_{Tot,min}$  ist. Da diese Massnahme die Personensicherheit betrifft, muss zusätzlich geprüft werden, ob das Risiko gesellschaftlich auch akzeptabel ist. Dafür wird unter Verwendung des Bayes'schen Netzes für jede der signalisierten Geschwindigkeiten  $p_i$  der Erwartungswert der Todesfälle berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 11 dargestellt. Bei einer Erhöhung der Geschwindigkeit erhöht sich auch der Erwartungswert der Todesfälle  $N_{PE} k m(p_i)$ . Der Erwartungswert der Todesfälle berechnet sich aus der Eintretenswahrscheinlichkeit  $m(p_i)$  eines Ereig-

nisses, der Todesfallwahrscheinlichkeit k und der Anzahl der betroffenen Personen  $N_{PE}$ . All diese Faktoren sind im Bayes'schen Netz impliziert. Bei einer Geschwindigkeit von 50  $\lfloor km/h \rfloor$  ist nicht nur das Risiko minimal, sondern auch der Erwartungswert der Todesfälle. Dieser hat den grössten Einfluss auf das indirekte Risiko auf der Ebene der Robustheit.

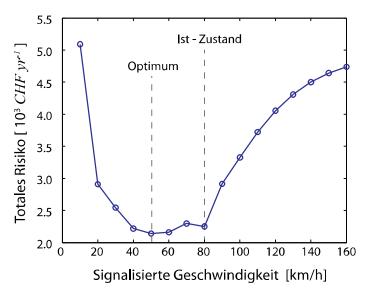


Abbildung 10: Totales Risiko infolge Steinschlag für unterschiedliche signalisierte Geschwindigkeiten.

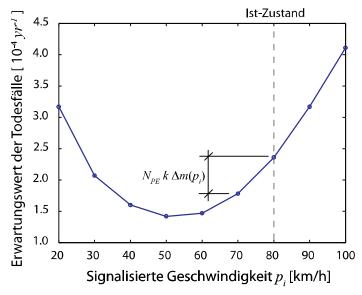


Abbildung 11: Erwartungswert der Todesfälle für die unterschiedlichen Massnahmen.

Das gesellschaftliche Akzeptanzkriterium für diskrete Handlungsalternativen kann angegeben werden zu:

$$0 \le -C_y(p_i) + \frac{g}{q} C_{\Delta, d=2\%, a} k N_{PE} \Delta m(p_i)$$
(B.37)

Die Eingangsparameter der Gleichung (B.37) sind in Tabelle 11 beschrieben (für Details siehe auch das Kapitel AKZEPTANZKRITERIEN im Haupteil des Berichtes)

Tabelle 11: Berech	ınungsparameter zur	Beurteilung d	er gesel	llschaftlicher	ı Akzeptanz.

Parameter	Beschreibung	Wert
$C_{y}(p_{i})$	Kosten der Massnahme	300 <i>CHF</i>
g	Anteil des BIP	35931 <i>CHF</i>
q	Parameter des LQI	0.175
$C_{\Delta,d=2\%,a}$	Demographische Konstante	18.9

Der Faktor  $k N_{PE} \Delta m(p_i)$  ergibt sich direkt aus der Änderung des Erwartungswertes der Todesfälle durch die Massnahme, wie aus Abbildung 11 zu entnehmen ist. Unter Verwendung von Gleichung (B.37) können die akzeptablen Handlungsalternativen direkt bestimmt werden.

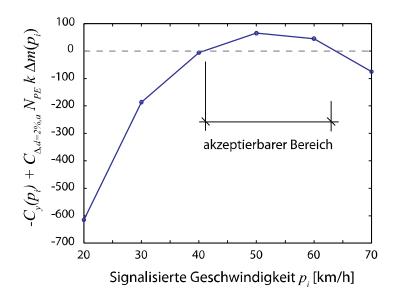


Abbildung 12: Festlegung des gesellschaftlich akzeptierbaren Bereiches.

Nach Abbildung 12 sind nur zwei Massnahmen akzeptabel, namentlich eine Reduktion der signalisierten Geschwindigkeit auf 50 [km/h] und auf 60 [km/h]. Auch wenn eine Reduktion der signalisierten Geschwindigkeit auf 70 [km/h] zu einer Verringerung des Erwartungswertes der Todesfälle führt, ist diese nicht ausreichend, um die Investition gesellschaftlich zu rechtfertigen.

Andere Massnahmen zur Risikoreduktion können analog zu den hier gezeigten Ausführungen beurteilt werden.

### Referenzen

- ASTRA (1998) Einwirkungen auf Steinschlagschutzgalerien. Eidgenössisches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation.
- Azzoni, A., La Barbera, G. & Zaninetti, A. (1995) Analysis and prediction of rockfalls using a mathematical model. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts*, 32, 709-724.
- Chau, K. T., Wong, R. H. C. & Wu, J. J. (2002) Coefficient of restitution and rotational motions of rockfall impacts. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39, 69-77.
- Dorren, L. K. A. (2003) A review of rockfall mechanics and modelling approaches. *Progress in Physical Geography*, 27, 69-87.
- Ettlin, A. (2006) Rigid body dynamics simulation for robot motion planning. Faculté des sciences et techniques de l'ingénieur. Lausanne, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Frey, R. P. (1997) Richtlinie ASTRA/SBB: Einwirkungen auf Steinschlagschutzgalerien. *Proceedings of the Autumn Meeting of the Swiss Society for Soil and Rock Mechanics*. Montreux, Switzerland.
- Guzzetti, F., Crosta, G., Detti, R. & Agliardi, F. (2002) STONE: a computer program for the three-dimensional simulation of rock-falls. *Computers & Geosciences*, 28, 1079-1093.
- Jacquemoud, J. (2007) Allgemeine Hinweise zum Anhang B des Bericht AGB2002/020. In: Schubert, M. Sion, Switzerland.
- Jensen, J. (1906) Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes. *Acta Mathematica*, 30, 175-193.
- Montani, S. & Descoeudres, F. (1996) Etude experiméntale de chute de bloc impactant une dalle en béton armé recouverte par des rnatériaux amortissants. Lausanne, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Muttoni, A. (2003a) Einführung in die Norm SIA 262. Zürich, Switzerland, Swiss Society of Engineers and Architects SIA.
- Muttoni, A. (2003b) Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung. Beton- und Stahlbetonbau, 98, 74-84.
- Muttoni, A. & Schwarz, J. (1991) Behaviour of beams and punching in slabs without shear reinforcement. *Proceedings of the LABSE Colloquium.* Stuttgart, Germany.
- Robotham, M. E., Wang, H. & Walton, G. (1995) Assessment of Risk from Rockfall from Active and Abandoned Quarry Slopes. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy Section a-Mining Industry*, 104, A25-a33.
- RocFall (2001) Statistical rock fall analysis software. V.4.02 ed. Toronto, Canada, Rockscience Incorpera-
- Schellenberg, K. & Vogel, T. (2007) Tests and analytical model of rockfall impacts on galleries. *Protect2007, First International Workshop on Performance, Protection & Strengthening of Structures under Extreme Loading.* Whistler, Canada.
- Schneider, T. R. (1984) Ausbau Axenstrasse Geologische Grundlagen. In: Schneider, G. B. Altdorf, Kantonales Baudepartement Schwyz und Uri.
- Stevens, W. (1998) RocFall: a tool for probabilistic analysis, design of remedial measures and prediction of rockfalls. *Department of Civil Engineering*. Toronto, University of Toronto. Ontario, Canada.
- VSS (2003) Erhaltungsmanagement; Grundlagen zur Kostenberechnung im Erhaltungsmanagement. Schweizerischer Verband der Strassen- und Verkehrsfachleute.

# Anhang C: Ermittlung des Risikos infolge Anpralls und Robustheitsuntersuchungen an einer V-Stiel-Brücke

1.	EIN	LEITUNG	
	1.1.	Problemstellung	2
	1.1.	PROBLEMSTELLUNG	
2.	МО	DDELLIERUNG DER EXPOSITION	5
	2.1.	Anprall	5
3.	NAC	DDELLIERUNG DER VERLETZBARKEIT	
3.	IVIC	DELLIERUNG DER VERLETZBARKETT	
	3.1.	Widerstandsmodell	6
	3.2.	Berechnung des direkten Risikos	8
4.	МО	DELLIERUNG DER ROBUSTHEIT	g
	4.1.	Versagensmodell	g
	4.2.	Berechnung des indirekten Risikos	10
5.	ERG	GEBNISSE UND DISKUSSION	12
	5.1.	EINFLUSS DER EXPOSITION AUF DAS RISIKO	12
	5.2.	EINFLUSS DER VERLETZBARKEIT AUF DAS RISIKO	13
	5.3.	EINFLUSS DER ROBUSTHEIT AUF DAS RISIKO	15
	5.4.	EINFLUSS DER BENUTZERKOSTEN AUF DAS RISIKO	16
6.	SCF	HLUSSFOLGERUNGEN	17
DI	EEDENI	7EN	24

## 1. Einleitung

In Anhang B wurde ein leicht nachvollziehbares Beispiel sowohl zur Modellierung der aussergewöhnlichen Einwirkungen als auch zum Einsatz Bayes'scher Netze vorgestellt. Die Zuverlässigkeit des Bauwerkes wurde explizit berechnet. Dieses Beispiel dient der Illustration einer generischen Risikoanalyse, die es erlaubt, orts- und objektspezifische Charakteristiken zu berücksichtigen und so die Risikoanalyse direkt für Bauwerke gleichen Typs durchzuführen. Die Darstellung dieser Aspekte sowie Aspekte, die die Beurteilung der Robustheit von Systemen betreffen, steht hier im Vordergrund.

Es wird darauf hingewiesen, dass die Verwendung Bayes'scher Netze nur ein Werkzeug darstellt, um das Risiko zu berechnen. Hier wird die Software Hugin (2006) verwendet. Andere Programme wie z.B. GeNIe&Smile (2006) können auch eingesetzt werden. Die Berechnungen können selbstverständlich auch ohne dieses Werkzeug numerisch, z.B. mit The MathWorks (2006) durchgeführt werden.

## 1.1. Problemstellung

V-Stiel-Brücken wurden als Standardprojekte zur Überführung von Autobahnen in der Schweiz hauptsächlich in den 60er bis 80er Jahren des letzten Jahrhunderts eingesetzt (Eidgenössisches Departement des Innern (1972)). Untersuchungen an diesem Brückentyp wurden aufgrund ihrer grossen Relevanz von verschiedenen Forschern und Büros in den letzten Jahren untersucht (z.B. Stempfle und Vogel (2005) und Frey & Associés (1994)).

Nach KUBA (1999) zählt der Gesamtbestand an Brücken mit Sprengwerk in der Schweiz 273. Ein Grossteil hiervon sind V-Stiel-Brücken. Ungefähr 70% des Bestandes dieser Brücken wurde in der oben genannten Periode erstellt. Es werden verschiedene Typen dieser Brücken unterschieden. Der grösste Anteil der Brücken wurde aus Fertigteilen erstellt. Die Brücken bestehen aus drei bis vier Längsträgern. Je nach Brückentyp werden unterschiedliche Querschnitte verwendet, z.B. betonierte I-Profile und Hohlkastenquerschnitte. Der häufigste Typ ist ein Hohlkastenträger mit einer Stegbreite von 16cm und einer Kastenbreite am Boden des Hohlkastens von 90–96 cm. Die Stärke der Bodenplatte beträgt 12 cm. Der obere Flansch hat eine Stärke von 16cm und eine Breite von 2.8m. Dieser Querschnittstyp wird in diesem Beispiel verwendet. Die Längsträger bestehen im Normalfall aus vier Elementen, die durch Spannglieder zusammengespannt werden. In Abbildung 1 ist der Längsschnitt der in diesem Beispiel betrachteten Brücke dargestellt. Die Drückstützen ( $\overline{BF}$  und  $\overline{DG}$  in Abbildung 1) sind mit Verankerungsschrauben an den Längsträgern angeschlossen. Die Zugstützen ( $\overline{AF}$  und  $\overline{EG}$  in Abbildung 1) liegen im Erdreich.

Die betrachtete Brücke hat eine Hauptspannweite von 27.46 m. Nach Stempfle und Vogel (2005) haben 40% aller V-Stiel-Brücken eine Hauptspannweite von 25–30 m. Der betrachtete Typ kann daher als repräsentativ für eine Grosszahl der V-Stiel-Brücken in der Schweiz dienen. Auf die Modellierung und Implementierung eines vollständig generischen Modells, das alle Konfigurationen dieses Brückentyps berücksichtigen kann, wird später eingegangen. Dieser Brückentyp wurde unter Verwendung der SIA162:1968 bemessen.

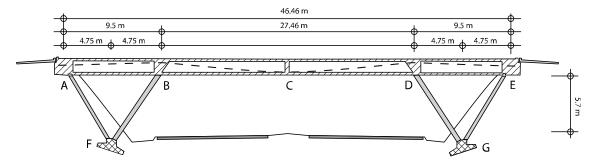


Abbildung 1: Längsschnitt der betrachteten V-Stiel Brücke.

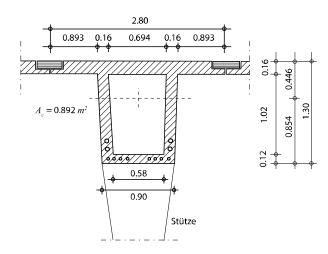


Abbildung 2: Querschnitt des Brückenträgers, Masse in [m].

Ein Risk-Screenig war der Auslöser für die Bestimmung des Risikos infolge Anpralls für diesen Brückentyp. Die Stützen der Brücke sind, wenn keine Leiteinrichtung vorhanden ist, besonders durch Fahrzeuganprall gefährdet. Zudem wurden die Stützen nicht auf Anprall bemessen. Ein Anprallschutz der Stütze, z.B. in Form einer Leiteinrichtugen, ist an dieser Brücke nicht vorhanden.

Als Werkzeug für die Risikoermittlung wurde ein Bayes'sches Netz verwendet. Das gesamte Netz ist in Abbildung 18 gegeben. Konzeptionell kann das Netz zweigeteilt werden, der eine Teil berücksichtigt Indikatoren, die die Autobahn beschreibt. Der andere Teil enthält Indikatoren, die die Überführung beschreiben. Die grau hinterlegten Wahrscheinlichkeitsknoten sind Knoten, in denen ortsspezifische Informationen berücksichtigt werden können. Unter Berücksichtigung dieser Informationen werden die Wahrscheinlichkeitstabellen der weiss hinterlegten Wahrscheinlichkeitsknoten berechnet. Zur Berechnung werden, je nach Knoten, Monte-Carlo-Simulationen oder FORM verwendet.

Die weiss hinterlegten Nutzenknoten beinhalten direkte Konsequenzen und tragen nur zum direkten Risiko bei. Die grau hinterlegten Nutzenknoten tragen nur zum indirekten Risiko bei. Die Beschreibung der einzelnen Knoten und der bedingten Wahrscheinlichkeitstafeln ist in Tabelle 4 bis Tabelle 7 gegeben. Im Folgenden wird kurz auf einige Aspekte der Modellierung eingegangen.

# 2. Modellierung der Exposition

## 2.1. Anprall

Die Anprallkraft wird mit dem Modell berechnet, das in Kapitel 5 vorgestellt wurde. Die Modellierung folgt dabei dem Anprallvorgang. Zunächst verlässt ein Fahrzeug mit einer bestimmten Geschwindigkeit die Strasse (Knoten *Unfall*). Dieser Knoten wurde unter Verwendung von typischen Unfallraten auf Autobahnen in Abhängigkeit der Geschwindigkeit und des DTV berechnet.

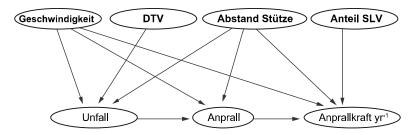


Abbildung 3: Teilnetz zur Modellierung der Anprallkraft.

Der Knoten *Unfall* ist auch abhängig vom Abstand der Stütze, da sich mit einer Veränderung des Abstandes auch die Länge des für den Anprall relevanten Streckenabschnitts der Strasse verändert. Der Knoten *Unfall* wurde hier vereinfacht modelliert. Hier besteht Potential, diesen Knoten unter Verwendung von Streckencharakteristiken zu beschreiben und mit vorhandenen Daten zu aktualisieren. Dies kann analog zu dem Modell geschehen, das in Kapitel 5 für die Unfallhäufigkeit in Tunneln vorgestellt ist.

Nicht jeder Unfall führt auch zu einem Anprall. Dies wird im Knoten *Anprall* berücksichtigt. Der Knoten *Anprallkraft* beinhaltet die bedingte Wahrscheinlichkeitsmassenverteilung für die Anprallkraft. Sie ist in Abbildung 4 dargestellt.

Deutlich erkennbar ist, dass bei steigender signalisierter Geschwindigkeit  $v_0$  die Wahrscheinlichkeit für eine hohe Anpralllast steigt. Die Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion für sehr kleine Lasten zeigt geringere Werte bei höherer Geschwindigkeit. Dies bedeutet, dass je höher die signalisierte Geschwindigkeit auf der Autobahn ist, desto höher ist auch die Wahrscheinlichkeit, hohe Anpralllasten zu haben. Dadurch sinkt die Wahrscheinlichkeit für geringe Lasten deutlich (vgl. Balken bei einer Anprallkraft von  $0-50\,KN$  in Abbildung 4). Durch die unterschiedlichen Fahrzeugklassen ist die Verteilung multimodal. Bei  $v_0=80\,km/h$  in Abbildung 4 ist eine deutlich höhere Spitze der Verteilung bei geringen Anpralllasten zu sehen als bei höheren Geschwindigkeiten.

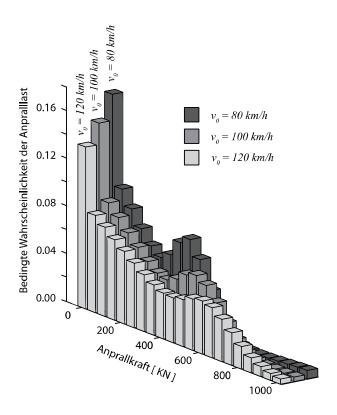


Abbildung 4: Wahrscheinlichkeitsmassenverteilung der Anprallkraft im Bereich von 0–1000 kN für einen Abstand der Stütze von 4.00 m und einem Anteil des Schwerlastverkehrs von 20%.

## 3. Modellierung der Verletzbarkeit

#### 3.1. Widerstandsmodell

Die Stütze wird als zweiseitig gelenkig gelagerter Balken betrachtet. Im unteren Drittel hat die Stütze einen quadratischen Querschnitt mit einer Kantenlänge von  $40\,cm$ . Im oberen Bereich hat die Stütze einen rechteckigen Querschnitt mit den Massen  $40\times90\,cm$ . Im Querschnitt sind 16 Bewehrungsstäbe mit einem Durchmesser von  $22\,mm$  eingebaut. Die Bewehrungsfläche beträgt  $A_s = 60.82\,cm^2$ . Der Durchmesser der Querbewehrung (Bügel) beträgt  $10\,mm$ , die Bügel sind alle  $25\,cm$  angeordnet. Der Bewehrungsstahl gehört zur Stahlgruppe III a) . Es wurde ein Beton der Klasse BH mit einer Zementmenge von  $300\,kg/m^3$  verwendet. Die Grenzzustandsfunktion berücksichtigt die Momenten-Normalkraft-Interaktion unter Berücksichtigung der Anprallhöhe. Die Normalkraft in der Stütze berechnet sich aus der Eigenlast der Brücke sowie der Verkehrslast. Da der Anprall ein random-point-in-time Ereignis darstellt, sind die Verkehrslasten auch als random-point-in-time Belastung berücksichtigt.

Allgemein kann die bedingte Versagenswahrscheinlichkeit im Bayes'schen Netz berechnet werden zu:

$$g(\mathbf{X}, F_{norm}, F_{imp}) = X_R \cdot F_{res}(\mathbf{X}, F_{norm}) - X_E \cdot F_{imp}$$
(C.1)

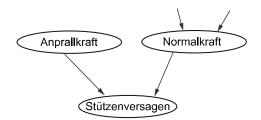


Abbildung 5: Teilnetz zur Modellierung des Stützenversagens.

Der Vektor X beinhaltet alle Zufallsvariablen, die zur Berechnung des Widerstandes notwendig sind. Die Berechnungen sind bedingt auf die Anprallkraft  $F_{imp}$  und die Normalkraft  $F_{norm}$  in der Stütze. Diese Grössen werden nicht als Zufallsvariablen in der Grenzzustandsfunktion berücksichtigt. Die Integration über diese Grössen erfolgt im Bayes'schen Netz. Mit  $F_{res}$  ist die Kraft bezeichnet, die der Querschnitt unter der gegebenen Belastung aufnehmen kann.

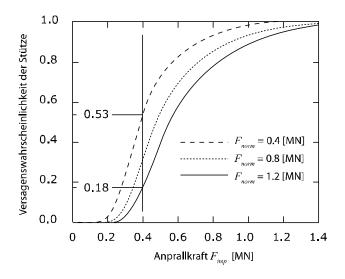


Abbildung 6 : Verletzbarkeitskurven der Stütze unter verschiedenen Belastungsbedingungen.

Für eine gegebene Anprallkraft  $F_{imp}$  und für eine gegebene Normalkraft in der Stütze  $F_{norm}$  kann unter Verwendung der Grenzzustandsfunktion die Versagenswahrscheinlichkeit berechnet werden (vgl. auch Kapitel METHODEN ZUR BERECHNUNG DER ZUVERLÄSSIGKEIT im Hauptteil des Berichtes). Damit lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit der Stütze in Abhängigkeit von der Anprallkraft und der Normalkraft in der Stütze darstellen. Diese Darstellung entspricht den Verletzbarkeitskurven, die in Abbildung 6 dargestellt sind. Auf der x-Achse ist die Anprallkraft des Fahrzeuges auf die Stütze dargestellt und auf der y-Achse ist die Versagenswahrscheinlichkeit aufgetragen. Die verschiedenen Kurven ergeben sich durch die unterschiedliche Normalkraft in der Stütze. Der positive Effekt einer erhöhten Normalkraftbelastung in der Stütze spiegelt sich in der Verschiebung der Verletzbarkeitskurve wider. Bei einer Anprallkraft von  $F_{imp} = 0.4 \, [MN]$  und einer Normalkraft in der Stütze von  $F_{norm} = 1.2 \, [MN]$  ergibt sich so eine Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_{f,s} \, \left[ \, g\left( \mathbf{X} \right) \leq 0 \, | \, F_{norm} = 1.2 \, F_{imp} = 0.4 \, \right] = 0.18$ . Bei einer geringeren Normalkraft in der Stütze erhöht sich die Versagenswahrscheinlichkeit. Bei gleicher Anprallkraft und einer Normalkraft von  $F_{norm} = 0.4 \, [MN]$  beträgt die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_{f,s} \, \left[ \, g\left( \mathbf{X} \right) \leq 0 \, | \, F_{norm} = 0.4 \, F_{imp} = 0.4 \, \right] = 0.53 \, [yr^{-1}]$ . Diese Kurven sind im Knoten Stützenversagen ent-

halten. Die Versagenswahrscheinlichkeiten in Abbildung 6 sind darauf bedingt, dass die Kombination von Anprallkraft und Normalkraft in der Stütze auftreten.

Unter Verwendung des Bayes'schen Netzes kann die marginale Versagenswahrscheinlichkeit berechnet werden. Die (unbedingte) Versagenswahrscheinlichkeit in diesem Beispiel beträgt  $P_{f,s} \lceil g(\mathbf{X}) \le 0 \rceil = 6.4 \cdot 10^{-4} \lceil yr^{-1} \rceil$ . Dies entspricht einem Zuverlässigkeitsindex von  $\beta_s = 3.22$ .

## 3.2. Berechnung des direkten Risikos

Nach einem Anprall muss die Stütze in jedem Fall überprüft werden. Der Grad der Schädigung hängt von der Anprallast ab. Ist die Anprallkraft gering, so kann eine Überprüfung ausreichend sein und keine weiteren Massnahmen sind erforderlich. Ist der Schaden grösser, so sind in der Regel Instandsetzungsarbeiten notwendig. Die Konsequenzen im Knoten Instandsetzungskosten enthalten auch alle administrativen Kosten, die für die Planung und Durchführung einer Instandsetzung notwendig sind. Auch Räumungskosten und Einsatzkosten sind darin berücksichtigt. Ein Versagen der Stütze bzw. ein grosser Schaden führt zu einem vollständigen Austausch der Stütze und zu den damit verbundenen direkten Konsequenzen mit allen notwendigen Hilfskonstruktionen. Die geschätzten Konsequenzen sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Zum direkten Risiko tragen desweiteren auch eventuelle Todesfälle im Unfallfahrzeug bei. Die Todesfallwahrscheinlichkeit beim Anprall wurde mit dem modifizierten Ansatz von Evans (1994) über die Restgeschwindigkeit zum Zeitpunkt des Anpralls ermittelt (vgl. auch Kap. 5). Die Konsequenzen aus dem Todesfall ergeben sich über den LQI (vgl. auch Kapitel 9).

Die Berechnungen ergeben für die Brücke ein jährliches direktes Risiko für einen Anprall von  $R_{Dir}$  = 1424 *CHF* / yr. Alle Konsequenzen sind hier beispielhaft angenommen und können nicht als Referenz für andere Problemstellungen dienen. Für reale Projekte sind diese Kosten detailliert zu ermitteln und zu dokumentieren.

Tabelle 1: Direkte Konsequenzen beim Versagen der Stütze in Abhängigkeit des Schädigungsgrades.

	Geringer Schaden	Mittlerer Schaden	Grosser Schaden
Instandsetzung	4600 <i>CHF</i>	12000 <i>CHF</i>	27000 <i>CHF</i>
Administration / Gutachten	6500 CHF	9500 <i>CHF</i>	17000 <i>CHF</i>
Baustelleneinrichtung / Hilfskonstruktionen	3500 <i>CHF</i>	8500 <i>CHF</i>	20000 CHF

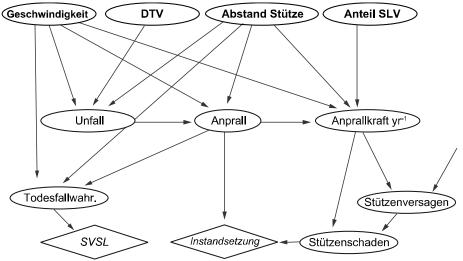


Abbildung 7: Teilnetz zur Berechnung des direkten Risikos.

## 4. Modellierung der Robustheit

## 4.1. Versagensmodell

Versagt die Stütze, ändert sich das gesamte statische System der Brücke. Beim Ausfall der Stütze in Punkt *B* (vgl. Abbildung 1) ändert sich das Vorzeichen des Biegemomentes an diesem Punkt, und die Vorspannung wirkt an diesem Umlenkpunkt als Belastung auf die Brücke. Die Verkehrslasten haben auf die Versagenswahrscheinlichkeit der Stütze einen positiven Effekt, auf die Versagenswahrscheinlichkeit der Brücke jedoch einen negativen Effekt. Dieser Effekt wird bei der Versagenswahrscheinlichkeit berücksichtigt. Nicht explizit berücksichtigt ist der dynamische Effekt auf die Brücke zum Zeitpunkt des Versagens der Stütze. Er wird mit einer statischen Ersatzlast approximiert, die 50% der Normalkraft in der Stütze beträgt (Stempfle und Vogel (2005), Zoli und Woodward (2005)).

Da die Momentenbelastung über der Stütze maximal ist, ist dieser Querschnitt der Brücke für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit massgebend. Die Grenzzustandsfunktion wird für diese Stelle formuliert.

In der Grenzzustandsfunktion ist berücksichtigt:

- die Eigenlasten
- die Belastungssituation durch die Verkehrslasten zum Zeitpunkt des Ausfalls der Stütze (random-point-in-time Belastung)
- eine lognormalverteilte Modellunsicherheit auf der Widerstandsseite mit einem Mittelwert von 1 und einer Standardabweichung von 0.15
- eine lognormalverteilte Modellunsicherheit auf der Einwirkungsseite mit einem Mittelwert von 1 und einer Standardabweichung von 0.2.

Auf der Einwirkungsseite ist die Modellunsicherheit grösser, insbesondere durch die Approximation des dynamischen Effekts durch den Ausfall der Stütze.

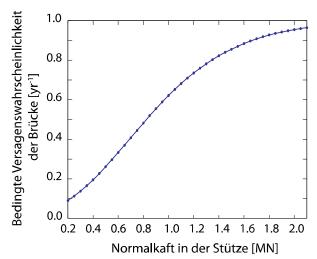


Abbildung 8 : Bedingte Versagenswahrscheinlichkeit der Brücke in Abhängigkeit von der Normalkraft in der Stütze.

In Abbildung 8 ist die Versagenswahrscheinlichkeit, die im Knoten *Brückenversagen* enthalten ist, in Abhängigkeit von der Normalkraft in der Stütze zum Zeitpunkt des Versagens dargestellt. Die Normalkraft hängt dabei von der *random-point-in-time* Belastung der Brücke ab.

Das Bayes'sche Netz liefert eine marginale jährliche Versagenswahrscheinlichkeit der Brücke von  $P_{f,b} = 2.7 \, 10^{-4} [yr^{-1}]$ . Dies entspricht einem Zuverlässigkeitsindex von  $\beta_b = 3.46$ . Vergleicht man die jährliche Versagenswahrscheinlichkeit der Stütze mit der jährlichen Versagenswahrscheinlichkeit der Brücke, so kann gefolgert werden, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.42 einem Versagen der Stütze auch ein Versagen der Brücke folgt.

# 4.2. Berechnung des indirekten Risikos

Ist das Brückenversagen bekannt, kann das indirekte Risiko berechnet werden (vgl. Abbildung 18). Einen Beitrag zum indirekten Risiko leisten die Kosten zur Räumung und zum Wiederaufbau der Brücke inklusive der administrativen Kosten, Todesfälle auf der Überführung, Todesfälle auf der Autobahn sowie Benutzerkosten und Betriebskosten, die den Verkehrsteilnehmern durch die Umfahrung der Autobahn während einer Sperrung entstehen. Die Kosten wurden ermittelt unter Verwendung der VSS (2003).

Die im Knoten Räumungskosten enthalten auch die Kosten für die Wiederherstellung des Strassenbelages auf der Autobahn. Daher wird der Nutzenknoten in Abhängigkeit der Strassenschädigung modelliert. Eine schwere Schädigung entspricht einem völligen Austausch des Fahrbahnbelages auf der Autobahn. Es wird angenommen, dass eine leichte Schädigung der Strassen Räumungskosten von insgesamt 45·10<sup>3</sup> CHF verursachen, eine mittlere Schädigung Kosten von 97·10<sup>3</sup> CHF und eine schwere Schädigung Kosten von 125·10<sup>3</sup> CHF verursachen. Die Neubaukosten des Segmentes der Brücke, das durch den Anprall versagt, wird mit 3'558·10<sup>3</sup> CHF angenommen. In Fällen, in denen die Brücke oder die Autobahn gesperrt werden muss, fallen Benutzerkosten durch Umleitung des Verkehrs an. Die Benutzerkosten sind abhängig von der Umleitungslänge

und der Geschwindigkeit, die auf dem Umweg gefahren werden kann. Um diese Konsequenzen abbilden zu können, ist es notwendig, die V-Stiel-Brücke in das Strassensystem einzubinden und die Umfahrungslänge und die Umfahrungsgeschwindigkeit bedingt auf eine Sperrung zu ermitteln. Dies kann z.B. mit dem nationalen Verkehrsmodell des UVEK geschehen. Einfachere Ansätze wie z.B. Routenplaner können auch zum Einsatz kommen, um die Verteilung der Umfahrungslänge an den spezifischen Stellen zu ermitteln. Der Stundenansatz und die Betriebskosten der Fahrzeuge sind getrennt für SLV und für den Individualverkehr berechnet. Die Kosten sind der VSS (2003) entnommen. Die hier für dieses Beispiel angenommene Verteilung der Umfahrungslänge, die im Knoten enthalten ist, ist in Abbildung 9 dargestellt.

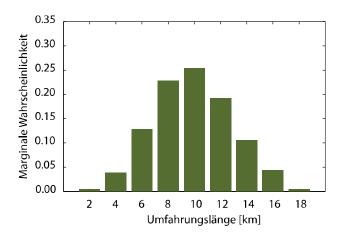


Abbildung 9 : Verteilung der Umfahrungslänge für das gesperrte Autobahnstück.

Bei der Umfahrungsgeschwindigkeit ist eine Abhängigkeit von Umfahrungslänge und Umfahrungsgeschwindigkeit berücksichtigt. Je geringer die Umfahrungslänge, desto geringer ist auch die mittlere Geschwindigkeit auf dem Umfahrungsstück. Da hier keine Studie über diesen Zusammenhang vorliegt und auch kein Verkehrsmodell zur Berechnung eingesetzt wird, ist dieser Zusammenhang geschätzt. Zusammen mit der Verteilung der Umfahrungslänge ergibt sich die marginale Verteilung der Umfahrungsgeschwindigkeit. Sie ist in Abbildung 10 dargestellt.

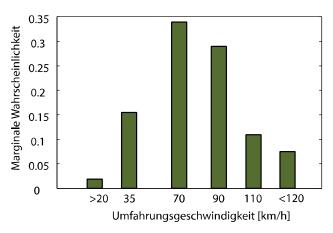


Abbildung 10 : Marginale Verteilung der Umfahrungsgeschwindigkeit für das gesperrte Autobahnstück.

Mit diesen Verteilungen kann das indirekte Risiko unter Verwendung des Bayes'schen Netzes berechnet werden zu  $R_{Ind}$  = 4578 CHF / yr. Die indirekten Konsequenzen sind um den Faktor 3.2 grösser als die direkten Konsequenzen. Dies entspricht einem Robustheitsindex  $I_{Rob}$  = 0.24. Den

grössten Anteil am Gesamtrisiko stellen die indirekten Risiken dar. Das totale jährliche Risiko für die Brücke infolge Anpralls beträgt für dieses Beispiel  $R_{Tot} = 6001 \ CHF \ / \ yr$ . Das Risiko und die Beiträge zum Risiko sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2: Direktes, indirektes und totales Risiko infolge Anpralls.

	Risiko
Direktes Risiko	1424 <i>CHF</i> yr <sup>-1</sup>
Indirektes Risiko	$4577  CHF  yr^{-1}$
Totales Risiko	$6001~CHF~yr^{-1}$

# 5. Ergebnisse und Diskussion

Die Höhe des Risikos wird von verschiedenen Einflüssen bestimmt. Diese Einflüsse geben auch Hinweise auf etwaige Massnahmen, die durchgeführt werden können. Wie diese Massnahmen bewertet werden können und wie die optimale Massnahme identifiziert wird, wurde im Anhang B beispielhaft vorgestellt. Hier wird auf den Einfluss der einzelnen Parameter fokussiert und einen Hinweis auf deren Einfluss gegeben. Dabei werden sowohl Tragwerkscharakteristiken als auch Charakteristiken des Systems betrachtet. Die im Folgenden gezeigten Ergebnisse werden alle unter Verwendung des Bayes'schen Netzes berechnet. Dabei wird entweder Evidenz in den Zuständen der Knoten eingefügt oder die bedingten Wahrscheinlichkeitstabellen in den Knoten neu berechnet.

# 5.1. Einfluss der Exposition auf das Risiko

Aus Abbildung 4 wird der Einfluss der signalisierten Geschwindigkeit auf die Anprallkraft gezeigt. In Tabelle 3 sind die verschiedenen Beiträge des Risikos bedingt auf unterschiedliche signalisierte Geschwindigkeiten dargestellt.

Tabelle 3: Direktes, indirektes und totales Risiko bedingt auf unterschiedliche signalisierte Geschwindigkeiten  $v_0$ .

	direktes Risiko	indirektes Risiko	totales Risiko
$v_0 = 80[km/h]$	688 <i>CHF</i> yr <sup>-1</sup>	3848 <i>CHF</i> yr <sup>-1</sup>	4516 <i>CHF</i> yr <sup>-1</sup>
$v_0 = 100[km/h]$	1660 CHF yr <sup>-1</sup>	$4900CHFyr^{-1}$	6560 <i>CHF</i> yr <sup>-1</sup>
$v_0 = 120[km/h]$	3264 CHF yr <sup>-1</sup>	5885 <i>CHF</i> yr <sup>-1</sup>	9149 <i>CHF yr</i> <sup>-1</sup>

Das indirekte Risiko verhält sich nahezu linear zu der Veränderung der signalisierten Geschwindigkeit. Das direkte Risiko verhält sich nichtlinear zu einer Veränderung der signalisierten Geschwindigkeit. Eine Erhöhung der signalisierten Geschwindigkeit von  $v_0 = 80[km/h]$  auf  $v_0 = 100[km/h]$  bewirkt eine Verdoppelung des totalen Risikos und eine Verfünffachung des direkten Risikos.

Eine weitere Exposition ist der DTV. Er bewirkt einen linearen Anstieg des direkten Risikos, besitzt aber einen sehr grossen Einfluss auf das indirekte Risiko. Diese Aspekte werden im Kapitel 5.3 diskutiert.

#### 5.2. Einfluss der Verletzbarkeit auf das Risiko

Das Risiko kann auch gesenkt werden, wenn die Verletzbarkeit des Tragwerkes gesenkt wird, d.h. durch die Erhöhung der Zuverlässigkeit der einzelnen Komponenten des Tragwerkes. Eine Massnahme ist, die Dimensionen der Stütze zu verändern. Dabei bleibt das direkte Risiko nahezu konstant, da die reine Schädigung der Stütze einen geringen Einfluss auf das gesamte Risiko hat. Die administrativen Kosten, die Überprüfung der Stütze bleiben bestehen. Die Todesfallwahrscheinlichkeit ändert sich nicht durch die Veränderung der Dimensionen der Stütze.

Das totale Risiko für die Veränderung der Kantenlänge ist in Abbildung 11 gegeben. Es ist deutlich erkennbar, dass der Einfluss der Zuverlässigkeit der Stütze mit zunehmender Kantenlänge abnimmt. Diese Abnahme geht weiter, bis nur noch das direkte Risiko zum totalen Risiko einen Beitrag leistet.

Dieses Verhalten wird vom Index der Systemrobustheit widergespiegelt. Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  und der Index der Robustheit  $I_{Rob}$  sind in Abbildung 11 dargestellt. Die Versagenswahrscheinlichkeit im Ursprungszustand der Stütze beträgt  $6.4 \cdot 10^{-4} [yr^{-1}]$ .

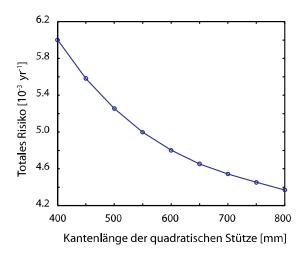


Abbildung 11: Totales Risiko in Abhängigkeit von den Dimensionen der Stütze.

Wird der Stützenquerschnitt auf 800 mm erhöht, so verringert sich die Versagenswahrscheinlichkeit auf 9.1·10<sup>-5</sup> [yr<sup>-1</sup>]. Die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems, d.h. der gesamten Brücke, verringert sich von 2.7·10<sup>-4</sup> [yr<sup>-1</sup>] auf 3.8·10<sup>-5</sup> [yr<sup>-1</sup>]. Der korrespondierende Zuverlässigkeitsindex ist in Abbildung 12 (rechte Achse) gezeigt. Der positive Effekt auf das System wird auch vom Robustheitsindex widergespiegelt. Das zeigt, dass der Erwartungswert der indirekten Konsequenzen schneller abnimmt als die direkten Konsequenzen. Das indirekte Risiko wird durch diese Massnahme signifikant reduziert, von 4577 CHF yr<sup>-1</sup> auf 2945 CHF yr<sup>-1</sup>.

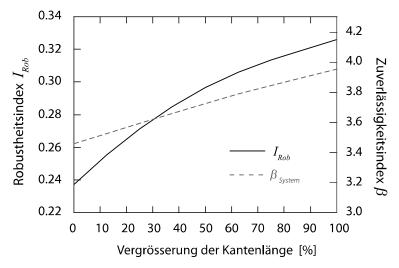


Abbildung 12: Einfluss der Dimension der Stütze auf den Zuverlässigkeitsindex (rechte y-Achse) und auf den Robustheitsindex (linke y-Achse).

Eine andere Massnahme, die die strukturelle Leistungsfähigkeit des Tragwerkes betrifft, ist die Verstärkung des Brückenbalkens. Eine Möglichkeit ist es, die dynamische Komponente der Last, die durch den plötzlichen Ausfall der Stütze resultiert, zu reduzieren. Dies kann durch ein zusätzliches, nicht vorgespanntes externes Spannkabel erreicht werden. Das Spannglied trägt nicht zum Tragverhalten bei solange die Stütze steht. Bei neugebauten Brücken könnten solche Spannglieder auch als interne Spannglieder direkt vorgesehen werden. Der Effekt dieser Massnahme auf die Zuverlässigkeit des Tragwerkes und auf den Robustheitsindex ist in Abbildung 13 dargestellt. Da die direkten Risiken von dieser Massnahme nicht betroffen sind, ist die Veränderung des Robustheitsindex nur auf die indirekten Konsequenzen zurückzuführen. In diesem Fall kann die Höhe der indirekten Konsequenzen direkt aus dem Index abgelesen werden:

$$R_{Ind} = \left(\frac{1 - I_{Rob}}{I_{Rob}}\right) R_{Dir} \tag{C.2}$$

Wird die dynamische Lastkomponente komplett von der Zusatzbewehrung aufgefangen, so erhöht sich der Robustheitsindex auf  $I_{Rob} = 0.33$  und das indirekte Risiko kann zu  $R_{Ind} = 2.03 \cdot R_{Dir} = 2891$  CHF  $yr^{-1}$  angegeben werden. Die Versagenswahrscheinlichkeit der Brücke wird durch diese Massnahme erheblich verringert und beträgt  $P_{f,b} = 1,9 \ 10^{-5} \ yr^{-1}$ . Das entspricht einem Zuverlässigkeitsindex von  $\beta_{system} = 4.12$ .

Die beiden Massnahmen, die Erhöhung der Zuverlässigkeit der Stütze und des Hohlkastenquerschnitts zeigen ähnliche Ergebnisse. Die erste Massnahme beruht auf der Verringerung der Verletzbarkeit einer Komponente, die Zweite hingegen vergrössert die Schadenstoleranz des Systems. Vergleicht man die beiden Kurven des Robustheitsindex für die Massnahmen miteinander, fällt auf, dass sie gegen ein Maximum konvergieren. Dieser Effekt ist darauf zurückzuführen, dass die Massnahmen nur das Tragwerk betreffen, die Risikobetrachtung aber alle Konsequenzen des Systems.

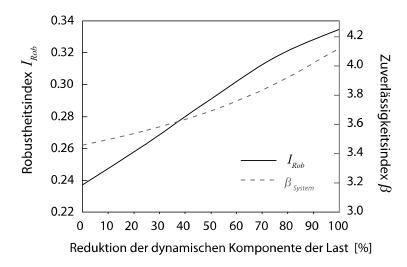


Abbildung 13: Einfluss der Reduktion der dynamischen Lastkomponente auf den Zuverlässigkeitsindex (rechte y-Achse) und den Robustheitsindex (linke y-Achse).

Eine weitere, sehr häufig gewählte, risikoreduzierende Massnahme sind Leiteinrichtungen. Sie wurden hier in diesem Beispiel nicht untersucht. Sie wirken auf der Ebene der Exposition und verringern die Anpralllast. Somit erhöht diese Massnahme indirekt die Zuverlässigkeit der Stütze.

#### 5.3. Einfluss der Robustheit auf das Risiko

Wie zuvor beschrieben, haben auch andere Grössen, die nicht das Tragwerk betreffen, einen Einfluss auf das totale Risiko. Der DTV ist so eine Grösse. Auch wenn nicht direkt Massnahmen geplant werden können, um die Verkehrsstärke zu reduzieren, gibt die Veränderung einen Hinweis darauf, wie sich das Risiko verändern kann, wenn sich die Randbedingungen ändern. Die Robustheit eines Tragwerkes und das Risiko sind Grössen, die im Kontext des Systems betrachtet werden müssen.

Das Risiko für den gleichen Brückentyp ist stark ortsspezifisch. In Abbildung 14 ist der Einfluss des durchschnittlichen täglichen Verkehrs auf das Risiko dargestellt. Das direkte Risiko verhält sich nahezu linear mit steigender Verkehrsstärke. Das indirekte Risiko verhält sich stark nichtlinear. Dies ist insbesondere auf die Berücksichtigung der Benutzerkosten zurückzuführen.

Die Benutzerkosten haben einen sehr grossen Einfluss und würden in der Entscheidungsfindung die Entscheidung dominieren. Dieser Aspekt wird in Kapitel 5.4 nochmal aufgegriffen.

Ein weiterer Aspekt, der sich auf die Benutzer bezieht, ist die Länge der Umfahrung, wenn ein Autobahnabschnitt gesperrt ist. Dieser Einfluss auf den Robustheitsindex ist in Abbildung 15 illustriert. Ist das Strassensystem redundant, so entstehen geringe zusätzliche Konsequenzen, wenn ein Abschnitt gesperrt ist. Beträgt die Umfahrungslänge nur 1 km, so beträgt das indirekte Risiko  $R_{lnd} = 2136 \ CHF \ yr^{-1}$ . Da die Verkehrsstärke auf der Überführung relativ gering ist, ist der Einfluss der Umfahrungslänge auf das Risiko gering. Dies drückt sich in Abbildung 15 durch den flachen Verlauf des Robustheitsindex aus.

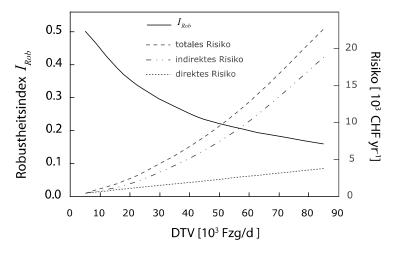


Abbildung 14: Einfluss der DTV auf das Risiko (rechte y-Achse) und den Robustheitsindex (linke y-Achse).

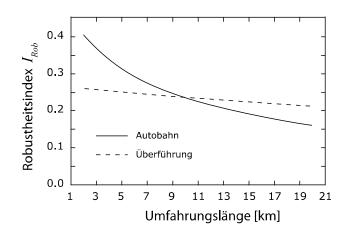


Abbildung 15: Einfluss der Umfahrungslänge bei einer Sperrung auf den Robustheitsindex.

#### 5.4. Einfluss der Benutzerkosten auf das Risiko

Wie im Hauptteil bei der Modellierung der Konsequenzen schon angesprochen wurde, kann darüber diskutiert werden, ob die Benutzerkosten in die Zielfunktion des Entscheidungsträgers mit einbezogen werden sollten, da die Benutzer meist schon durch andere Vorteile von der Gesellschaft kompensiert worden sind.

Dieser Abschnitt soll darlegen, welchen Einfluss die Berücksichtigung der Benutzerkosten auf die Risikoermittlung haben kann. In Abbildung 16 ist das Risiko für das ursprüngliche System dargestellt (vgl. auch Tabelle 2). Das indirekte Risiko ist um den Faktor 7.5 grösser, wenn die Benutzerkosten berücksichtigt werden. Ohne Benutzerkosten beträgt das indirekte Risiko in diesem Beispiel  $R_{Ind} = 701 CHF \ yr^{-1}$ . Das totale Risiko verringert sich von  $R_{Ind} = 6001 \ CHF \ yr^{-1}$  auf  $R_{Ind} = 2125 \ CHF \ yr^{-1}$ .

Wie dem Bayes'schen Netz in Abbildung 18 entnommen werden kann, hängen die Benutzerkosten auch von der Sperrdauer der Autobahn ab. Die maximale Sperrdauer im Knoten *Autobahnsperrung* wurde hier mit 2 Wochen angenommen. Bei grossen Autobahnbrücken kann eine solche Sperrung durchaus über ein Jahr betragen.

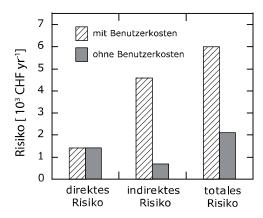


Abbildung 16: Vergleich der Auswirkungen der Benutzerkosten auf das Risiko.

Betrachtet man den Effekt auf das Risiko in Abhängigkeit vom Verkehr, wie in Abbildung 14 dargestellt ist, ohne Benutzerkosten, so ergibt sich Abbildung 17. Das indirekte Risiko liegt dann unter dem direkten Risiko. Beide Komponenten des Risikos steigen nahezu linear mit der Verkehrsstärke.

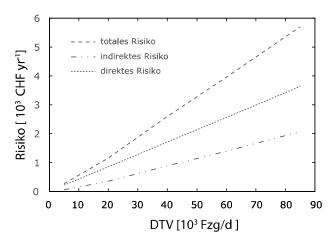


Abbildung 17: Einfluss der DTV auf das Risiko ohne Berücksichtigung der Benutzerkosten.

## 6. Schlussfolgerungen

In diesem Beispiel wird die Anwendbarkeit von Bayes'schen Netzen für die Risikoanalyse gezeigt. Der besondere Vorteil liegt in der generischen Modellierung, die den ortsspezifischen Einsatz ermöglicht. Das gezeigte Netz kann so z.B. um die Knoten Brückenlänge und Brückenspannweite erweitert werden. Einige Knoten benötigen dann ebenfalls mehr Zustände und können feiner diskretisiert werden. Zudem könnten die anderen Querschnittsformen als Knoten Brückentyp berücksichtigt werden. Damit besteht ein generisches Netz, mit dem eine Risikoanalyse für alle Brücken dieses Typs durchgeführt werden kann. In die ortsspezifischen Parameter (grau unterlegte Wahrscheinlichkeitsknoten in Abbildung 18) wird dann für jeden Standort Evidenz eingeführt.

#### Anhang C: Einfluss der Benutzerkosten auf das Risiko

Die spezifischen Charakteristiken der aussergewöhnlichen Einwirkungen können so konsistent überall berücksichtigt werden.

Das Beispiel zeigt auch das Potential des Konzeptes des Robustheitsindex. Er kann für komplexe Problemstellungen angewendet werden und reflektiert robustheitsbezogene Aspekte. Zudem ermöglicht er, Massnahmen zu identifizieren und ihren Einfluss auf das Risiko zu bewerten.

Für die Entscheidungsfindung und Massnahmenplanung sind die Kosten für die Massnahmen mit einzubeziehen, die Zielfunktion zu definieren und über alle möglichen Massnahmen zu optimieren. Dabei kann das Bayes'sche Netz auch in Optimierungsalgorithmen eingebunden werden und so die optimale Massnahmenkombination gefunden werden (Nishijima et al. (2007)).

Die Diskussion der Benutzerkosten zeigt, dass diese unter Umstände einen sehr grossen Einfluss auf das Risiko haben. Trotz der Tatsache, dass diese Kosten bisher in Kosten-Nutzen-Analysen Berücksichtigung fanden, wird vorgeschlagen, diese in der Entscheidungsfindung des ASTRA nicht einzubeziehen.

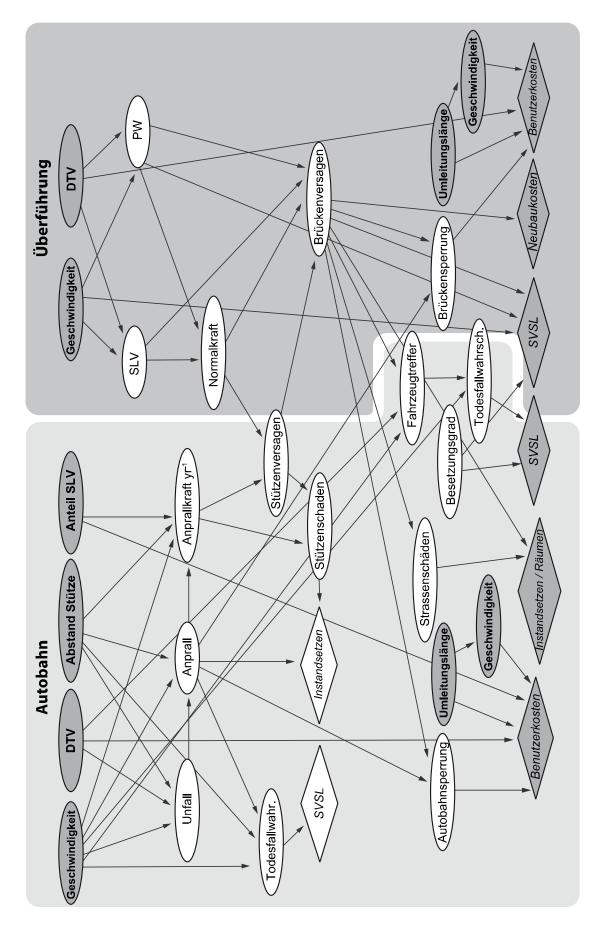


Abbildung 18: Darstellung des verwendeten Bayes'schen Netzes zur Risikoermittlung.

Tabelle 4: Beschreibung der Knoten des BN zur Modellierung der Exposition; Indikatoren der Autobahn.

		Knoten	# Zustände	Beschreibung	Beschreibung der Wahr- scheinlichkeitstafeln
		DTV	5	Intervall $[Fzg/d \ 10^3]$ <10 10-30 30-50 50-70 >70	Beispielhaft angenom- men für einen Strecken- abschnitt unter Berück- sichtigung von Verkehrs- daten des ASTRA (2002)
		Anteil SLV	5	Intervall [%] 0-5 5-8 8-10 10-15 15-20	Beispielhaft angenom- men einen Streckenab- schnitt unter Berücksich- tigung von Salvisberg et al. (2004)
Exposition	Autobahn	Abstand der Stütze	3	Bezeichnet [m] 4.0 4.5 5	Beispielhaft angenom- men für die gegebenen Dimensionen der Brücke
EX	A	Geschwindigkeit Unfall	4	Intervall [km/h] <80 80-100 100-120 >120	Verteilung der Geschwin- digkeit bei signalisierten 100 km/h
			2	Bezeichnet ja, nein	Basiert auf Unfallraten auf Autobahnen; bast (2005) und Kantonspoli- zei Basel-Stadt (2005)
		Anprall	2	Bezeichnet ja, nein	Basiert auf Modellen des JCSS (2001) und dem vorliegenden Bericht
		Anprallkraft	50	Intervall [kN] 0-2450	Basiert auf Modellen des JCSS (2001) und dem vorliegenden Bericht

Tabelle 5: Beschreibung der Knoten des BN zur Modellierung der Exposition; Indikatoren der Überführung.

		Knoten	# Zustände	Beschreibung	Beschreibung der Wahr- scheinlichkeitstafeln
		Geschwindigkeit	4	Intervall [km/h] <50 50-60 60-80 >80	Verteilung der Geschwin- digkeit bei signalisierten 60 km/h
		DTV	5	Intervall <2 2-4 4-6 6-8 >8	Beispielhaft angenom- men für einen Strecken- abschnitt
Exposition	Überführung	SLV	6	Intervall [Fzg] <1 1-2 2-3 3-4 4-6 >6	Präsenzwahrscheinlich- keit berechnet aus dem DTV
		PW	6	Intervall [Fzg] <1 1-2 2-3 3-4 4-6 >6	Präsenzwahrscheinlich- keit berechnet aus dem DTV
		Normalkraft in der Stütze	39	Intervall [kN] 0-2100	Berechnet aus der Ver- teilung der ständigen Last und der Verkehrslast als random-point-in- time Last

Tabelle 6: Beschreibung der Knoten des BN zur Modellierung der Verletzbarkeit

		Knoten	# Zustände	Beschreibung	Beschreibung der Wahr- scheinlichkeitstafeln
eit		Stützenversagen	2	Bezeichnet ja, nein	Versagenswahrschein- lichkeit berechnet; Berücksichtigung der Normalkraft-Momenten Interaktion in der Grenz- zustandsfunktion
Verletzbarkeit	Autobahn	Stützenschädi- gung	3	Bezeichnet geringe mittlere starke	In Abhängigkeit von der Anpralllast bestimmt
Verle	⋖	Instandsetzen			Ermittlung unter Berück- sichtigung VSS (2003)
		Todesfallwahr- scheinlichkeit	2	Bezeichnet überleben sterben	Berechnung unter Be- rücksichtigung der Ver- teilung der Anprallge- schwindigkeit
		SVSL			Ermittlung nach LQI

Tabelle 7: Beschreibung der Knoten des BN zur Modellierung der Robustheit

		Knoten	# Zustände	Beschreibung	Beschreibung der Wahr- scheinlichkeitstafeln
		Brückenversagen	2	Bezeichnet ja, nein	Versagenswahrschein- lichkeit berechnet unter Berücksichtigung des dynamischen Effekts des Stützenausfalls und einer random-point-in-time Last
		Fahrzeugtreffer	3	Bezeichnet direkt, indi- rekt, keiner	Berechnung über räumli- che und zeitliche Prä- senzwahrscheinlichkei- ten, vgl. auch Annex B des Berichtes
		Anzahl Personen	5	Numerisch 1-5	Annahme einer Binomial- verteilung; Mittelwert entspricht dem Beset- zungsgrad von 1.3
	oahn	Todesfallwahr- scheinlichkeit	2	Bezeichnet überleben sterben	Direkte und indirekte Unfälle sowie der Beset- zungsgrad wurden hier berücksichtigt
neit	Autobahn	Umfahrungslänge	9	Numerisch 2-20	Generisch als Input für spezifische Gegebenhei- ten; Für das Beispiel in Abbildung 9 gegeben
Robustheit		Umfahrungsge- schwindigkeit	6	Bezeichnet [km/h] 20,50,60,80, 100,120 [km/h]	Generisch als Input für spezifische Gegebenheiten
		Strassenschäden	4	Bezeichnet gering mittlere grosse keine	Verteilung beispielhaft angenommen
		Strassensperrung	5	Bezeichnet 0,1,2,7,14 [Tage]	Abgeschätzt auf Grund- lage der Schädigung der Stütze und der Brücke
		Benutzerkosten			VSS (2003)
		Räumungskosten			VSS (2003)
		SVSL		Numerisch	Ermittlung nach LQI Generisch als Input für
		Umfahrungslänge	9	[km] 2-20	spezifische Gegebenhei- ten
	Brücke	Umfahrungsge- schwindigkeit	6	Bezeichnet [km/h] 20,50,60,80, 100,120	Generisch als Input für spezifische Gegebenhei- ten
		Neubaukosten			VSS (2003)
		SVSL			Ermittlung nach LQI
		Benutzerkosten			VSS (2003)

### Referenzen

- ASTRA (2002) Automatische Strassenverkehrszählung. In: Bundesamt für Strassen. Bern, Eidgenossenschaftliches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation.
- bast (2005) Unfallraten auf Bundesautobahnen. In: Bundesanstalt für Strassenwesen. Bergisch Gladbach. Eidgenössisches Departement des Innern (1972) Schweizerische Nationalstrassen, Standardprojekte für Brücken Überführung mit V-Stielen in vorfabriziertem Beton. Bern.
- Evans, L. (1994) Driver injury and fatality risk in two-car crashes versus mass ratio inferred using Newtonian mechanics. *Accident Analysis & Prevention*, 26, 609-616.
- Frey & Associés (1994) Passages supérieures préfabriqués en béton à bequilles en V, Analyse de la liaison béquille extérieur-tablier. *Technical report*. Lausanne.
- GeNIe&Smile (2006) Graphical Network Interface. 2.0 ed. Pittsburgh, USA, Decision Systems Laboratory. Hugin (2006) Hugin Researcher. 6.702 ed. Aalborg, Hugin Experts A/S.
- JCSS (2001) Probabilistic Model Code. The Joint Committee on Structural Safety, online available: www.jcss.ethz.ch.
- Kantonspolizei Basel-Stadt (2005) Strassenverkehrsunfälle 2005 Kanton Basel Stadt. In: Verkehrsabteilung, D. f. P., Ressort Unfallauswertung/Massnahmen. Basel, Kantonspolizei Basel-Stadt.
- KUBA (1999) Kustbau Datenbank, Software-Entwurf Relationale Datenbank. Bundesamt für Strassenwesen, ASTRA.
- Nishijima, K., Maes, M., Goyet, J. & Faber, M. H. (2007) Optimal Reliability of Components of Complex Systems Using Hierarchical System Models. *Special Workshop on Risk Acceptance and Risk Communication*. Stanford University, Palo Alto, USA.
- Salvisberg, U., Allenbach, R., Cavegn, M., Hubacher, M. & Sigrist, S. (2004) Verkehrssicherheit in Autobahnund Strassentunneln des Nationalstrassennetzes, Bern, Schweizerische Beratungsstelle für Unfallberatung bfu.
- Stempfle, H. & Vogel, T. (2005) Robustness of standard Swiss overpass with V-columns. *Proceedings of the 5th International Conference on Bridge Management.* Guildford, Surrey, United Kingdom.
- The MathWorks (2006) MATLAB 7.3 (R2006b). Natick, MA 01760-2098 USA.
- VSS (2003) Erhaltungsmanagement; Grundlagen zur Kostenberechnung im Erhaltungsmanagement. Schweizerischer Verband der Strassen- und Verkehrsfachleute.
- Zoli, T. & Woodward, R. (2005) Design of Long Span Bridges for Cable Loss. *LABSE Symposium Structures and Extreme Events*. Lisbon, Portugal, IASBE.